

Effiziente FD-Berechnung verlustbehafteter planarer Strukturen unter Berücksichtigung quasi-statischer Lösungen

von Diplom-Ingenieur
Marco Kunze
aus Bremen

von der Fakultät IV - Elektrotechnik und Informatik -
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. H. Henke

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. G. Böck

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. G. Tränkle

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 17. Februar 2003

Berlin 2003

D83

Für meine liebe Mutter.

Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Ferdinand-Braun-Institut für Höchstfrequenztechnik (FBH) in Berlin-Adlershof. Ohne die Mitarbeit und Hilfe vieler Personen wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Böck danke ich für die Gelegenheit zur Promotion und sein Interesse an dieser Arbeit. Dem Mitberichterstatter, Herrn Prof. Dr. rer. nat. G. Tränkle und dem Vorsitzenden meines Promotionsverfahrens, Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Henke, danke ich für ihr Engagement in der Sache und die damit verbundene Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt Dr.-Ing. habil. W. Heinrich, der mich fachlich betreut hat und immer für intensive Fachgespräche zur Verfügung stand. Er hat mit seinem umfangreichen Wissen und seiner Hilfsbereitschaft großen Anteil am Erfolg dieser Arbeit.

Auch allen jetzigen und ehemaligen Kollegen im Ferdinand-Braun-Institut für Höchstfrequenztechnik bin ich aus vielerlei Gründen zu Dank verpflichtet. Stellvertretend möchte ich hierbei Dr.-Ing. W. Bruns, Dr.-Ing. F. J. Schmückle, Dipl.-Ing. T. Tischler und Dr. sc. nat. H. Zscheile nennen.

Bedanken möchte ich mich auch bei Dr. rer. nat. G. Hebermehl und Dipl.-Math. R. Schlundt vom Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik (WIAS) in Berlin für die fachlichen Diskussionen und bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Förderung der vorliegenden Arbeit.

Für die mühevollen Arbeit des Korrekturlesens danke ich Dr.-Ing. W. Heinrich, Dr.-Ing. F. J. Schmückle und Dr. sc. nat. H. Zscheile.

Auch danke ich an dieser Stelle meiner Mutter und meinen Großeltern für die Unterstützung während meiner Ausbildung. Meiner Frau Xiangshan und meinem Sohn Adrian Fei danke ich ganz besonders, welche mich durch ihre Liebe und Geduld in der Anfertigung dieser Arbeit sehr unterstützt haben.

Berlin, im April 2003

Marco Kunze

Kurzfassung

Der Trend zu höheren Frequenzen von MMICs erfordert die Reduzierung der charakteristischen Abmessungen von aktiven und passiven Elementen. Dabei liegen typische Metallisierungsdicken solcher Elemente in der Größenordnung der Skin-Eindringtiefe δ , so dass der Skin-Effekt bei der Analyse dieser Schaltungen nicht mehr vernachlässigt werden darf. Die Finite-Differenzen-Berechnung passiver MMIC-Elemente bedarf deshalb der Berücksichtigung endlicher Leitfähigkeiten von Metallisierungen und damit die Auflösung der Skin-Eindringtiefe.

Der numerische Aufwand (Speicherbedarf, Rechenzeit) der konventionellen Methode der Finiten Differenzen wächst mit der geforderten Auflösung. Sie ist unter Berücksichtigung des Skin-Effekts in der Regel um eine Größenordnung höher im Vergleich zu Anordnungen mit idealen Leitern.

Die vorliegende Arbeit stellt die Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMFD), eine effizientere Formulierung der Methode der Finiten Differenzen im Frequenzbereich (FDFD), vor. Dabei werden dynamische Rechnungen mit quasi-statischen Lösungen verknüpft. Die Berechnung passiver Komponenten erfolgt in zwei Schritten. Die Bereiche einer Struktur, die eine hohe Auflösung erfordern, werden zunächst in einem hochauflösenden Gitter quasi-statisch berechnet. In einem zweiten Schritt erfolgt die dynamische Rechnung unter Berücksichtigung der quasi-statischen Lösungen in einem wesentlich gröberen Gitter. Die Auflösung des quasi-statischen Gitters wird dabei durch die Skin-Eindringtiefe δ , die des dynamischen durch die kleinsten Strukturabmessungen bestimmt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Hybridmethode HMFD sowohl an zweidimensionalen (Wellenleiterproblem) als auch an dreidimensionalen Strukturen verifiziert. Bei vergleichbarer Genauigkeit kann die Rechenzeit bis zum Faktor 100 und der Speicherbedarf bis zum Faktor 6 gegenüber der konventionellen Methode FDFD reduziert werden.

Abstract

The trend toward higher frequencies for MMICs requires the reduction of the characteristic dimensions of active and passive components. Typical metallization thicknesses are in the range of skin-depth δ and the skin-effect has to be considered in the analysis of such circuits. Therefore the Finite Difference simulation of passive MMIC components needs finite conductivity to be accounted for and the resolution of skin-depth δ .

The numerical efforts (CPU-time, memory) of the conventional Finite Difference method increase with mesh size. Compared to the lossless case the spatial resolution when skin-depth is considered, is higher by about one order of magnitude.

This work presents the hybrid finite-difference method (HMFD). It is a more efficient formulation of the Finite Difference method in frequency domain (FDFD). The hybrid method splits into a dynamic and a quasi-static part, and the analysis of passive components is performed in two steps. The regions of a structure which require a high spatial resolution are first analyzed by the quasi-static approach in a dense grid. This is the case, for instance, at edges, corner, or within planar metallizations. The dynamic part is then performed in a much coarser grid including the quasi-static field solution. The quasi-static grid is selected in relation to the skin-depth δ and the dynamic one according to the smallest geometrical dimension of a structure under investigation.

In the context of this work the hybrid method HMFD is verified for two dimensional (transmission-line problem) and for three dimensional problems. By employing the HMFD, the computing time can be reduced by a factor of up to 100 and the storage requirements can be reduced by a factor of up to 6, with no appreciable decrease in accuracy from conventional FDFD.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMFD)	11
2.1	Modifizierte Gitter-Maxwell-Gleichungen	12
2.2	Korrekturfaktoren	15
2.2.1	Theoretische Grundlagen	16
2.2.2	FD-Berechnung von Korrekturfaktoren	19
2.2.3	Analytische Ausdrücke für Korrekturfaktoren	22
2.3	Magneto-Quasistatik und Elektrostatik	22
2.3.1	Magneto-Quasistatik	23
2.3.2	Elektrostatik	24
3	Wellenleiterproblem	25
3.1	Koplanarleitung	25
3.2	Eigenwellen im Gitter	28
3.2.1	Eigenwertgleichung im Gitter	28
3.2.2	Orthogonalität im Gitter	29
3.2.3	Leistungsfluss im Gitter	30
3.3	Leitungs-Wellenwiderstand im Gitter	30

3.4	Quasi-Statik im Gitter (2D)	33
3.4.1	Magneto-Quasistatik im Gitter (2D)	34
3.4.2	Elektrostatik im Gitter (2D)	34
3.4.3	Quellverteilungen quasistatischer Rechnungen (2D)	34
3.5	Verifikation der Hybridmethode HMF _D (2D)	36
3.5.1	Koplanarleitung	37
3.5.2	Mikrostreifenleitung	44
3.6	Mehrmodenausbreitung (2D)	48
3.6.1	Gekoppelte Mikrostreifenleitungen	48
3.6.2	Koplanarleitung	52
3.7	Das Fensterkonzept (2D)	55
3.7.1	Einfaches Fenster	56
3.7.2	Drei Fenster	64
3.8	Analytische Beschreibung von Leiterverlusten	67
3.8.1	Analytische Ausdrücke von Korrekturfaktoren	68
3.8.2	Verifikation des analytischen Ansatzes	75
4	Dreidimensionale Feldberechnungen	81
4.1	Dreidimensionales Randwertproblem im Gitter	82
4.2	Quasi-Statik im Gitter (3D)	83
4.2.1	Magneto-Quasistatik im Gitter (3D)	84
4.2.2	Elektrostatik im Gitter (3D)	85
4.3	Verifikation der Hybridmethode HMF _D (3D)	86
4.3.1	Koplanarer Wellenwiderstandssprung	87
4.3.2	Koplanarer Dünnschichtwiderstand	92

4.3.3	Koplanare Luftbrücken	97
4.4	Das Fensterkonzept (3D)	102
4.5	Mehrmodenausbreitung (3D)	105
4.6	Konvergenz	113
4.7	Rechenzeit- und Speicherbedarf	116
5	Das Programmpaket HMF D	121
6	Zusammenfassung und Ausblick	125
A	Theoretische Grundlagen	131
A.1	Maxwellsche Gleichungen	131
A.2	Elektrostatik	133
A.3	Stationäres Strömungsfeld (Gleichstrom)	133
A.4	Quasi-Stationäre Felder	134
A.5	Eigenwellen verlustbehafteter Wellenleiter	134
A.5.1	Orthogonalität	135
A.5.2	Leistungsfluss	135
A.5.3	Quasi-TEM-Wellen	136
B	Finite-Differenzen Gleichungen	139
B.1	Gitter-Maxwell-Gleichungen	139
B.2	Eigenwellen im Gitter	146
B.2.1	Eigenwertgleichungen im Gitter	146
B.2.2	Orthogonalität im Gitter	148
B.2.3	Leitungs-Wellenwiderstand von Quasi-TEM-Wellen im Gitter	150

B.2.4	Magneto-Quasistatik im Gitter (2D)	151
B.2.5	Elektrostatik im Gitter (2D)	152
B.3	Dreidimensionales Randwertproblem im Gitter	152
B.3.1	Wellengleichung im Gitter (3D)	152
B.3.2	Magneto-Quasistatik im Gitter (3D)	154
B.3.3	Elektrostatik im Gitter (3D)	155
B.3.4	Stationäres Strömungsfeld im Gitter (3D)	156
C	Formelzeichen, Formeln, Abkürzungsverzeichnis	157
C.1	Liste der wichtigsten Formelzeichen	157
C.2	Liste der wichtigsten Formeln	159
C.3	Abkürzungsverzeichnis	160

Kapitel 1

Einleitung

Stand der Technik

Der zunehmende Bedarf mehr Informationen schneller zu verarbeiten und zu übertragen bedingt, dass analoge und digitale Systeme bei höheren Frequenzen bzw. Taktraten arbeiten müssen. Hinzu kommt der Bedarf an kostengünstigen Lösungen für die industrielle Massenproduktion. Die Integration von aktiven und passiven Mikrowellenkomponenten auf einem Halbleitersubstrat in Form von monolithisch integrierten Mikrowellenschaltungen (engl.: MMIC für Monolithic Microwave Integrated Circuits) auf Gallium-Arsenid (GaAs) und zukünftig vermutlich auch auf Indium-Phosphid (InP) stellt hierbei eine Schlüsseltechnologie dar .

Als bedeutendes Beispiel für die vielfältigen Anwendungsbereiche von MMICs steht UMTS (engl.: Universal Mobile Telecommunications System), der Mobilfunk der dritten Generation [1], [2]. Mit einer Übertragungsgeschwindigkeit von bis zu 2 MBit pro Sekunde soll es den Mobilfunkmarkt revolutionieren (GSM: 9,6 KBit pro Sekunde, GPRS: 53,6 KBit pro Sekunde). Ein weiterer Markt mit großem Entwicklungspotential ist der Breitband-Richtfunk [3], [4] für Datendienste (mit Übertragungsraten in der Größenordnung von 100 MBit pro Sekunde), um z.B. drahtlose Teilnehmeranschlüsse zu realisieren oder Mobilfunk-Basisstationen untereinander zu verbinden. Die Betriebsfrequenzen liegen im Bereich 20...30 GHz, um 40 GHz, sowie bei 60 GHz. Die Satellitenkommunikation

[5], [6] und die Sensorik (z.B. Abstandswarnradar für Kfz [7] - [10]) sind weitere Anwendungsbeispiele.

Bedingt durch die hohe Packungsdichte von aktiven und passiven Komponenten auf einem MMIC können Schaltungseigenschaften durch Effekte wie Übersprechen, Oberflächenwellen und unbeabsichtigte Abstrahlung, um nur einige zu nennen, negativ beeinflusst werden. Auch die Montage einer Schaltung in einem Gehäuse kann Ursache parasitärer Effekte sein.

Die Entwicklung von MMICs erfordert deshalb leistungsfähige Software-Werkzeuge zur Vorab-Simulation. Der nachträgliche Abgleich einer einmal hergestellten Schaltung ist i. Allg. nicht möglich. In den 80er Jahren war man hauptsächlich bestrebt, exakte theoretische Beschreibungen der Grundelemente einer Mikrowellenschaltung zu finden, um diese in Schaltkreismodellen zu verknüpfen [11]. Dieses Vorgehen ist für hybrid integrierte Schaltungen möglich. Mit den wachsenden Anforderungen an heutige Mikrowellenschaltungen, dem Trend zu höheren Frequenzen und damit zu kompakteren Schaltungen muss die elektromagnetische Wechselwirkung aktiver und passiver Elemente eines MMICs berücksichtigt werden. Zunehmend werden Hybridmethoden entwickelt, bei denen verschiedene numerische Verfahren miteinander verknüpft werden, um Schaltungen als Ganzes elektromagnetisch zu erfassen. Jede Methode für sich ist für die Berechnung einzelner Komponenten eines MMICs besonders ausgezeichnet [12].

Die Weiterentwicklung der Halbleitertechnologie zur Herstellung von MMICs ist eng verbunden mit Fortschritten im Bereich des rechnergestützten Entwurfs. Gegenwärtig sind im GaAs-Bereich vielfach Herstellungstechnologien weiter entwickelt als Software-Werkzeuge, die einen schnellen Bildschirmwurf und eine Optimierung erlauben. Ingenieure sind deshalb immer wieder gezwungen, auf die kosten- und zeitintensive Herstellung von Prototypen zurückzugreifen [13].

Berechnungsverfahren

Der rechnergestützte Schaltungsentwurf ist eine kostengünstige und zeitsparende Alternative zur Prototypenfertigung. Die Entwicklung von Mikrowellenschaltungen wie MMICs

kann dadurch beträchtlich beschleunigt werden. Wie eingangs bereits erwähnt (siehe „Stand der Technik“), sind aber noch viele Engpässe zu überwinden. Einen wesentlichen Beitrag leistet hierbei die elektromagnetische Simulation (EMS) für passive Hochfrequenzkomponenten (planare Leitungen, Leitungsstrukturen, Verzweigungen, Module und Gehäuse, Filterstrukturen) mit Hilfe von numerischen Berechnungsverfahren. Ihre Entwicklung wird in einer Vielzahl von Lehrbüchern und Publikationen [11] - [17] beschrieben.

Berechnungsverfahren für passive Strukturen werden nach analytischen, semi-analytischen und rein numerischen Methoden unterschieden. Analytische Methoden ermöglichen die exakte Lösung elektromagnetischer Probleme. Sie lassen sich aber nur für die Berechnung relativ einfacher Strukturen wie z. B. zylindrische Hohlleiter verwenden. Die meisten praktischen Probleme sind aber komplexer und können damit in der Regel nicht berechnet werden. Bereits weitaus vielseitiger sind semi-analytische Methoden verwendbar. Die zu analysierenden Geometrien müssen in der Regel dem Koordinatensystem angepasst sein. Charakteristisch ist, dass das elektromagnetische Problem mathematisch exakt formuliert wird. Die Lösung der resultierenden Gleichungen ist jedoch eine Näherung. Die rein numerischen Verfahren unterliegen in Bezug auf die zu analysierenden Strukturen theoretisch keinen Beschränkungen. Die Maxwell'schen Gleichungen werden direkt bzw. indirekt mit Hilfe von Approximationen – z. B. Berechnung der elektromagnetischen Felder nur an diskreten Raumpunkten – gelöst.

In Abhängigkeit der Strukturen, die berechnet werden können, unterscheidet man sogenannte 2,5D- und 3D-Verfahren. Die Methoden der Momente (engl.: MoM für Methods of Moments) [17] gehören zur Klasse der 2,5D-Verfahren. Es sind in der Regel semi-analytische Frequenzbereichsverfahren wie die Integralgleichungs-Techniken [14]. Besonders bekannt ist eine fouriertransformierte Variante, die Spektralbereichsmethode [14]. Sie finden Anwendung bei der Berechnung planarer Schaltungen und von planaren Antennen, wobei unendlich dünne Metallisierungen angenommen werden. Endliche Leiterdicken und ohmsche Verluste können nur bedingt berücksichtigt werden. Die 3D-Verfahren unterliegen bezüglich der analysierbaren Geometrien zunächst keinen Beschränkungen. Die gebräuchlichsten Methoden sind die Methode der Finiten Elemente (engl.: FEM für

Finite-Element-Method) im Frequenzbereich [14] und die Methode der Finiten Differenzen im Zeitbereich FDTD (engl.: FDTD für Finite-Differences Time-Domain) [16]. Eine weniger verbreitete Methode ist die Methode der Finiten Differenzen im Frequenzbereich FDFD (engl.: Finite-Differences Frequency-Domain) [18]. In allen drei Fällen handelt es sich um numerische Berechnungsverfahren. Sie sind sehr flexibel, so dass die Berechnung einer Vielzahl unterschiedlicher Strukturen möglich ist. Andererseits sind sie aber sehr rechenintensiv und benötigen einen großen Arbeitsspeicher.

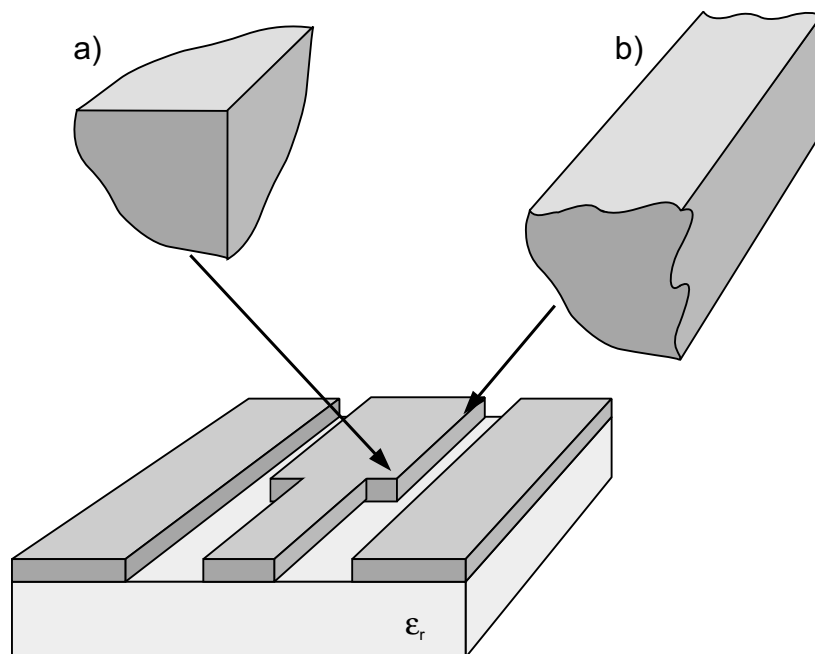


Abbildung 1.1: Ecke (a) und Kante (b) an einer Koplplanarstruktur.

Die Berechnung von miniaturisierten Strukturen wie passiven MMIC-Komponenten mit Hilfe der Methode der Finiten Differenzen (FD) ist, gemessen an den Anforderungen beim Design, noch zu aufwändig. Ihre Rechenzeit und ihr Speicherbedarf wachsen mit der Größe der Finiten-Differenzen-Gitter (Anzahl der Gitterzellen). Bei der Zeitbereichs-Variante FDTD bestimmt der kleinste Diskretisierungsschritt den größten Zeitschritt, um Stabilität zu gewährleisten [16]. Im Frequenzbereich hingegen sind sehr große Gleichungssysteme zu lösen. Insbesondere an Material-Diskontinuitäten wie z.B. Ecken und Kanten (siehe Abb. 1.1) ist eine hohe Auflösung der Gitter erforderlich, um Diskretisierungsfehler infolge

großer Feldgradienten zu reduzieren.

Zudem ergibt sich mit zunehmender Miniaturisierung von Mikrowellschaltungen eine veränderte Gewichtung der Einflussgrößen [19]. Die endliche Leitfähigkeit von Leitern darf nicht vernachlässigt werden, weil die Feldanteile in den Leitern signifikanten Einfluss auf das elektrische Verhalten der Schaltung haben, denn typische Metallisierungsdicken von MMICs liegen in der Größenordnung der Eindringtiefe des elektromagnetischen Feldes $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$ von einigen Mikrometern.

Mit der Diskretisierung der FD-Methode muss deshalb die Skin-Effekt-Eindringtiefe, die sich aus der endlichen Leitfähigkeit ergibt, aufgelöst werden. Andererseits betragen die Gesamt-Abmessungen der passiven Strukturen einige Millimeter. Aufgrund dieser Größenunterschiede ergeben sich Diskretisierungen mit einer großen Anzahl von Gitterzellen.

Bisherige Arbeiten

In den vergangenen Jahren sind eine Vielzahl von Methoden entwickelt worden, um Berechnungen mit Hilfe der Methode der Finiten Differenzen effizienter zu gestalten. Ein Beispiel ist die Berücksichtigung von Feldsingularitäten. Sie werden durch Modifikation der Differenzgleichungen der Gitterzellen, die an Kanten und Ecken (siehe Abb. 1.1) einer Materialverteilung grenzen, berücksichtigt [20] - [29]. Die Berücksichtigung der Feldsingularitäten basiert dabei in der Regel auf statischen Lösungen. Ein anderer Ansatz erweitert die Berücksichtigung statischer Lösungen auf das gesamte Rechenvolumen einer gegebenen Anordnung [30] - [33]. Dieses ist immer dann möglich, wenn die Abmessungen der Anordnung klein gegen die Wellenlänge sind.

Die genannten Ansätze sind für Strukturen mit idealen Leitern ($\sigma \rightarrow \infty$) entwickelt worden. Mit den Oberflächenimpedanz-Methoden werden auch endliche Leitfähigkeiten quasi-statisch beschrieben [16], [34] - [36]. Dieser Ansatz ist aber eine Näherung eindimensionaler Feldverteilungen und ist vielfach nicht zu verwenden, wenn Leiterdicken t wie die von MMICs in der Größenordnung der Eindringtiefe $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$ liegen. Die Oberflächenimpedanz-Methoden sind für dicke Leiter mit $t \gg \delta$ bzw. sehr dünne Leiter mit $t \ll \delta$, wie sie bei hybrid integrierten Schaltungen auftreten, entwickelt worden. Lei-

terdicken im Bereich $\delta < t < 3\delta$ und Effekte an Kanten, die zweidimensionaler Natur sind, verursachen Probleme.

Zielsetzung

Im Rahmen dieser Arbeit soll die effiziente FD-Berechnung verlustbehafteter planarer Strukturen (passive MMIC-Komponenten) unter Berücksichtigung quasi-statischer Lösungen untersucht werden. Dazu wurde eine FD-Methode im Frequenzbereich entwickelt, bei der elektrodynamische Berechnungen mit quasi-statischen Feldverteilungen verknüpft werden.

Als quasi-statisch werden Felder bezeichnet, wenn Verschiebungsströme $\partial\vec{D}/\partial t$ vernachlässigt werden können. D. h., die Wellenausbreitung kann vernachlässigt werden. Dies ist der Fall, wenn die Abmessungen einer gegebenen Anordnung klein gegen die Wellenlänge sind.

Vorgehensweise

Die in dieser Arbeit verwendete Realisierung der FDFD-Methode basiert auf der Technik der Finiten Integration [15], [37] - [39]. Mit Hilfe dieser Technik lassen sich die Maxwell Gleichungen in ihrer integralen Darstellung in ein System äquivalenter Gleichungen, die sog. Gitter-Maxwell-Gleichungen, im diskreten Raum (bestehend aus N -Gitterzellen) überführen.

Um die konventionelle FDFD-Methode mit quasi-statischen Lösungen zu verknüpfen, müssen die Gitter-Maxwell-Gleichungen modifiziert werden. In den Gitter-Maxwell-Gleichungen werden Linien- und Flächenintegrale über das elektrische bzw. magnetische Feld durch die einfachen Integralnäherungen $\hat{F} \cdot \Delta u$ und $\hat{F} \cdot \Delta A$ approximiert. Dabei ist \hat{F} eine Komponente des elektrischen oder magnetischen Feldes im diskreten Raum, Δu steht für die Kantenlänge und ΔA für eine der Seitenflächen einer Gitterzelle. Quasi-statische Lösungen werden berücksichtigt, indem man die Integralnäherungen mit sog. Korrekturfaktoren multipliziert, die man aus dem quasi-statischen Feld bestimmt. Abb. 1.2 ver-

anschaulicht die Definition von Korrekturfaktoren am Beispiel des Linienintegrals über die elektrische Feldstärke E . Der Korrekturfaktor cle ist das Verhältnis aus dem Integral über die elektrische Feldstärke entlang der Kante einer Gitterzelle und dem approximierten Integralwert aus der Kantenlänge Δu und dem im Gitter diskretisierten Feldwert $\hat{E} = E(\Delta u/2)$. In der effizienteren Formulierung der FDFD-Methode werden Linienintegrale über das elektrische Feld also durch $\hat{E} \cdot \Delta u \cdot cle$ approximiert. In entsprechender Art und Weise lassen sich Korrekturfaktoren für Flächenintegrale definieren.

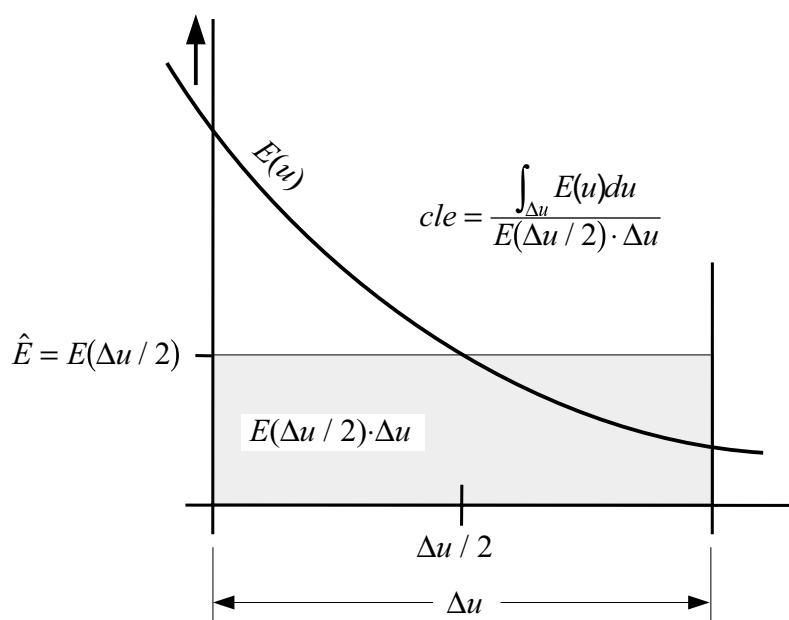


Abbildung 1.2: Verbesserung der Genauigkeit der FDFD-Methode mit Hilfe von Korrekturfaktoren. Beispielhaft ist hier der Linienkorrekturfaktor für die elektrische Feldstärke E dargestellt. Die einfache Integralnäherung $\hat{E} \cdot \Delta u$ der FD-Methode wird durch $\hat{E} \cdot \Delta u \cdot cle$ ersetzt, so dass sich eine sehr gute Näherung des exakten Integralwerts ergibt.

Die effizientere FDFD-Formulierung wird in dieser Arbeit als Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMF \underline{D}) bezeichnet. Sie besteht aus einer elektrodynamischen und einer quasi-statischen Formulierung der FD-Methode. Dabei ist die Quasistatik in einen elektrostatischen und einen magneto-quasistatischen Anteil unterteilt. Die Magneto-Quasistatik

ist frequenzabhängig und mit den Leitungsströmen einer Struktur verknüpft. Damit wird der Skin-Effekt beschrieben. Elektrostatische Felder sind durch Oberflächenladungen bestimmt und die Feldverteilung des elektrischen Feldes an Kanten und Ecken wird erfasst (siehe Abb. 1.1).

Die quasi-statischen Rechnungen werden immer vor der elektrodynamischen in einem hochauflösenden Gitter ausgeführt. Im Rahmen dieser Arbeit wird das hochauflösende Gitter als das quasi-statische Gitter bezeichnet. Es ist so beschaffen, dass die Skin-Effekt-Eindringtiefe δ und strukturelle Details aufgelöst werden. Für die elektrodynamische Rechnung wird ein wesentlich gröberes Gitter, das im Rahmen dieser Arbeit als das dynamische Gitter bezeichnet wird, verwendet. Diese Diskretisierung wird anhand der kleinsten Abmessungen einer Struktur ausgelegt. D. h. z. B. für die Koplanarleitung, dass die Schlitzbreite, der Mittelleiter sowie die Metallisierungsdicke mit nur einer Gitterzelle beschrieben werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Schrittweiten der Diskretisierung deutlich kleiner als die charakteristische Wellenlänge im entsprechenden Medium gewählt werden. Dies wird in der Regel dadurch gewährleistet, dass man die größte Schrittweite kleiner als ein zehntel der Wellenlänge wählt.

Durch die Kombination von elektrodynamischer und quasi-statischen Rechnungen ist es möglich, für die aufwendige elektrodynamische Rechnung im Vergleich zur konventionellen Methode Diskretisierungen mit einer wesentlich geringeren Anzahl von Gitterzellen zu wählen. Dadurch lassen sich die Rechenzeit und der Speicherbedarf der elektrodynamischen Rechnung beträchtlich reduzieren. Wobei die Genauigkeit der Hybridmethode HMFD vergleichbar mit der der konventionellen FDFD-Methode ist.

Inhaltliche Übersicht

Diese Arbeit ist in sieben Kapitel gegliedert. Im zweiten Kapitel werden die allgemeinen theoretischen Grundlagen der Hybridmethode HMFD zusammengestellt (modifizierte Gitter-Maxwell-Gleichungen, Korrekturfaktoren, Quasistatik). Mit Kapitel 3 beginnt die eigentliche Darstellung und Verifizierung der Hybridmethode anhand der Berechnung miniaturisierter Leitungen (Koplanarleitung, Mikrostreifenleitung). Das folgenden Kapi-

tel 4 behandelt die Berechnung der S-Parameter dreidimensionaler Strukturen mit der Hybridmethode. Zunächst werden die theoretischen Grundlagen der Methode für dreidimensionale Strukturen zusammengestellt und anhand von Koplanarstrukturen (Wellenwiderstandssprung, Widerstand, Kurzschluss, Luftbrücke, T-Verzweigung) erfolgt die Verifizierung.

Im Rahmen dieser Arbeit sind eine Vielzahl von Computerprogrammen neu entstanden bzw. bestehende Programme überarbeitet und ergänzt worden. Zusammen bilden sie das Programmpaket HMF_D (Hybrid-Methode der Finiten Differenzen). Ein Flussdiagramm wird in Kapitel 5 angegeben. Die Verknüpfungen der einzelnen Programme untereinander und die einzelnen Arbeitsschritte für Berechnungen mit der Hybridmethode werden erläutert.

In Kapitel 6 werden die wesentliche Ergebnisse dieser Arbeit noch einmal aufgegriffen und zusammengefasst. Im Ausblick diskutiert der Autor vor dem Hintergrund der Ergebnisse dieser Arbeit Konsequenzen und Perspektiven für die weitere Entwicklung der Methode der Finiten Differenzen, der rechnergestützten elektromagnetischen Simulation und den rechnergestützten Schaltungsentwurf.

Generell wurden im Interesse einer guten Lesbarkeit umfangreiche Herleitungen in den Anhang übernommen.

Kapitel 2

Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMFD)

Die Hybridmethode HMFD ist ein numerisches Frequenzbereichsverfahren. Es besteht aus einer elektrodynamischen und aus zwei quasi-statischen (Elektrostatik und Magneto-Quasistatik) FD-Formulierungen. Die quasi-statischen Rechnungen erfolgen dabei immer getrennt vor den elektrodynamischen (siehe auch Kapitel 1). Mit der Hybridmethode ist die effiziente FD-Berechnung verlustbehafteter Strukturen in der Regel dann möglich, wenn diese im Vergleich zur Wellenlänge klein sind. In diesem Fall ist das quasi-statische Feld eine sehr gute Näherung für das elektrodynamische. Mit diesem Kenntnis kann der Aufwand der elektrodynamischen Rechnung unter Berücksichtigung quasi-statischer Lösungen reduziert werden, weil die Integralnäherungen der FD-Methode (siehe Kapitel 1) verbessert werden können und gleichzeitig die Anzahl der Gitterzellen der dynamischen Rechnung verringert werden kann.

Die grundlegenden Gleichungen der Hybridmethode sind modifizierte Gitter-Maxwell-Gleichungen (siehe Abschnitt 2.1). A-priori-Kenntnisse über das elektromagnetische Feld werden in Form von Korrekturfaktoren (siehe Kapitel 1 und Abschnitt 2.2) genutzt, um die Integralnäherungen der FD-Methode zu verbessern. Die Korrekturfaktoren gewinnt man aus den quasi-statischen FD-Berechnungen (siehe Abschnitt 2.3). Dabei werden Verschiebungsströme $\partial\vec{D}/\partial t$ vernachlässigt.

2.1 Modifizierte Gitter-Maxwell-Gleichungen

Mit der Technik der Finiten Integration lassen sich die Maxwell-Gleichungen (siehe Gl. A.1 – Gl. A.4 Anhang A.1) in ihrer integralen Darstellung in äquivalente Matrixgleichungen, die Gitter-Maxwell-Gleichungen,

$$\tilde{C}\vec{h} = j\omega\vec{d} + \vec{i}, \quad (2.1)$$

$$C\vec{e} = -j\omega\vec{b}, \quad (2.2)$$

$$\tilde{S}\left(\vec{d} - \frac{j}{\omega}\vec{i}\right) = 0, \quad (2.3)$$

$$S\vec{b} = 0 \quad (2.4)$$

überführen (zur Herleitung siehe Anhang B.1 und [15, 40]). Die Komponenten der Vektoren \vec{e} , \vec{h} , \vec{d} , \vec{i} und \vec{b} sind integrale Größen über das elektrische und magnetische Feld (siehe auch Anhang B.1 und Anhang C). Im Rahmen dieser Arbeit werden die Begriffe „elektrische Spannung“ für Komponenten $e_{u,n}$ von \vec{e} und „magnetische Spannung“ für Komponenten von \vec{h} ($e_{u,n}$ und $h_{u,n}$ sind Produkte von Feldstärke mal Länge). Die Komponenten $d_{u,n}$, $i_{u,n}$ und $b_{u,n}$ der Vektoren \vec{d} , \vec{i} und \vec{b} werden als „elektrischer Fluss“, als „elektrischer Strom“ und als „magnetischer Fluss“ bezeichnet ($d_{u,n}$, $i_{u,n}$ und $b_{u,n}$ sind Produkte von Flussdichte bzw. Stromdichte mal Fläche). Dabei steht der Index u für die Richtung x , y oder z in einem kartesischen Koordinatensystem. Mit n werden die Vektorkomponenten nummeriert. Zusammen mit den diskreten Materialgleichungen

$$\vec{h} = D_{\mu}^{-1}\vec{b}, \quad (2.5)$$

$$\vec{d} = D_{\epsilon}\vec{e}, \quad (2.6)$$

$$\vec{i} = D_\sigma \vec{e}, \quad (2.7)$$

lassen sich mit den Gitter-Maxwell-Gleichungen elektromagnetische Felder im diskreten Raum, dem dualen Gittersystem $G-\tilde{G}$ (vgl. Abb. 2.1 und Abb.2.4) mit dem Gitter

$$G\{(x_i, y_j, z_k) \in V \subseteq \mathbb{R}^3; i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K\} \quad (2.8)$$

und dem dualen Gitter

$$\tilde{G}\{(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j, \tilde{z}_k) \in V \subseteq \mathbb{R}^3; i = 1, \dots, I-1; j = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K-1\} \quad (2.9)$$

mit $\tilde{x}_i = (x_{i+1} + x_i) / 2$, $\tilde{y}_j = (y_{j+1} + y_j) / 2$ und $\tilde{z}_k = (z_{k+1} + z_k) / 2$ berechnen.

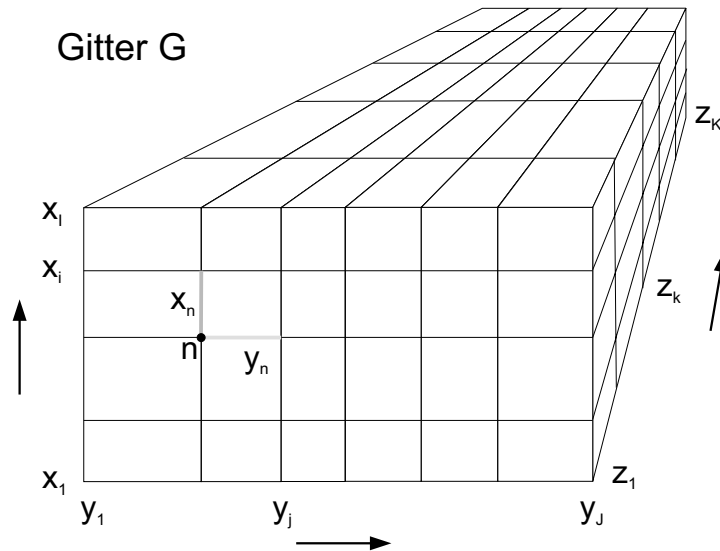


Abbildung 2.1: Dreidimensionales kartesisches Gitter G . Das duale Gitter \tilde{G} ist zugunsten einer übersichtlichen Darstellung nicht eingezeichnet.

In dem dualen Gittersystem sind die Komponenten der elektrischen Feldstärke E und der magnetischen Flussdichte B entsprechend Abb. 2.2 nach dem Yee-Schema [41] angeordnet. Dabei erscheint die Gitterzelle des dualen Gitters \tilde{G} gegenüber der des Gitters G verschoben.

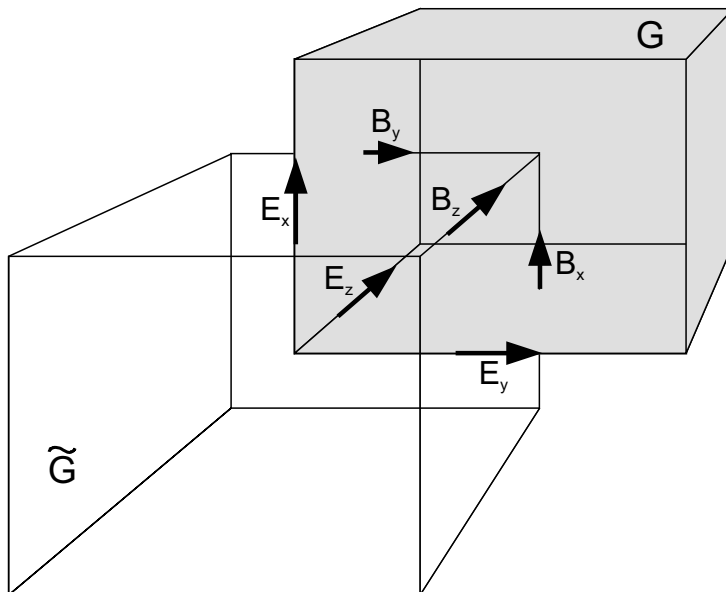


Abbildung 2.2: Anordnung der Komponenten der elektrischen Feldstärke und magnetischen Flussdichte im Yee-Gitter.

Um Diskretisierungsfehler durch Vorkenntnisse (sog. A-priori-Kenntnisse) über das elektromagnetische Feld in den Gitter-Maxwell-Gleichungen nach Gl. 2.1 – Gl. 2.4 zu reduzieren, multipliziert man die Komponenten der Vektoren \vec{e} , \vec{h} , \vec{d} , \vec{i} und \vec{b} mit Korrekturfaktoren, die man anhand quasi-statischer FD-Berechnungen bestimmt (siehe Kapitel 1 und Abschnitt 2.2). Um die mit Korrekturfaktoren versehenen Größen von ihren ursprünglichen zu unterscheiden, werden sie als \vec{e}' , \vec{h}' , \vec{d}' , \vec{i}' und \vec{b}' bezeichnet (siehe Anhang C.2). Damit lauten die modifizierten Gitter-Maxwell-Gleichungen

$$\tilde{C}\vec{h}' = j\omega\vec{d}' + \vec{i}', \quad (2.10)$$

$$C\vec{e}' = -j\omega\vec{b}', \quad (2.11)$$

$$\tilde{S} \left(\vec{d}' - \frac{j}{\omega} \vec{i}' \right) = 0, \quad (2.12)$$

$$S\vec{b}' = 0 . \quad (2.13)$$

Die Vektoren \vec{e}' , \vec{h}' , \vec{d}' , \vec{i}' und \vec{b}' sind wie \vec{e} , \vec{h} , \vec{d} , \vec{i} und \vec{b} über Diagonalmatrizen miteinander verknüpft, so dass für die modifizierten diskreten Materialgleichungen gilt:

$$\vec{h}' = D'_\mu{}^{-1}\vec{b}' , \quad (2.14)$$

$$\vec{d}' = D'_\varepsilon\vec{e}' , \quad (2.15)$$

$$\vec{i}' = D'_\sigma\vec{e}' . \quad (2.16)$$

Die Diagonalelemente $(D'_\mu)_{u,n}$, $(D'_\varepsilon)_{u,n}$ und $(D'_\sigma)_{u,n}$ der Matrizen D'_μ , D'_ε und D'_σ unterscheiden sich von denen in den Gleichungen 2.5...2.6 nur um multiplikative Faktoren. Diese Faktoren sind Quotienten aus den Korrekturfaktoren (siehe Anhang C.2).

Physikalisch kann die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren in den Materialgleichungen so verstanden werden, als würde man die elektrischen und magnetischen Eigenschaften der Materialien in den einzelnen Elementarzellen des Gittersystems $G\text{--}\tilde{G}$ verändern. Es entstehen dann fiktive anisotrope Materialeigenschaften.

2.2 Korrekturfaktoren

Wie in Kapitel 1 bereits erläutert berechnen sich Korrekturfaktoren aus dem Verhältnis der Integrale (Linien- und Flächenintegrale) über das quasi-statische elektrische bzw. magnetische Feld und der FD-Näherung dieser Integrale. Anhand des elektrischen Feldes E wird der Begriff des Korrekturfaktors für einen Linienkorrekturfaktor $cle_{u,n}$ in Abb. 2.3 erneut erläutert. In der konventionellen FD-Formulierung wird für die elektrischen Spannungen (Linienintegrale über das elektrische Feld) $e_{u,n}$ die einfache Approximation $e_{u,n} = E((u_{n+1} + u_n)/2) \cdot (u_{n+1} - u_n)$ verwendet. Bei der Hybridmethode wird diese durch

die genauere Integralapproximation $e'_{u,n} = e_{u,n} \cdot cle_{u,n}$ ersetzt. Der Korrekturfaktor berechnet sich dabei aus dem Verhältnis des Integrals über das quasistatische elektrische Feld E und der FD-Näherung des Integrals $E((u_{n+1} + u_n)/2) \cdot (u_{n+1} - u_n)$.

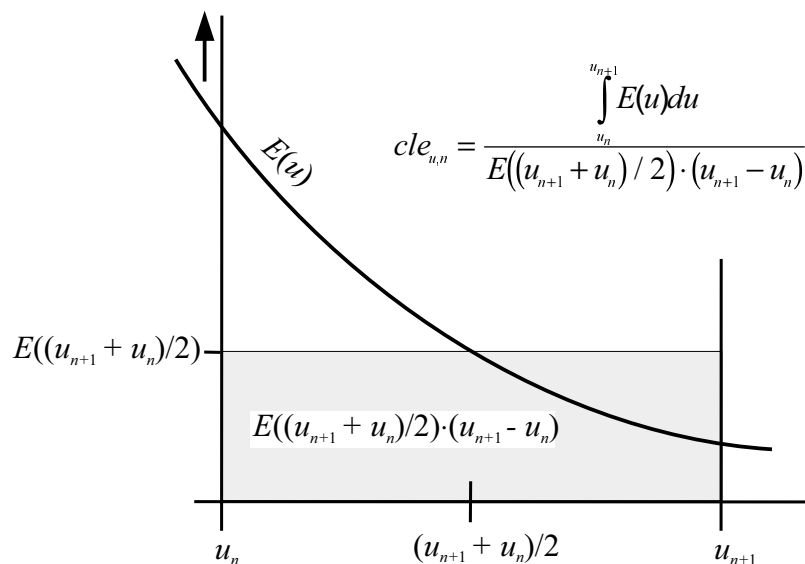


Abbildung 2.3: Verbesserung der Genauigkeit der FDFD-Methode mit Hilfe von Korrekturfaktoren. Beispielfhaft ist hier der Linienkorrekturfaktor für die elektrische Spannungen $e_{u,n}$ dargestellt. Die einfache Integralnäherung $e_{u,n} = E((u_{n+1} + u_n)/2) \cdot (u_{n+1} - u_n)$ der FD-Methode wird durch $e'_{u,n} = e_{u,n} \cdot cle_{u,n}$ ersetzt, so dass sich eine sehr gute Näherung des exakten Integralwerts ergibt.

Für die Berechnung von Korrekturfaktoren werden im Folgenden zwei Konzepte beschrieben. Das erste basiert auf quasi-statischen FD-Berechnungen und das zweite auf analytischen Ausdrücken für Korrekturfaktoren.

2.2.1 Theoretische Grundlagen

Mit der Technik der Finiten Integration werden Linien- und Flächenintegrale über das elektrische sowie das magnetische Feld gebildet. Wenn $f(x)$ und $g(x, y)$ stetige lineare

Funktionen in x bzw. in x und y sind, gilt für ein Linienintegral

$$\int_a^b f(x)dx = f\left(\frac{b-a}{2}\right)(b-a), \quad (2.17)$$

und für ein Flächenintegral

$$\int_a^b \int_c^d g(x,y)dxdy = g\left(\frac{b-a}{2}, \frac{d-c}{2}\right)(b-a)(d-c). \quad (2.18)$$

Besitzen die Funktionen $f(x)$ und $g(x,y)$ aber Terme höherer Ordnung, dann sind die rechten Seiten der Gleichungen 2.17 und 2.18 nur noch *Näherungen* der linken Seiten.

Nach dem ersten Mittelwertsatz der Integralrechnung [42] gibt es aber immer ein ξ mit $a \leq \xi \leq b$ bzw. ein ξ und ein η mit $a \leq \xi \leq b$ und $c \leq \eta \leq d$ (wenn die Funktionen $f(x)$ und $g(x,y)$ stetig sind), so dass für ein Linienintegral

$$\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a), \quad (2.19)$$

und für ein Flächenintegral

$$\int_a^b \int_c^d g(x,y)dxdy = g(\xi,\eta)(b-a)(d-c), \quad (2.20)$$

gilt.

Damit die Identität in den Gleichungen 2.17 und 2.18 auch für nichtlineare Funktionen erfüllt wird, multipliziert man die rechten Seiten mit einem Faktor cl bzw. cf . Durch Vergleich der sich ergebenden rechten Seiten mit denen der Gleichungen 2.19 und 2.20 ergibt sich für $cl = f(\xi)/f(\frac{b-a}{2})$ und für $cf = g(\xi,\eta)/g(\frac{b-a}{2}, \frac{d-c}{2})$. Die Faktoren cl und cf werden im Folgenden als Linien- und Flächenkorrekturfaktoren bezeichnet.

Besteht ein Gitter G (Gl. 2.8) nur aus Quadern gleicher Größe (äquidistantes Gitter), dann werden die Linien- und Flächenintegrale der FD-Methode über das elektrische und magnetische Feld sowie der elektrische Strom durch die rechten Seiten der Gleichungen 2.17 und 2.18 beschrieben, wenn man $f(\frac{b-a}{2})$ bzw. $g(\frac{b-a}{2}, \frac{d-c}{2})$ durch die entsprechenden Komponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes ersetzt. In einem nichtäquidistanten

Gitter hingegen werden Linienintegrale über das magnetische Feld und Flächenintegrale über das elektrische Feld gebildet, für die die jeweilige Feldkomponente nicht mehr in der Mitte des Integrationsgebietes liegt, sondern um Δx mit $|\Delta x| \leq \frac{b-a}{2}$ und/oder Δy mit $|\Delta y| \leq \frac{d-c}{2}$ (Indizes sind einfachheitshalber weggelassen) in x - und/oder y -Richtung verschoben ist (siehe Abb. 2.4). Dabei ist ein Integrationsgebiet sowohl eine Linie als auch eine Fläche.

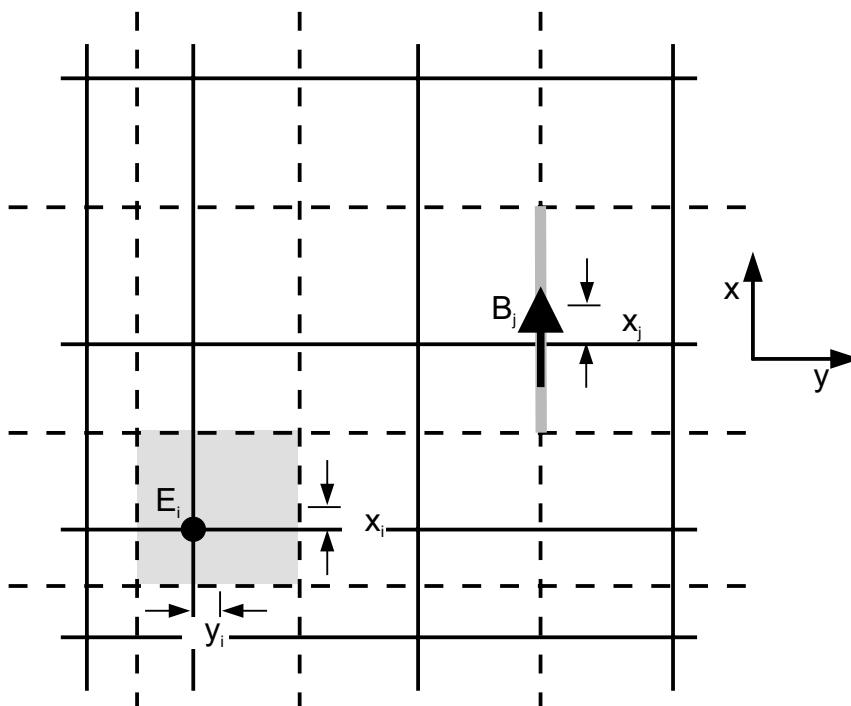


Abbildung 2.4: Integrationsgebiete (hervorgehoben) eines Linienintegrals über eine magnetische Flussdichtekomponente B_j und eines Flächenintegrals über eine elektrische Feldstärkekomponente E_i in einem nichtäquidistanten Gitter G (durchgezogene Linien; gestrichelte Linien bezeichnen das duale Gitter \tilde{G}).

Um Diskretisierungsfehler bedingt durch Abweichungen des elektromagnetischen Feldes vom linearen Verlauf und durch nichtäquidistante Gitter zu reduzieren, multipliziert man die Integralnäherungen mit Linien- und Flächenkorrekturfaktoren, die man sich durch Kenntnis des *elektrostatistischen* und des *magneto-quasistatischen* Feldes bestimmt. Die Linien- und Flächenkorrekturfaktoren berechnen sich aus Gl. 2.17 und Gl. 2.18 nach Mul-

Multiplikation der rechten Seiten mit den Korrekturfaktoren und unter Berücksichtigung der Verschiebungen Δx mit $|\Delta x| \leq \frac{b-a}{2}$ und Δy mit $|\Delta y| \leq \frac{d-c}{2}$ in einem nichtäquidistanten Gitter, so dass für

$$cl = \frac{\int_a^b f(x)dx}{f(\frac{b-a}{2} + \Delta x)(b-a)} \quad (2.21)$$

und für

$$cf = \frac{\int_a^b \int_c^d g(x,y)dxdy}{g(\frac{b-a}{2} + \Delta x, \frac{d-c}{2} + \Delta y)(b-a)(d-c)} \quad (2.22)$$

gilt, wenn man $f(x)$ und $g(x,y)$ durch den elektrostatistischen bzw. magneto-quasistatischen Feldverlauf ersetzt.

Würde man die Integrale auf der linken Seite von Gl. 2.17 und Gl. 2.18 bzw. Gl. 2.19 und Gl. 2.20 genau berechnen können, dann entsprächen die Korrekturfaktoren dem Quotienten der Feldwerte in $f(\xi)$ und $f(\frac{b-a}{2} + \Delta x)$ bzw. $g(\xi, \tau)$ und $g(\frac{b-a}{2} + \Delta x, \frac{d-c}{2} + \Delta y)$, so dass jegliche Diskretisierungsfehler aufgehoben werden könnten.

Tatsächlich kann das elektromagnetische Feld durch das elektrostatische und magneto-quasistatische Feld aber nur näherungsweise beschrieben werden. Die Integralnäherungen nach Gl. 2.17 und Gl. 2.18 werden zwar verbessert, aber Diskretisierungsfehler nicht vollkommen ausgeschaltet.

2.2.2 FD-Berechnung von Korrekturfaktoren

Konzept

Um Korrekturfaktoren anhand von Gl. 2.21 und Gl. 2.22 zu bestimmen, wird das quasistatische Feld einer Struktur mit der FD-Methode berechnet. Dabei ergibt sich das elektrische Feld aus einem elektrostatischen Potential Φ . Elektrische Ströme in Leitern sowie das mit ihnen verknüpfte Magnetfeld und das zugehörige elektrische Feld werden unabhängig von der Elektrostatik magneto-quasistatisch bestimmt.

Man kann grundsätzlich zwischen zwei- (Wellenleiterfall) und dreidimensionalen Fällen unterscheiden. Dabei ist die Anzahl der zu berücksichtigenden Feldkomponenten unterschiedlich. Die Berechnung magneto-quasistatischer sowie elektrostatischer Felder wird im folgenden Abschnitt allgemein behandelt. Die spezielle quasi-statische FD-Berechnung zwei- und dreidimensionaler Feldverteilungen wird in den Kapiteln 3 und 4 beschrieben.

Für die quasi-statischen Berechnungen müssen Quellen (Stromverteilung für die Magneto-Quasistatik und Potentialverteilung für die Elektrostatik) vorgegeben werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass in Abhängigkeit der Quellen verschiedene Wellen angeregt werden können. Betrachtet man z.B. ein Dreileitersystem (Koplanarleitung, gekoppelte Mikrostreifenleitungen), dann sind zwei Grundwellentypen zu unterscheiden. D. h., dass sich für unterschiedliche Wellen die Korrekturfaktoren unterscheiden. In der Regel sind deshalb die Korrekturfaktoren der Welle zu bestimmen, deren Ausbreitungsverhalten bzw. deren S-Parameter bestimmt werden sollen (siehe auch Abschnitt 3.6 und 4.5).

Diskretisierungen der Hybridmethode

Wie in Kapitel 1 bereits beschrieben, sind bei der Hybridmethode HMFD ein quasi-statisches und ein dynamisches Gitter zu unterscheiden (siehe Abb. 2.8). Das quasi-statische Gitter ist ein hochauflösendes Gitter, das die Gitterzellen des dynamischen Gitters in kleinere Diskretisierungsschritte unterteilt. Es wird in Anlehnung an die Skin-Effekt-Eindringtiefe δ gewählt, so dass der kleinste Diskretisierungsschritt in der Größenordnung von $\delta/3$ liegt. Die quasi-statischen Rechnungen der Hybridmethode erfolgen in diesem Gitter.

Anhand von Abb. 2.8 ist ersichtlich, dass das dynamische Gitter für die elektrodynamische Rechnung der Hybridmethode wesentlich gröber gewählt wird. Die kleinste Schrittweite wird anhand der kleinsten Abmessungen (Leiterbreiten und -dicken, Schlitzbreiten) der zu analysierenden Struktur bestimmt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Schrittweiten der Diskretisierung deutlich kleiner als die charakteristische Wellenlänge im entsprechenden Medium gewählt werden, da sonst die durch die Diskretisierung bedingte numerische Dispersion stark anwächst. Dies wird in der Regel dadurch gewährleistet, dass man die

größte Schrittweite kleiner als ein zehntel der Wellenlänge wählt.

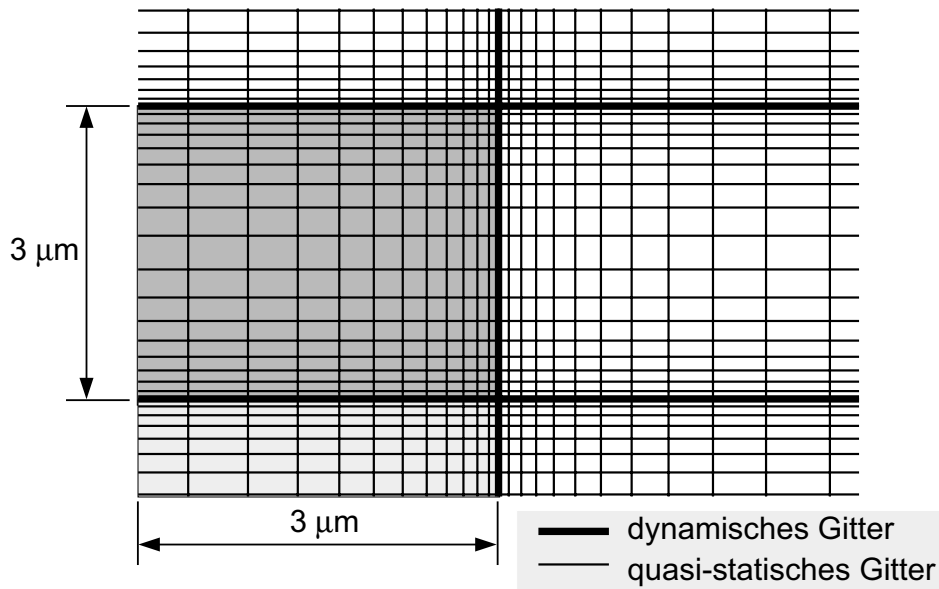


Abbildung 2.5: Dynamisches und quasi-statisches Gitter an der Leiterkante eines Leiters der Dicke $t = 3\mu\text{m}$. Die kleinste Schrittweite des quasi-statischen Gitters beträgt näherungsweise $\delta/3 \approx 0,1\mu\text{m}$.

Würde man Strukturen mit Leitern endlicher Leitfähigkeit mit der konventionellen Methode FDFD berechnen wollen, dann müsste man hierfür das hochauflösende (quasi-statische) Gitter verwenden. Diese Berechnungen sind aber sehr aufwendig. Durch die Kombination von elektrodynamischen und quasi-statischen Rechnungen bei der Hybridmethode erreicht man, dass der Aufwand für die dynamische Rechnung beträchtlich reduziert werden kann. Die quasi-statischen Rechnungen im quasi-statischen Gitter sind mit einem wesentlich geringeren Aufwand als die der konventionellen Methode verbunden. Die Gleichungssysteme der Quasistatik sind in der Regel besser konditioniert als die der konventionellen dynamischen Rechnung.

2.2.3 Analytische Ausdrücke für Korrekturfaktoren

Das singuläre Verhalten des elektromagnetischen Feldes an Kanten und Ecken idealer Leiter kann elektro- bzw. magnetostatisch [43] bestimmt werden. An Kanten längshomogener Wellenleiter kann dieses Verhalten aber auch mit Hilfe der Meixner-Reihen [43] - [44] bestimmt werden. Für Leiter endlicher Leitfähigkeit σ verschwindet die Singularität des Magnetfeldes [45]. Es treten aber dennoch große endliche Werte von B an den Kanten auf. Um dieses Feldverhalten in und an Leitern endlicher Leitfähigkeit zu berücksichtigen, werden in Abschnitt 3.8 analytische Ausdrücke für einige Korrekturfaktoren angegeben. Sie basieren auf magneto-quasistatischen FD-Berechnungen und auf dem einfachen Skin-Effekt-Gesetz [46]. Die Singularität im elektrischen Feld ist auch bei endlicher Leitfähigkeit vorhanden und kann wie an Kanten idealer Leiter bestimmt werden.

2.3 Magneto-Quasistatik und Elektrostatik

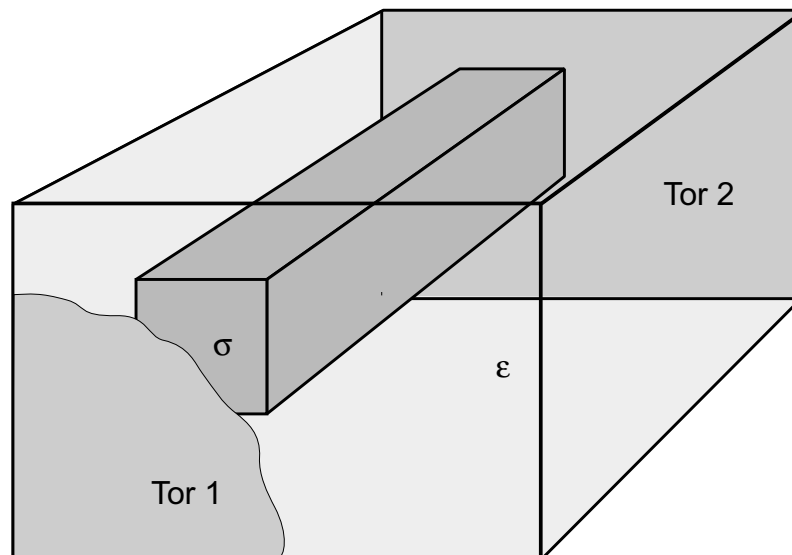


Abbildung 2.6: Leiter endlicher Leitfähigkeit σ eingebettet in ein Dielektrikum der Dielektrizitätszahl $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$.

Um die Vorgehensweise zur Berechnung quasi-statischer Feldverteilungen zu erläutern, wird die Struktur in Abb. 2.6 betrachtet. Ein Leiter der Leitfähigkeit σ verläuft zwischen den Toren 1 und 2 in einem Dielektrikum der Dielektrizitätszahl $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$. Die seitliche Berandung des Rechengebietes wird durch elektrische und/oder magnetische Wände gebildet – mindestens eine der Seitenwände muss eine elektrische Wand sein, da sonst keine elektrostatische Feldverteilung bestimmt werden könnte. Die Berechnungen der Elektrostatik und Magneto-Quasistatik erfolgen getrennt. Um die magneto-quasistatische Feldverteilung zu bestimmen, werden die Tore durch elektrische Wände abgeschlossen. Für das elektrostatische Feld sind magnetische Wände zu wählen.

2.3.1 Magneto-Quasistatik

Um das magneto-quasistatische Feld der Leiteranordnung nach Abb. 2.6 zu berechnen, wird dem Leiter ein quellenfreier Gleichstrom \vec{J}_E eingeprägt. Dieser Gleichstrom bildet die Quelle des magneto-quasistatischen Feldes (siehe auch Kapitel 3 und 4).

Dabei ist die richtige Wahl der Gleichstromanregung \vec{J}_E von Bedeutung. Betrachtet man längshomogene Strukturen (zweidimensionales Problem) wie in Abbildung 2.6 ist die Wahl der Anregung ohne zusätzliche Rechnung möglich (siehe Abschnitt 3.4.3). Schwieriger gestaltet sich die Wahl der Gleichstromanregung dreidimensionaler Strukturen wie in Kapitel 4. Es ist eine zusätzliche FD-Berechnung erforderlich. Das elektrostatische Potential in Leitern muss zusätzlich berechnet werden (siehe Anhang A.3 und Abschnitt 4.2.1). Dazu ordnet man den Leiterquerschnitten in den Toren 1 und 2 der Abbildung 2.6 unterschiedliche Potentiale Φ_1 und Φ_2 als Anregung zu. Die Gleichstromverteilung ergibt sich dann aus dem Gradienten der Potentialverteilung im Inneren des Leiters.

Im Inneren der Struktur nach Abbildung 2.6 verschwindet die Normalkomponente des elektrischen Feldes auf der Leiteroberfläche (die elektrische Verschiebung ist Null). Die Oberfläche verhält sich also wie eine magnetische Wand ($E_n = 0$, $E_t \neq 0$). Die Oberflächen des Leiters in den Toren verhalten sich wie elektrische Wände ($E_t = 0$, $E_n \neq 0$), wodurch eine quellenfreie Gleichstromspeisung überhaupt erst möglich ist. Magnetische Wände würden die Struktur abschließen, so dass eine Stromspeisung nicht möglich wäre.

2.3.2 Elektrostatik

Um das elektrostatische Feld der Struktur nach Abbildung 2.6 zu bestimmen, wird das elektrische Potential Φ berechnet (siehe auch Anhang A.2). Dazu werden dem Leiter und den galvanisch getrennten elektrischen Seitenwänden unterschiedliche Potentiale Φ_i mit $i = 1, \dots$ als Anregung zugeordnet.

Im elektrostatischen Feld verhält sich die Leiteroberfläche im Inneren der Struktur wie eine elektrische Wand ($E_t = 0$, $E_n \neq 0$). Da die Struktur raumladungsfrei ist, sind einzige Ursache des elektrostatischen Feldes statische Flächenladungen auf den Leiteroberflächen und auf den elektrisch leitenden Seitenwänden.

Kapitel 3

Wellenleiterproblem

Mit zunehmender Miniaturisierung von planaren Leitungen (Koplanarleitung, Mikrostreifenleitung) gewinnt der Einfluss endlicher Leitfähigkeiten σ von Leitern an Bedeutung [19, 47]. Für die exakte Berechnung des Ausbreitungsverhaltens (Ausbreitungskonstante k_z und Wellenwiderstand Z_W) von ihnen geführter Wellen dürfen die elektromagnetischen Felder in den Leitern nicht mehr durch die Annahme idealer Leitfähigkeit ($\sigma \rightarrow \infty$) vernachlässigt werden. Der Skin-Effekt muss berücksichtigt werden. Am Beispiel der Koplanarleitung wird dies im Folgenden verdeutlicht.

3.1 Koplanarleitung

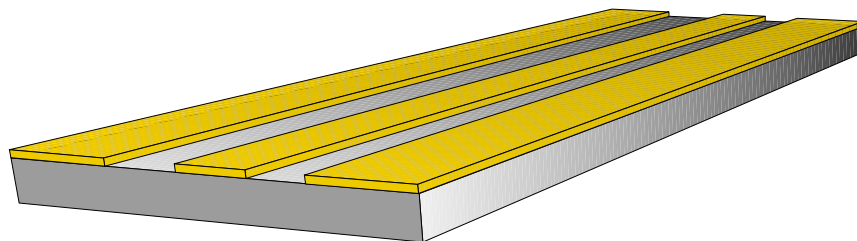


Abbildung 3.1: Koplanarleitung

Die Koplanarleitung (engl.: CPW für Coplanar Waveguide) in Abb. 3.1 ist heute (2002) einer der bevorzugten Leitungstypen in monolithisch integrierten Mikrowellenschaltungen

bis in den Terahertzbereich. Sie zeichnet sich insbesondere durch ihre höhere Integrierbarkeit gegenüber der Mikrostreifenleitung aus. Eine umfassende Beschreibung dieser Leitung ist in [19] zu finden.

Abb. 3.2 veranschaulicht den Querschnitt einer MMIC-Koplanarleitung. Bedingt durch die Miniaturisierung des Leitungsquerschnitts verstärkt sich der Einfluss der Leiterverluste, so dass diese nicht mehr als parasitärer Effekt wie bei hybriden Schaltungen behandelt werden dürfen. Leitungswellen zeigen durch Leiterverluste ein verändertes Ausbreitungsverhalten.

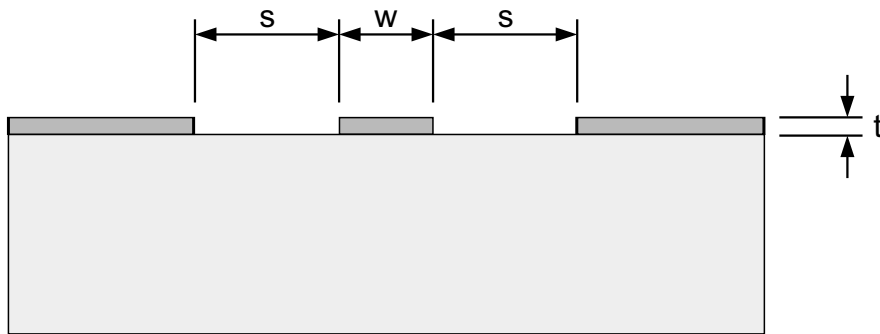


Abbildung 3.2: Querschnitt einer MMIC-Koplanarleitung. Größenordnung der Abmessungen: $s, w = 5 \dots 50 \mu m$; $t = 0,5 \dots 3 \mu m$

Dies wird bereits bei einer pauschalen Betrachtung der Größenverhältnisse deutlich. Die Metallisierungsdicke t liegt typischerweise bei $0,5 \dots 3 \mu m$. Andererseits bewegt sich die Eindringtiefe $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$ für typische Leitfähigkeiten σ im Bereich zwischen $3 \mu m$ bei 1 GHz und $0,3 \mu m$ bei 100 GHz. Selbst die Schlitzbreite s und die Mittelleiterbreite w bleiben nicht immer groß gegenüber der Eindringtiefe δ .

Dieser Wertevergleich macht deutlich, dass einerseits im höheren Frequenzbereich der Skineneffekt so stark ausgeprägt ist, dass sich das elektromagnetische Feld nur auf eine dünne Schicht unterhalb der Leiteroberflächen zusammenzieht. Andererseits ist unter den gegebenen Bedingungen insbesondere im unteren Frequenzbereich ein erheblicher Anteil des Querschnitts der metallischen Leiterfelderfüllt. In Abhängigkeit der Frequenz f findet

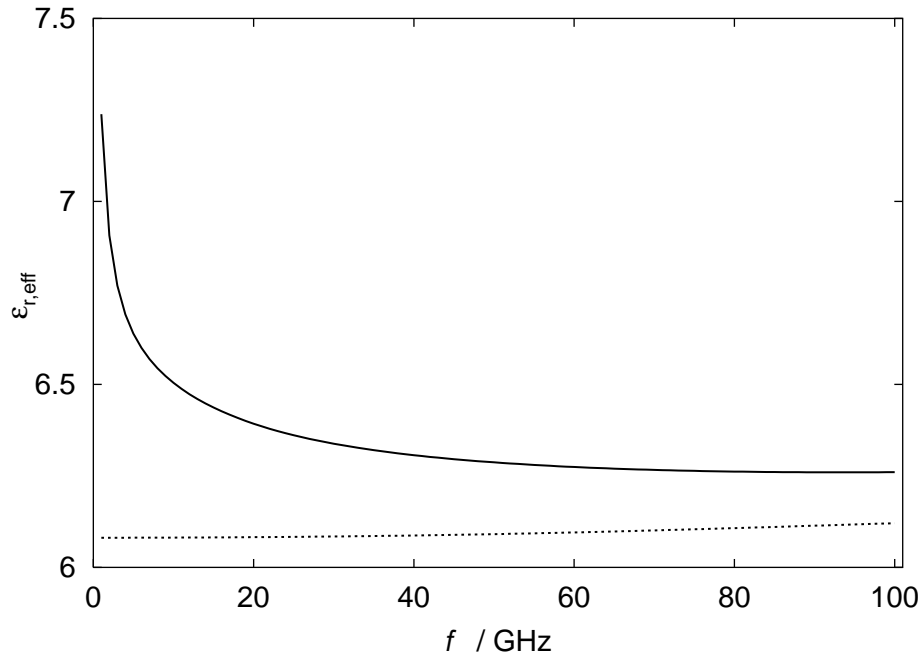


Abbildung 3.3: Effektive relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{r,eff} = (\beta/\beta_0)^2$ der Kopplanarleitung nach Abb. 3.2 mit $s = 15\mu\text{m}$, $w = 20\mu\text{m}$, $t = 3\mu\text{m}$ und $\epsilon_r = 12,9$. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf eine Berechnung mit endlicher Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{S/m}$ der metallischen Leiter und die gestrichelte Linie auf eine Berechnung mit idealen Leitern.

also eine regelrechte Umverteilung des elektromagnetischen Feldes statt. Dabei liegt die Grenze zwischen dem klassischen Skin-Effekt-Bereich und dem Bereich in dem die Leiter vollkommen felddurchflutet sind bei $\delta = t/2$.

Anhand von Abb. 3.3 wird der Einfluss von Leiterverlusten auf das Ausbreitungsverhalten der Kopplanarleitungsele verdeutlicht. Es ist die effektive relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{r,eff} = (\beta/\beta_0)^2$ unter Berücksichtigung von Leiterverlusten als Funktion der Frequenz f dargestellt. Sie wird mit dem idealisierten Wert für ideale Leiter ($\sigma \rightarrow \infty$) verglichen. Dabei ist zunächst festzustellen, dass Nicht-TEM-Effekte zu höheren Frequenzen verschoben erscheinen. Ein positiver Anstieg von $\epsilon_{r,eff}$ und damit Dispersion tritt deshalb erst oberhalb von 100 GHz auf. Dies ist aber eine Folge der miniaturisierten Querschnittsabmessungen und wird nicht durch die endliche Leitfähigkeit der Metallisierung der Kopplanarleitung verursacht. Sie bewirkt, dass der Wert von $\epsilon_{r,eff}$ größer ist, als

wenn ideale Leiter angenommen werden. Ferner wird die ausgeprägte Frequenzabhängigkeit ($\partial\varepsilon_{r,eff}/\partial f < 0$) für $f < 10$ GHz nicht erfasst, wenn man ideale Leiter voraussetzt; ein entsprechendes Dispersionsverhalten ist auch beim Leitungs-Wellenwiderstands Z_W festzustellen. Die endliche Leitfähigkeit hat also nicht nur Auswirkungen auf die Dämpfungskonstante α . Anhand genauer Betrachtungen in [19] wird dieses Verhalten auf die Leitungsinduktivität zurückgeführt. Sie ist direkt mit der sich in Abhängigkeit der Frequenz f ändernden Stromdichteverteilung in den Leitern verknüpft.

3.2 Eigenwellen im Gitter

3.2.1 Eigenwertgleichung im Gitter

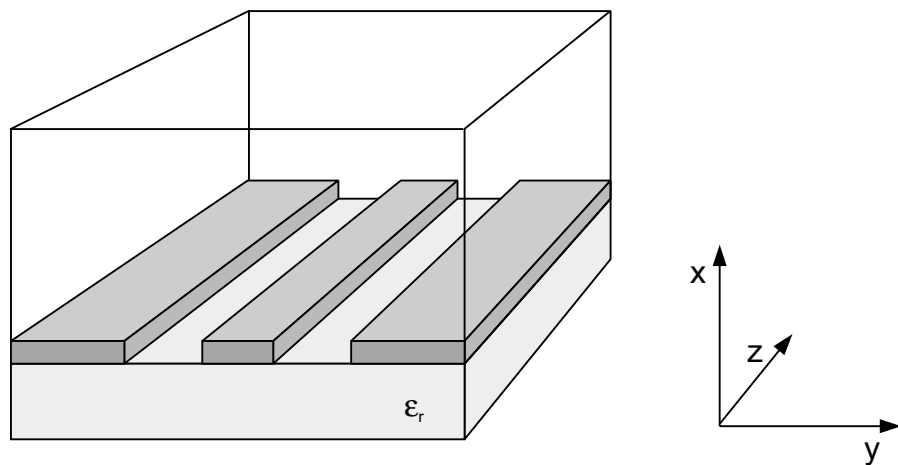


Abbildung 3.4: Abschnitt einer in z-Richtung längshomogenen Koplanarleitung.

Um die Eigenwellen eines Wellenleiters (Koplanarleitung, Mikrostreifenleitung) mit der Hybridmethode HMGD zu bestimmen, muss ein Eigenwertproblem im Gitter gelöst werden. O.B.d.A. gilt für einen in z-Richtung längshomogenen, quellenfreien Wellenleiter (siehe Abb. 3.4), in dem sich Wellen in positiver z-Richtung entsprechend $e^{-jk_z z}$ ausbreiten, die diskrete Eigenwertgleichung (siehe Anhang B.2.1)

$$D'_{\mu_r, yx} [A' - k_0^2 D'_{\varepsilon_r, t} + j\omega\mu_0 D'_{\sigma, t}] \vec{e}'_t = -\gamma(k_z) \vec{e}'_t \quad (3.1)$$

mit

$$\gamma(k_z) = 4 \sin^2 \left(k_z \frac{\Delta z}{2} \right), \quad (3.2)$$

$$D'_{\mu_r, yx} = \begin{pmatrix} D'_{\mu_r, y} & 0 \\ 0 & D'_{\mu_r, x} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$A' = \begin{pmatrix} A'_{xx} & A'_{xy} \\ A'_{yx} & A'_{yy} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$D'_{\varepsilon_r, t} = \begin{pmatrix} D'_{\varepsilon_r, x} & 0 \\ 0 & D'_{\varepsilon_r, y} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

$$D'_{\sigma, t} = \begin{pmatrix} D'_{\sigma, x} & 0 \\ 0 & D'_{\sigma, y} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

$$\vec{e}'_t = \begin{pmatrix} \vec{e}'_x \\ \vec{e}'_y \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Dabei seien hier bereits die Korrekturfaktoren berücksichtigt. Mit Berücksichtigung der Randbedingungen auf der äußeren Berandung des Wellenleiters und bei Vorgabe von k_0 ist ein Eigenwertproblem in $\gamma(k_z)$ für die elektrische Spannung \vec{e}' definiert.

3.2.2 Orthogonalität im Gitter

Entsprechend der Orthogonalitätsbeziehung im \mathbb{R}^3 (siehe Anhang A.5.1 und [48]) lässt sich für die Transversalkomponenten zweier Eigenwellen im Gitter

$$\vec{e}'_{t, i, j}(x, y, z) = \vec{e}'_{t, i, j}(x, y) e^{-jk_{z, i, j} z} \quad (3.8)$$

die Orthogonalitätsbeziehung

$$\vec{e}'_{x,i} \vec{h}'_{y,j} + \vec{e}'_{y,i} \vec{h}'_{x,j} = \delta_{ij} \quad (3.9)$$

mit

$$\vec{h}'_{t,j} = \begin{pmatrix} \vec{h}'_{x,j} \\ \vec{h}'_{y,j} \end{pmatrix} = \frac{1}{k_{z,j} \Delta z \omega \mu_0} \begin{pmatrix} Y'_{xx} & Y'_{xy} \\ Y'_{yx} & Y'_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}'_{x,j} \\ \vec{e}'_{y,j} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

angeben (siehe Anhang B.2.2). Dabei sind die Eigenwellen \vec{e}'_i und \vec{e}'_j mit $k_{z,i}$ und $k_{z,j}$ so normiert, so dass die Orthogonalitätsbeziehung für $i = j$ identisch eins ist. Die Komponenten des Vektors der magnetischen Spannung $\vec{h}'_{t,j}$ sind im selben Querschnitt wie die der elektrischen Spannungen $\vec{e}'_{t,i}$ angeordnet. Normalerweise sind im Yee-Gitter die Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes gegeneinander verschoben (siehe Abb. 2.2).

3.2.3 Leistungsfluss im Gitter

Die in z-Richtung transportierte komplexe Leistung einer Eigenwelle im Gitter $\vec{e}'_i e^{-jk_{z,i}z}$ mit $k_{z,i} = \beta_i - j\alpha_i$ berechnet sich wie im \mathbb{R}^3 (siehe Anhang A.5.2) nach

$$P_{z,i}(z) = \frac{1}{2} \left(\vec{e}'_{x,i} \vec{h}'_{y,i}^* + \vec{e}'_{y,i} \vec{h}'_{x,i}^* \right) e^{-2\alpha z} \quad (3.11)$$

mit Gl. 3.10 und $j = i$ aus dem transversalen Anteil des Vektors \vec{e}'_i der elektrischen Spannung.

3.3 Leitungs-Wellenwiderstand im Gitter

Für geführte Wellen, deren Längskomponenten gegenüber ihren Querfeldkomponenten zu vernachlässigen sind, lässt sich der Leitungs-Wellenwiderstand angeben. Diese Wellenform bezeichnet man als Quasi-TEM-Wellen.

Der Leitungs-Wellenwiderstand von Quasi-TEM-Wellen $e^{\vec{j}}e^{-jk_{z,i}}$ im Gitter, die sich o.B. d.A. in z-Richtung ausbreiten, wird wie im \mathbb{R}^3 (Gl. A.5.3) aus den drei bekannten Definitionen

$$Z_W = \frac{U_{t,i}}{I_{z,i}} \approx \frac{2P_{z,i}(z=0)}{|I_{z,i}|^2} \approx \frac{|U_{z,i}|^2}{2P_{z,i}^*(z=0)} \quad (3.12)$$

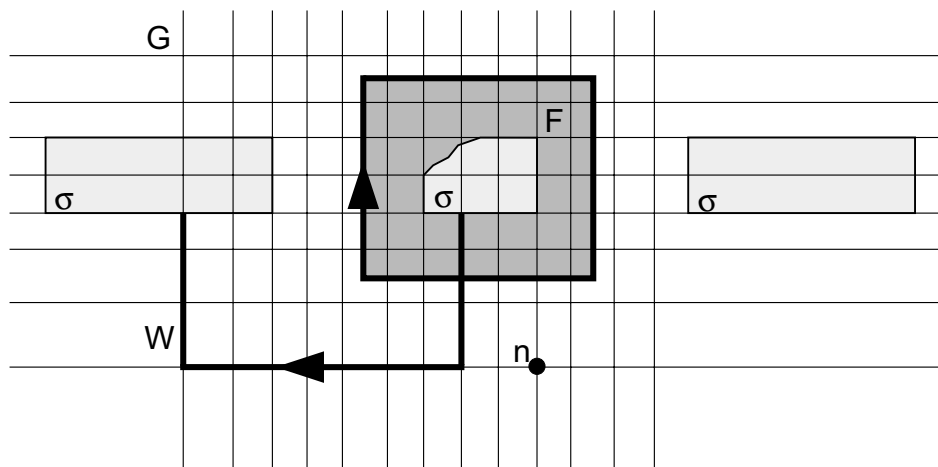


Abbildung 3.5: Integrationsweg W im Gitter G und Integrationsfläche F im dualen Gitter \tilde{G} . Die Bezeichnung n kennzeichnet einen Knoten. Mit σ gekennzeichnete Flächen sind Leiter. Es ist nur das Gitter G eingezeichnet.

bestimmt. Dabei bezeichnet $P_{z,i}(z=0)$ die komplexe Leistung in einer Bezugsebene – hier die Ebene $z=0$ – dieser Welle nach Gl. 3.11. Um die Spannung $U_{t,i}$ zwischen zwei elektrischen Leitern bzw. den Leiterstrom $I_{z,i}$ zu berechnen, definiert man die Vektoren (siehe Abb. 3.5)

$$\vec{u} := (u)_n = \begin{cases} 1 & : n \in W \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (3.13)$$

und

$$\vec{f} := (f)_n = \begin{cases} 1 & : n \in F \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.14)$$

so dass sich für $U'_{t,i}$ und $I'_{z,i}$ die Skalarprodukte

$$U_{t,i} = \vec{u} \vec{e}'_{t,i} \quad (3.15)$$

und

$$I_{z,i} = \vec{f} \vec{i}'_{z,i} = \vec{f} D'_{\sigma,z} \vec{e}'_{z,i} \quad (3.16)$$

mit

$$\vec{e}'_{z,i} = (G_{zx}|G_{zy})\vec{e}'_{t,i} \quad (3.17)$$

(siehe Anhang B.2.3) ergeben. Gl. 3.16 entspricht dabei dem Oberflächenintegral über die elektrische Stromdichte $\sigma \cdot E_z$ im \mathbb{R}^3 .

Alternativ kann man $I'_{z,i}$ – insbesondere wenn Leiter ideal leitend sind – aus dem Durchflutungssatz im Gitter

$$I_{z,i} = \vec{f} \left[(P_y^T | -P_x^T) \vec{h}'_{t,i} - j\omega D'_{\varepsilon,z} \vec{e}'_{z,i} \right] \quad (3.18)$$

mit Gl. 3.10 oder

$$\vec{h}'_{t,i} = \frac{j}{\omega} \begin{pmatrix} D'_{\mu,x} & 0 \\ 0 & D'_{\mu,y} \end{pmatrix}^{-1} \left[\begin{pmatrix} 0 & jk_z \Delta z E \\ -jk_z \Delta z E & 0 \end{pmatrix} \vec{e}'_{t,i} + \begin{pmatrix} P_y \\ -P_x \end{pmatrix} \vec{e}'_{z,i} \right] \quad (3.19)$$

und $\vec{h}'_{t,i} = (\vec{h}'_{x,i}, \vec{h}'_{y,i})^T$ berechnen (siehe Anhang B.2.3). Dabei ist der zweite Term auf der rechten Seite von Gl. 3.18 in der Regel zu vernachlässigen, weil die Wellen quasi-TEM sind.

3.4 Quasi-Statik im Gitter (2D)

Um Korrekturfaktoren für das Wellenleiterproblem zu berechnen, muss das elektrostatische Feld und das magneto-quasistatische Feld eines Wellenleiters berechnet werden. Die zugehörigen Differenzgleichungen ergeben sich unter Vernachlässigung von Verschiebungsströmen bzw. von Wellenausbreitungsvorgängen. O.B.d.A. ist das elektromagnetische Feld des in z -Richtung längshomogenen Wellenleiters in Abb. 3.4 dann unabhängig von z . In den Gitter-Maxwell-Gleichungen (siehe Anhang B.1) ersetzt man deshalb die Untermatrix P_z der Matrizen C und \tilde{C} durch die Nullmatrix 0 und streicht die Verschiebungsströme $j\omega\vec{d}$. Die einzige Stromquelle kann ein z -gerichteter Leiterstrom $D_{\sigma,z}\vec{e}_{z,0}$ sein.

Nach den Gitter-Maxwell-Gleichung

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -P_y^T \\ 0 & 0 & P_x^T \\ P_y^T & -P_x^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{h}_x \\ \vec{h}_y \\ \vec{h}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_{\sigma,z}\vec{e}_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_{\sigma,z}\vec{e}_{z,0} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

und

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & -P_x \\ -P_y & P_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \\ \vec{e}_z \end{pmatrix} = -j\omega \begin{pmatrix} \vec{b}_x \\ \vec{b}_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

ist der z -Anteil der elektrischen Spannung \vec{e} nur mit den Transversalkomponenten $\vec{h}_t = (\vec{h}_x, \vec{h}_y)^T$ der magnetischen Spannung verknüpft. Die transversalen Komponenten \vec{e}_x, \vec{e}_y der elektrischen Spannung sind völlig von \vec{e}_z entkoppelt. Wegen $-P_y\vec{e}_x + P_x\vec{e}_y = 0$ (entspricht $\mathbf{rot}_z \vec{E}_t = 0$ im \mathbb{R}^3) können sie im Gitter aus einem elektrostatischen Potential $\vec{\varphi}$ berechnet werden.

Im zweidimensionalen Fall ($\partial/\partial z = 0$) zerfallen die Gitter-Maxwell-Gleichungen 2.1 und 2.2 also direkt in zwei unabhängige Gleichungssysteme, die ein magneto-quasistatisches $(\vec{e}_z, \vec{h}_x, \vec{h}_y)$ und ein elektrostatisches (\vec{e}_x, \vec{e}_y) Feld beschreiben.

3.4.1 Magneto-Quasistatik im Gitter (2D)

Um das magneto-quasistatische Feld des Wellenleiters im Gitter zu berechnen muss das lineare Gleichungssystem

$$(P_y^T D_{\mu_r, x}^{-1} P_y + P_x^T D_{\mu_r, y}^{-1} P_x + j\omega\mu_0 D_{\sigma, z}) \vec{e}_z = -j\omega\mu_0 D_{\sigma, z} \vec{e}_{z,0} \quad (3.22)$$

für \vec{e}_z unter Berücksichtigung der Randbedingungen gelöst werden. Dabei bezeichnet $\vec{e}_{z,0}$ eine Quelle (zur Herleitung siehe Anhang B.2.4). Gleichung 3.22 entspricht der Differentialgleichung $(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + j\omega\mu_0)E_z = -j\omega\mu_0\sigma_z E_{z,0}$ im \mathbb{R}^2 . Der magnetische Fluss $\vec{b}_t = (\vec{b}_x, \vec{b}_y)$ ergibt sich aus Gleichung 3.21.

3.4.2 Elektrostatik im Gitter (2D)

Das elektrostatische Feld $\vec{e}_t = (e_x, e_y)$ des Wellenleiters im Gitter berechnet sich aus dem elektrostatischen Potential $\vec{\varphi}$:

$$\vec{e}_t = - \begin{pmatrix} -P_x \\ -P_y \end{pmatrix} \vec{\varphi} \quad (3.23)$$

Es muss dafür die zweidimensionale Gitter-Potentialgleichung (zur Herleitung siehe Anhang B.2.5)

$$(P_x^T D_{\varepsilon_r, x} P_x + P_y^T D_{\varepsilon_r, y} P_y) \vec{\varphi} = 0 \quad (3.24)$$

unter Berücksichtigung der Randbedingungen gelöst werden. Gl. 3.24 entspricht der Potentialgleichung $\nabla_{\varepsilon_r} \nabla \Phi = 0$ im \mathbb{R}^2

3.4.3 Quellverteilungen quasistatischer Rechnungen (2D)

Um das quasi-statische Feld eines Wellenleiters zu berechnen, müssen neben den Randbedingungen Quellen vorgegeben werden. Zur Berechnung des magneto-quasistatischen

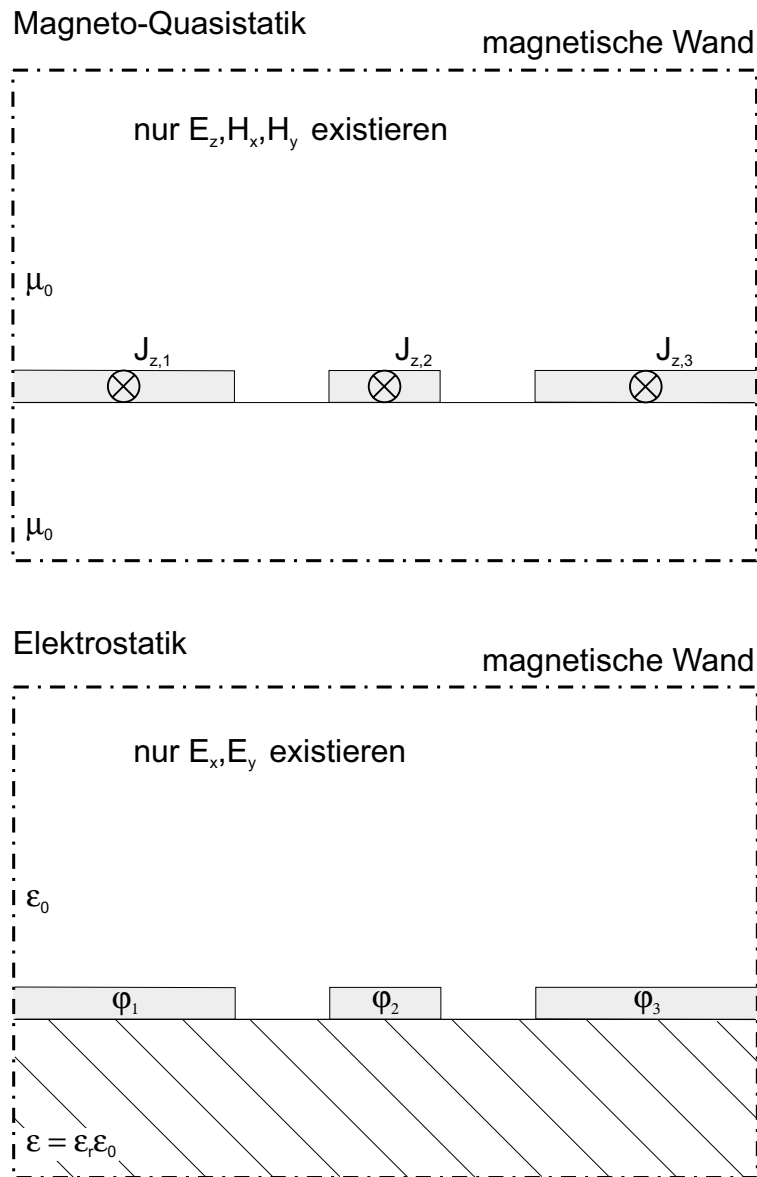


Abbildung 3.6: Quellverteilungen quasistatischer Rechnungen.

Feldes sind wie in Abschnitt 2.3.1 bereits beschrieben Gleichstromanregungen erforderlich. Dazu werden Leitern quellenfreie elektrische Gleichspannungen $\vec{e}_{z,0}$ (siehe Gl. 3.22) eingepreßt, so dass ein Stromfluss in Richtung der Längsachse (hier die z -Richtung) des längshomogenen Wellenleiters erfolgt. Die Quellen des elektrostatischen Feldes sind statische Oberflächenladungen auf elektrischen Leitern. Sie werden als Potentiale definiert.

Die Quellen sind i. Allg. nicht frei wählbar, da unterschiedliche Feldverteilungen angeregt werden können. Sie sind in Anlehnung an den Wellentypen, der berechnet werden soll, zu wählen. Denn wie bereits in Abschnitt 2.2.2 erwähnt sind verschiedene Wellen mit unterschiedlichen Korrekturfaktoren verknüpft.

Anhand von Abb. 3.6 wird die Wahl der Quellverteilungen verdeutlicht. Um ein magnetoquasistatisches Feld zu erzeugen, dessen Komponenten E_z , H_x und H_y die der Kopplanarleitungswelle (Gleichtaktwelle) möglichst gut beschreiben, wählt man eine symmetrische Gleichstrom-Verteilung (z. B. $J_{z,2} = 1, 0$ und $J_{z,1} = J_{z,3} < 0$) bezüglich des Mittelleiters. Für das transversale elektrostatische Feld verwendet man eine symmetrische Potential-Verteilung (z.B. $\varphi_2 = 1$ und $\varphi_1 = \varphi_3 = 0$). Um Korrekturfaktoren für die Schlitzleitungswelle (Gegentaktwelle) zu bestimmen, wählt man antisymmetrische Quellverteilungen (z.B. $J_{z,2} = 0$, $J_{z,1} = 1$ und $J_{z,3} = -1$ sowie $\varphi_1 = 1$ und $\varphi_2 = 0$ und $\varphi_3 = -1$).

3.5 Verifikation der Hybridmethode HMFD (2D)

Die folgenden Betrachtungen dienen der Verifikation der Hybridmethode HMFD anhand des Wellenleiterproblems. Dazu werden die Eigenwellen planarer Leitungen (Kopplanarleitung, Mikrostreifenleitung) betrachtet. Die Referenz bilden konventionelle FDFD-Berechnungen der Leitungen in den hochauflösenden quasi-statischen Gittern von HMFD und der Orthogonalreihenansatz (Mode Matching) nach [19].

Das dynamische und auch das quasi-statische Gitter der Hybridmethode sind nicht-äquidistant gewählt. Dabei beträgt das Verhältnis benachbarter Diskretisierungsschritte (Grading Faktor) im dynamischen Gitter 1,6 und im quasi-statischen 1,3. Die kleinsten Diskretisierungsschritte des dynamischen Gitters liegen in der Größenordnung von Leiterbreiten, Leiterdicken bzw. Schlitzbreiten und die des quasi-statischen in der Größenordnung von $\delta/3$. Dabei ist δ die Skin-Effekt-Eindringtiefe. Damit ergeben sich Diskretisierungen deren Anzahl an Gitterzellen sich um Größenordnungen unterscheiden. Für die im Folgenden betrachtete Kopplanarleitung z. B. besitzt die quasi-statische Diskretisierung 27 mal mehr Gitterzellen als die der dynamischen.

Die Eigenwellen werden durch ihre komplexe Ausbreitungskonstante $k_z = \beta - j\alpha$ und ihren Wellenwiderstand Z_W charakterisiert. In den folgenden Darstellungen wird aber statt der Phasenkonstanten β die effektive relative Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_{r,eff} = (\beta/\beta_0)^2$ verwendet.

3.5.1 Koplanarleitung

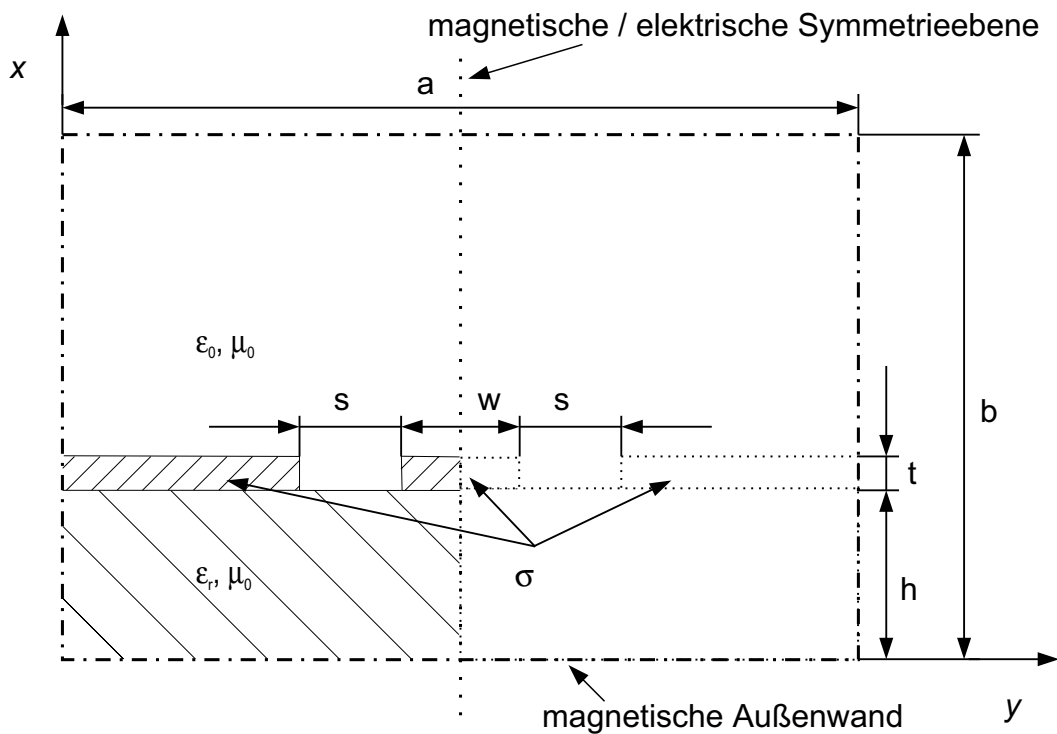


Abbildung 3.7: Querschnitt einer Koplanarleitungs-(Halb)-Struktur. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 450 \mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 1503 \mu\text{m}$, Gesamtbreite $d_{\text{ges}} = 2s + w = 50 \mu\text{m}$, Substratdicke $h = 500 \mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3 \mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\varepsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$.

Abb. 3.7 zeigt den Querschnitt einer Koplanarleitung zusammen mit ihren Randbedingungen (magnetische Wände). Ihre Geometrieabmessungen sowie ihre Materialparameter sind der Bildunterschrift zu entnehmen. Auf Grund der Symmetrie der Struktur genügt die Betrachtung der halben Struktur (hier die linke Hälfte), einer sog. Halbstruktur. Dazu

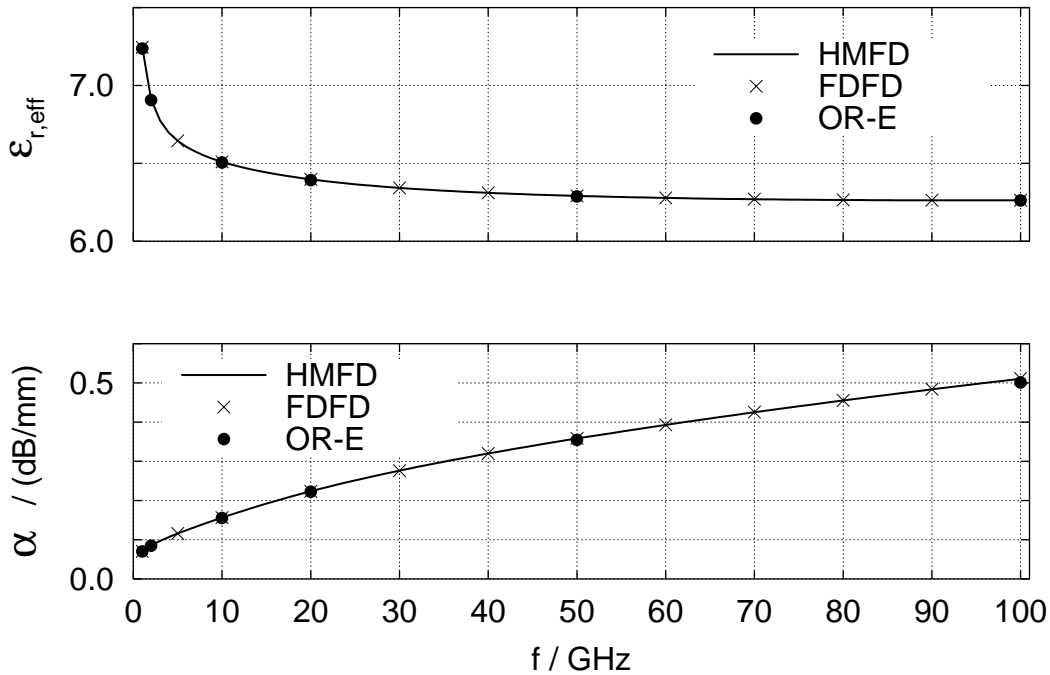


Abbildung 3.8: Effektive relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{r,eff}$ und Dämpfungskonstante α einer Koplantarleitungswelle als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD und dem Orthogonalreihenansatz OR-E nach [19]. Koplantarleitung gemäß Abb. 3.7 mit $w = 20 \mu\text{m}$ und $s = 15 \mu\text{m}$.

wird, um die Koplantarleitungswelle zu berechnen, in der Symmetrieebene eine magnetische Wand eingefügt. Mit einer elektrischen Wand hingegen lässt sich die im Allgemeinen parasitäre Eigenwelle, die Schlitzleitungswelle, bestimmen.

Um die Hybridmethode zu verifizieren, sind in den Abbildungen 3.8 – 3.11 die effektive relative Dielektrizitäts-, die Dämpfungskonstante und der Wellenwiderstand der Koplantarleitungswelle einer Leitung mit $w = 20 \mu\text{m}$ und $s = 15 \mu\text{m}$ und der Schlitzleitungswelle einer Leitung mit $w = 40 \mu\text{m}$ und $s = 5 \mu\text{m}$ als Funktionen der Frequenz f dargestellt. Man sieht sehr gut, dass die Ergebnisse nach der Hybridmethode HMFD, der konventionellen FDFD-Methode und dem Orthogonalreihenansatz OR-E innerhalb der Zeichengenauigkeit übereinstimmen. Für Frequenzen $f < 10 \text{ GHz}$ ist bei beiden Wellen die ausgeprägte Frequenzabhängigkeit ($\partial/\partial f < 0$) von $\epsilon_{r,eff}$ und $\text{Re}\{Z_W\}$ festzustellen. Nicht-TEM-Effekte

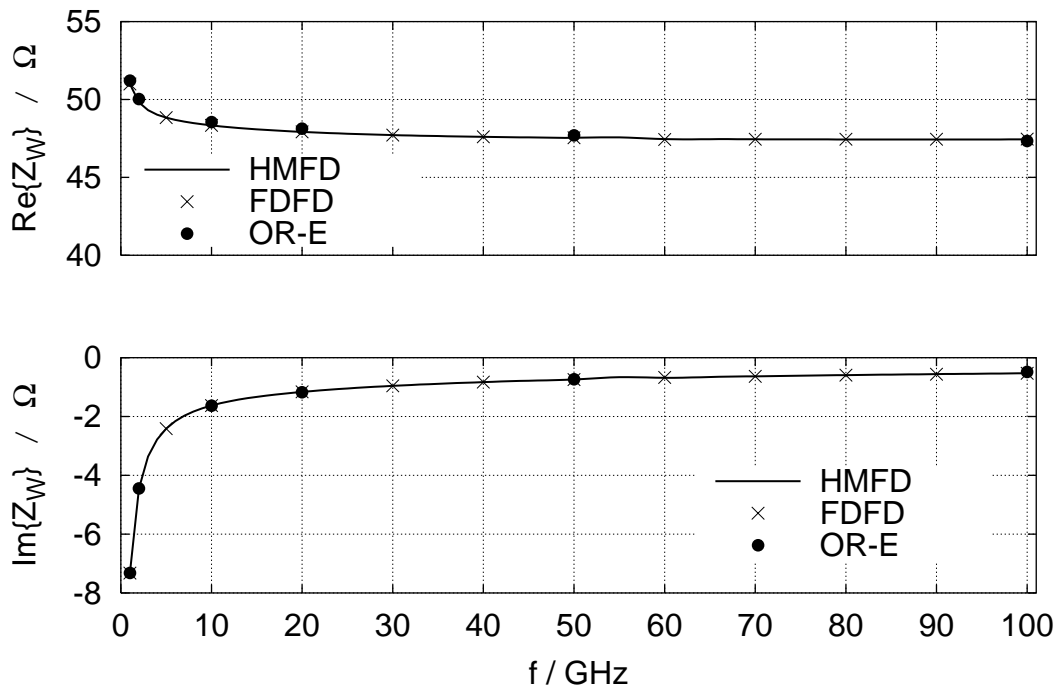


Abbildung 3.9: Real- und Imaginärteil des Wellenwiderstandes Z_W einer Kopplanarleitungswelle als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD und dem Orthogonalreihenansatz OR-E nach [19]. $Z_W = U/I$ und Kopplanarleitung gemäß Abb. 3.7 mit $w = 20 \mu\text{m}$ und $s = 15 \mu\text{m}$.

treten bei der Schlitzleitungswelle aber schon für Frequenzen oberhalb von $f = 50 \text{ GHz}$ und damit wesentlich früher als bei der Kopplanarleitung auf (zur Begründung siehe weiter unten). Die Dämpfungskonstante steigt in beiden Fällen mit der Frequenz f an. Bei $f = 100 \text{ GHz}$ beträgt die Dämpfung für beide Wellen näherungsweise $0,5 \text{ dB/mm}$. Die Wellenwiderstände sind für $f \rightarrow \infty$ reellwertig.

Anhand des relativen Fehlers von k_z und Z_W (Abb. 3.12 und 3.13) wird die gute Übereinstimmung der Ergebnisse der Hybridmethode mit den Referenzwerten genauer überprüft. Dazu werden Berechnung mit der Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD im dynamischen Gitter miteinander verglichen. Für die Hybridmethode HMFD beträgt der relative Fehler in k_z und Z_W der Kopplanarleitungswelle (siehe Abb. 3.12) im Durchschnitt weniger als $0,01 \%$ und der der Schlitzleitungswelle (siehe Abb. 3.13) weni-

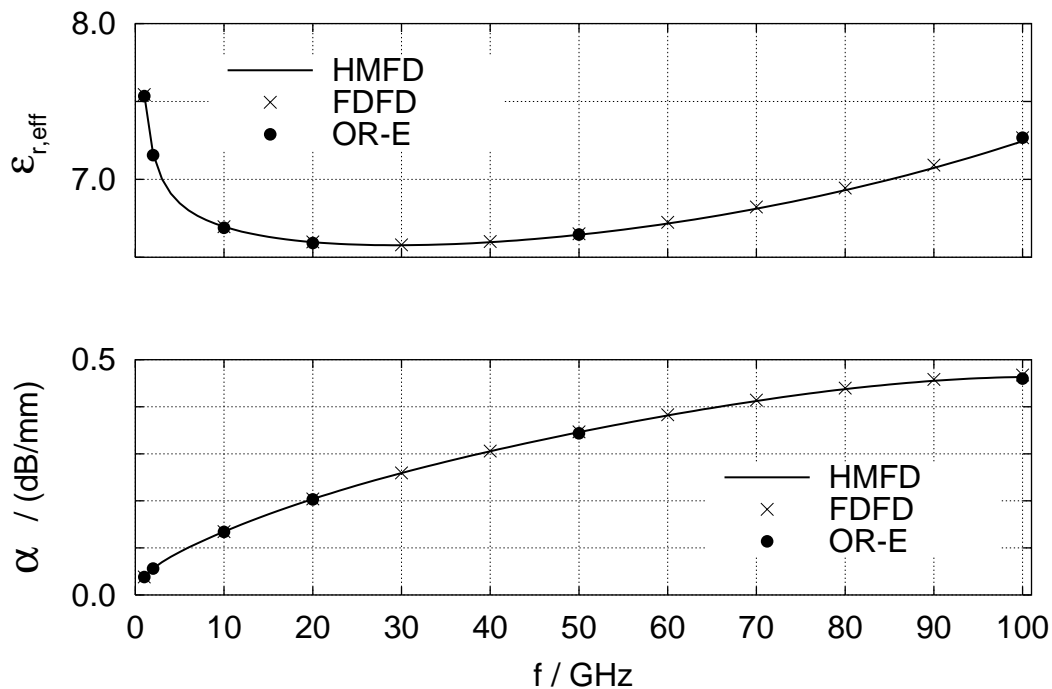


Abbildung 3.10: Effektive relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{r,eff}$ und Dämpfungskonstante α einer Schlitzleitungswelle als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD und dem Orthogonalreihenansatz OR-E nach [19]. Koplanarleitung gemäß Abb. 3.7 mit $w = 40 \mu\text{m}$ und $s = 5 \mu\text{m}$.

ger als 0,1 %. Die Fehler liegen damit um ein bis zwei Größenordnungen unter den in der Praxis üblichen Toleranzen von 1 %. Mit der konventionellen Methode hingegen ergeben sich Fehler von 1 bis 25 %, wenn man die dynamische Diskretisierung verwendet. Durch die Berücksichtigung von Vorkenntnissen ist also eine Reduzierung der Fehler um ein bis drei Größenordnungen möglich.

Die graphische Auswertung der Abbildungen 3.12 und 3.13 ergibt bei der Hybridmethode für die Koplanarleitungswelle eine lineare und für die Schlitzleitungswelle eine quadratische Frequenzabhängigkeit des Fehlers. Anhand einer genaueren Betrachtung der Feldverteilungen der Koplanarleitungs- und der Schlitzleitungswelle, können diese verschiedenen Frequenzabhängigkeiten erklärt werden. Wie in Abb. 3.10 für die Schlitzleitungswelle zu erkennen ist, steigt die effektive relative Dielektrizitätszahl der Schlitzleitungswelle

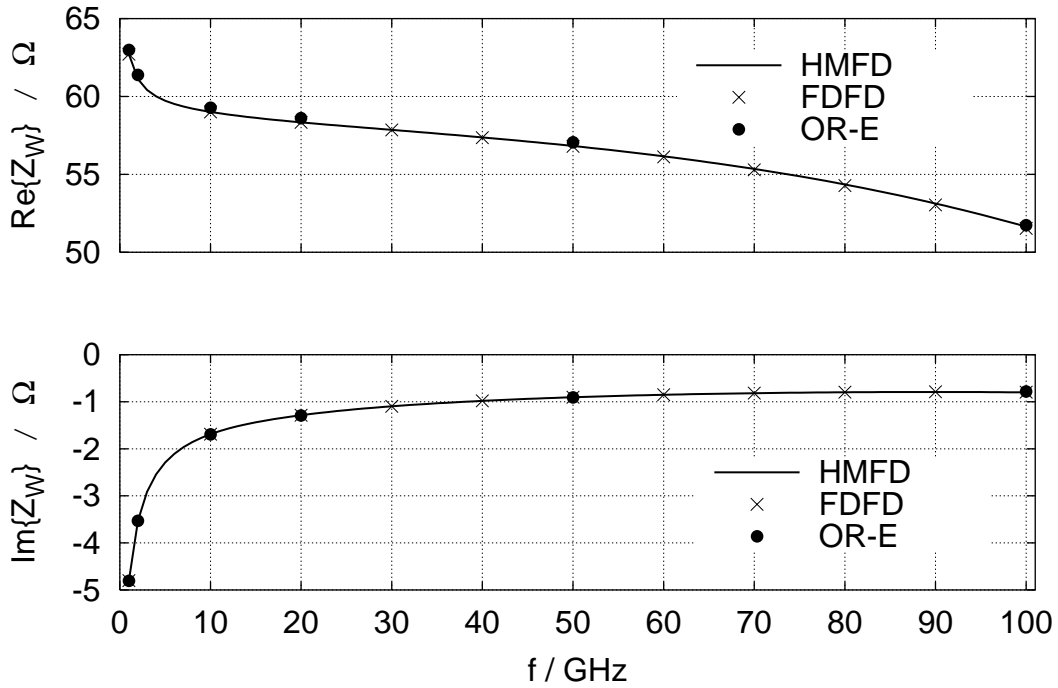


Abbildung 3.11: Real- und Imaginärteil des Wellenwiderstandes Z_W einer Schlitzleitungswelle als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD und einem Orthogonalreihenansatz OR-E [19]. $Z_W = U/I$ und Koplanarleitung gemäß Abb. 3.7 mit $w = 40 \mu\text{m}$ und $s = 5 \mu\text{m}$.

mit der Frequenz an. Dieses Verhalten lässt auf Nicht-TEM-Effekte schließen, die bei der Schlitzleitungswelle stärker ausgeprägt sind als bei der Koplanarleitungswelle. Ein einfaches Modell für die Leitungsströme in beiden Fällen gibt hier Aufschluss. Der Gesamtstrom der Koplanarleitungswelle fließt im Mittelleiter, der in den beiden Massemetallisierungen zu je 50 Prozent zurückfließt. Die charakteristische Abmessung für diesen Wellentypen beträgt deshalb näherungsweise $d_{ges}/2 = s + w/2$ (siehe Abb. 3.7). Für die Schlitzleitungswelle ist der Gesamtstrom im Mittelleiter gleich Null und es fließen zwei entgegengesetzte Ströme in den Massemetallisierungen. Die charakteristische Abmessung für diesen Wellentyp beträgt näherungsweise d_{ges} und ist damit doppelt so groß wie bei der Koplanarleitungswelle. Nicht-TEM-Effekte sind deshalb stärker ausgeprägt. Korrekturfaktoren basieren aber auf der quasi-statischen Näherung. Diese Näherung ist umso

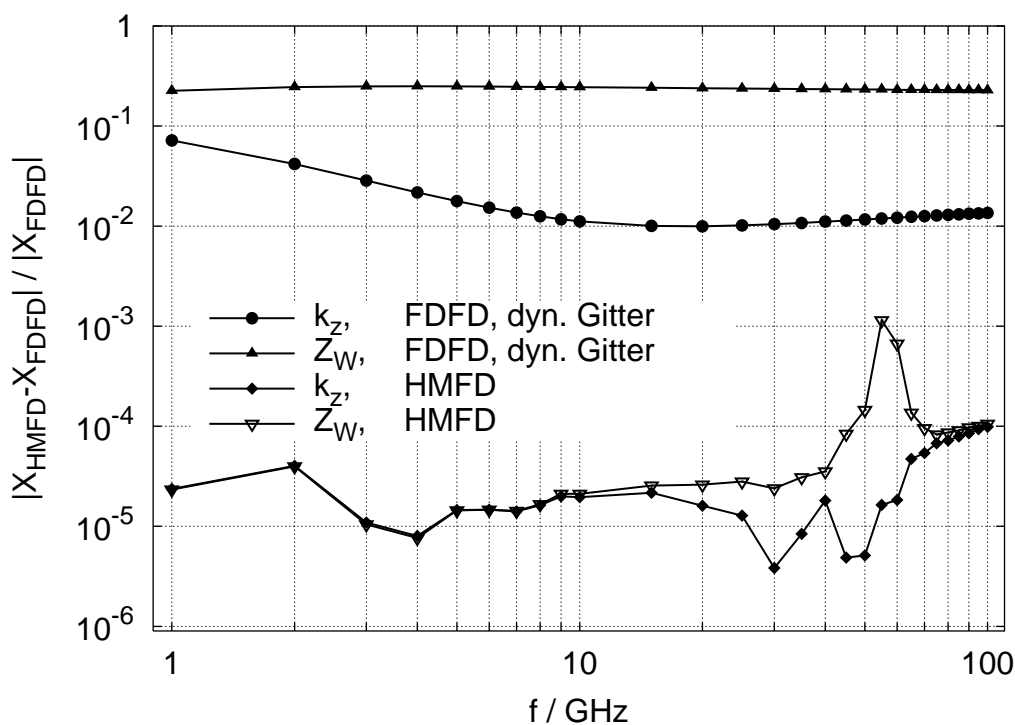


Abbildung 3.12: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W der Kopplanarleitungswelle der Kopplanarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 20 \mu\text{m}$ und $s = 15 \mu\text{m}$. Vergleich von der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD im dynamischen Gitter. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD.

genauer je kleiner die charakteristischen Abmessung im Vergleich zur Wellenlänge sind. Deshalb lässt sich die Kopplanarleitungswelle mit HMFD genauer berechnen.

Berechnungen anderer Kopplanarleitungen mit der Hybridmethode HMFD nach Abb. 3.7 mit $w = 40 \mu\text{m}$ ($s = 5 \mu\text{m}$), mit $w = 10 \mu\text{m}$ ($s = 20 \mu\text{m}$) und mit $w = 20 \mu\text{m}$ ($s = 15 \mu\text{m}$) bestätigen die bis hier diskutierten Ergebnisse. Gegenüber dem Orthogonalreihenansatz OR-E nach [19] betragen die Unterschiede nach der Hybridmethode HMFD und der konventionellen FDFD-Methode weniger als 0,1 % in k_z und weniger als 1 % in Z_W . Sie liegen damit im Unsicherheitsbereich des Orthogonalreihenansatzes.

Neben der Genauigkeit ist die Effizienz eines Rechenverfahrens ein wichtiges Kriterium. Gegenüber der konventionellen Methode FDFD ist mit der Hybridmethode HMFD eine

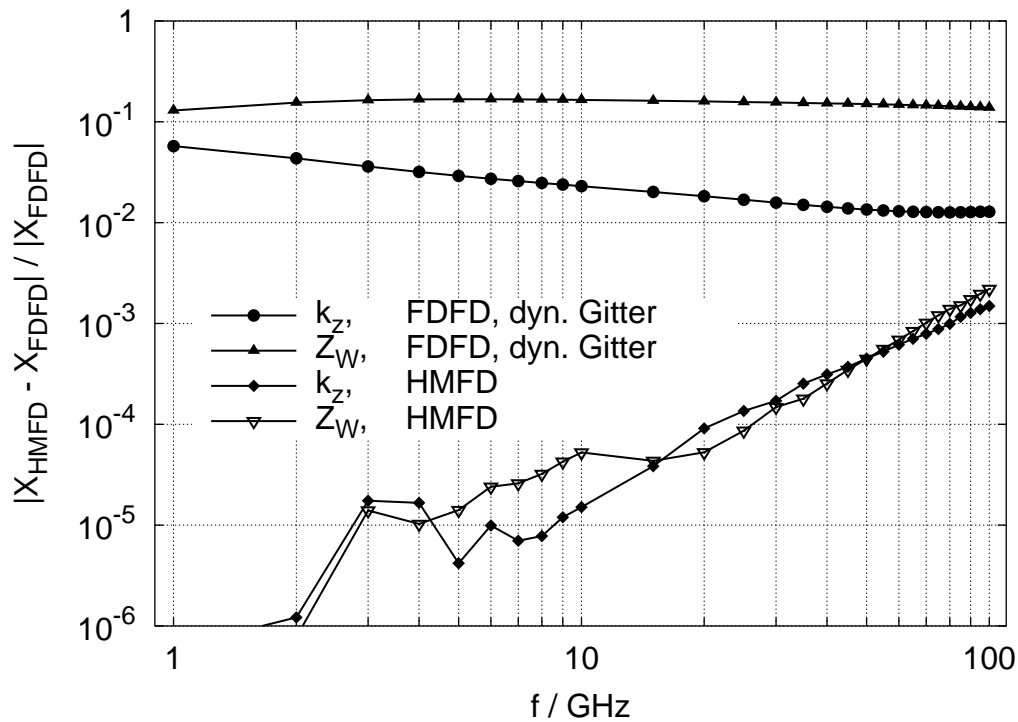


Abbildung 3.13: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W der Schlitzleitungswelle der Koplanarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 40 \mu\text{m}$ und $s = 5 \mu\text{m}$. Vergleich von der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD im dynamischen Gitter. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD.

Reduzierung des Speicherbedarfs um näherungsweise 50 % (Faktor ≈ 2) sowie der Rechenzeit um mehr als 90 % (Faktor > 10) möglich. Im konkreten Fall der in diesem Abschnitt beschriebenen Wellentypen konnte für die Koplanarleitungswellen eine Reduzierung der Rechenzeit um mehr als 93 % (Faktor > 14) sowie für die Schlitzleitungswellen um mehr als 96 % (Faktor > 25) bestimmt werden. Die höhere Effizienz der Berechnungen der Schlitzleitungswellen ist mit einer besseren Konvergenz des iterativen Verfahrens zur Lösung der linearen Gleichungssysteme der Magneto-Quasistatik verbunden. Für den Speicherbedarf der Hybridmethode HMFD sind die quasi-statischen Berechnungen ausschlaggebend, da diese im hochauflösenden quasi-statischen Gitter erfolgen. Jedem Gitterknoten wird nur eine Unbekannte zugeordnet. Bei der konventionellen Methode FDFD hingegen werden

im quasi-statischen Gitter jedem Knoten zwei Unbekannte zugeordnet.

3.5.2 Mikrostreifenleitung

Die Mikrostreifenleitung ist neben der Koplanarleitung die gebräuchlichste Leitung in planaren Mikrowellenschaltungen. Die Feldverteilung ihrer Grundwelle unterscheidet sich grundlegend von denen der Koplanar- und der Schlitzleitungswelle (siehe auch [19]). Nicht-TEM-Effekt sind bei ihr für gebräuchliche Dimensionen stärker als bei der Koplanarleitungswelle ausgeprägt.

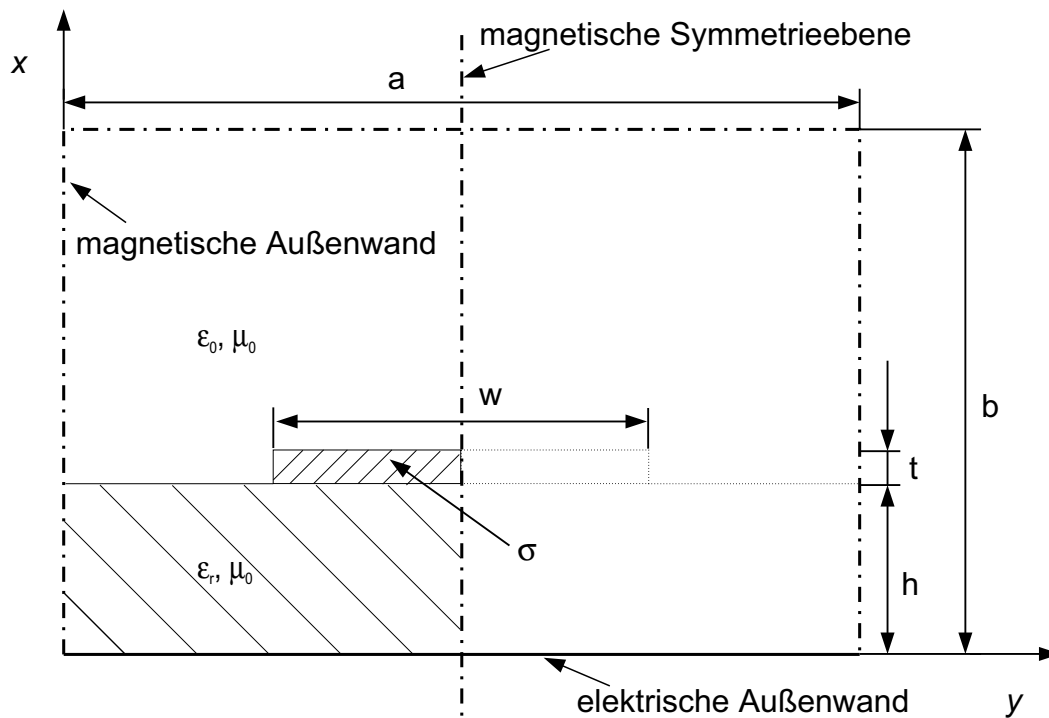


Abbildung 3.14: Betrachteter Querschnitt einer Mikrostreifenleitungs-(Halb)-Struktur. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 572 \mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 1103 \mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 72 \mu\text{m}$, Substratdicke $h = 100 \mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3 \mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$.

In Abb. 3.14 ist der Querschnitt einer Mikrostreifenleitung dargestellt; ihre Geometrieab-

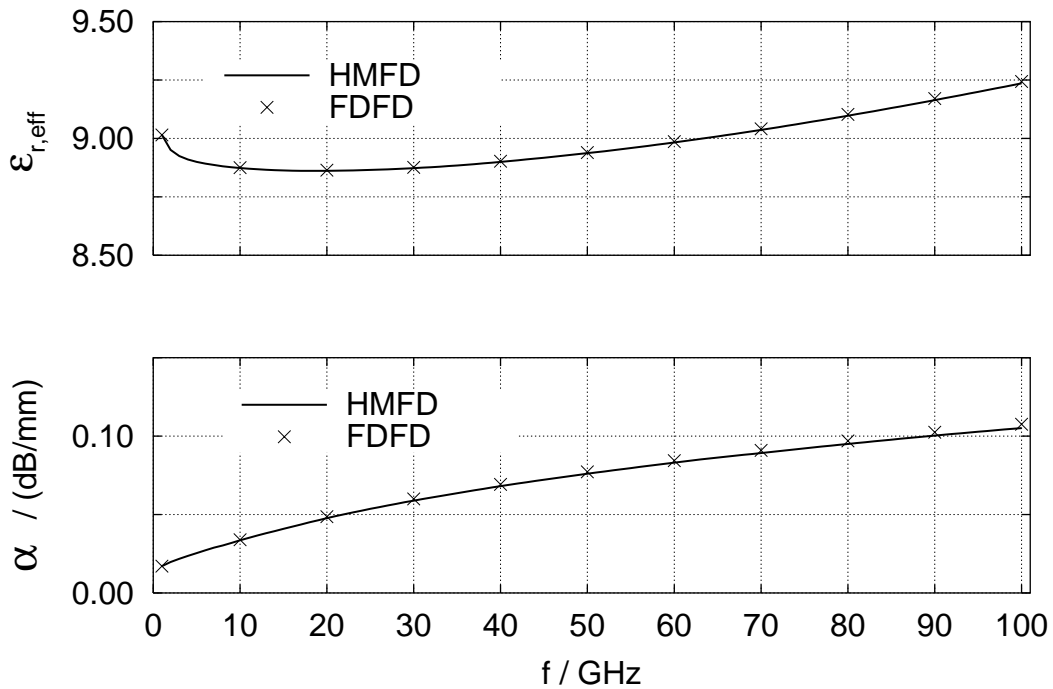


Abbildung 3.15: Effektive relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{r,eff}$ und Dämpfungskonstante α der Grundwelle der Mikrostreifenleitung nach Abb. 3.14 als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD.

messungen und Materialparameter sind der Bildunterschrift zu entnehmen. Sie wird nach oben und an den Seiten von magnetischen Wänden begrenzt; die Massemetallisierung wird durch eine elektrische Wand gebildet. Es wird nur die linke Halbstruktur betrachtet; eine magnetische Wand bildet die Symmetrieebene.

Wie die Grundwellen der Koplanarleitung lässt sich auch die Grundwelle der Mikrostreifenleitung ($\epsilon_{r,eff}$, Z_W) sehr gut mit der Hybridmethode berechnen. Anhand von Abb. 3.15 und Abb. 3.16 wird die Hybridmethode mit der konventionellen FDFD-Methode verglichen. Die Übereinstimmung der Ergebnisse liegt dabei im Rahmen der Zeichengenauigkeit. Wie bereits einleitend erwähnt, sind Nicht-TEM-Effekte für gebräuchliche Dimensionen stärker ausgeprägt als bei der Koplanarleitungswelle. Oberhalb von $f = 30$ GHz steigen $\epsilon_{r,eff}$ und $\text{Re}\{Z_W\}$ mit der Frequenz f an. Auch für diesen Wellentyp ist die durch Leiterverluste bedingte negative Frequenzabhängigkeit für Frequenzen f kleiner als 10 GHz

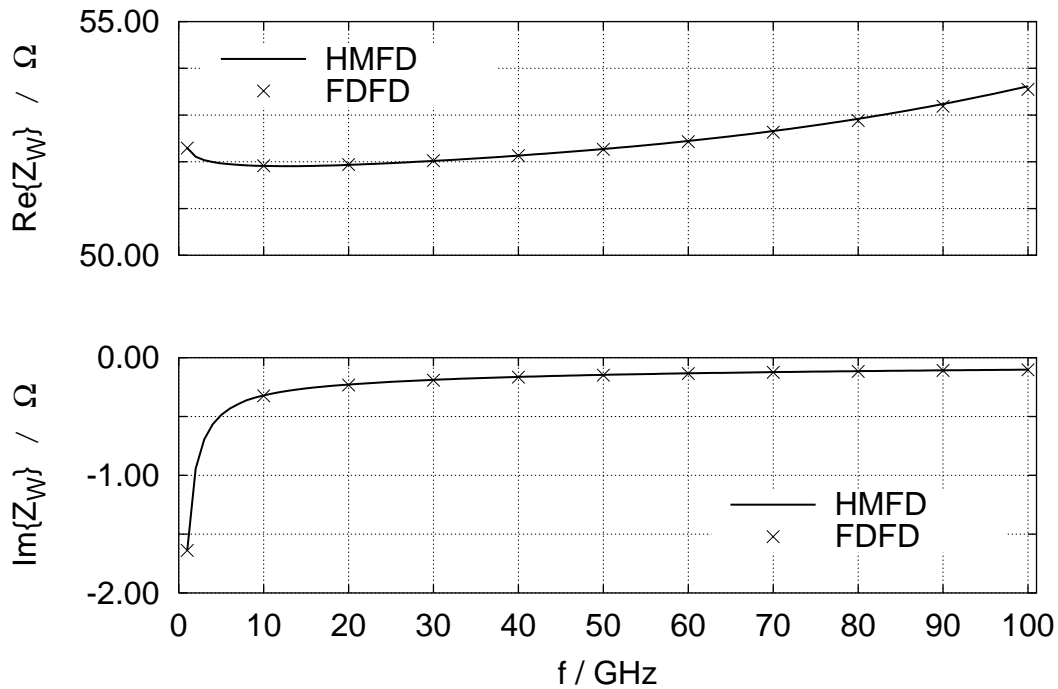


Abbildung 3.16: Real- und Imaginärteil des Wellenwiderstandes $Z_W = P/|I|^2$ der Grundwelle der Mikrostreifenleitung nach Abb. 3.14 als Funktion der Frequenz. Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD.

festzustellen. Die Dämpfungs konstante liegt bis $f = 100$ GHz unterhalb von 0,11 dB/mm. Sie ist auf Grund der größeren Leiterabmessungen kleiner als bei der zuvor diskutierten Koplanarleitung. Der Wellenwiderstand ist für $f \rightarrow \infty$ reellwertig.

Eine genauere Analyse der Unterschiede zwischen HMFD und FDFD ist wie bei der Koplanarleitung anhand des relativen Fehlers von k_z und Z_W (siehe Abb. 3.17) möglich. Dazu werden Ergebnisse von HMFD und FDFD im dynamischen Gitter miteinander verglichen. Für die Hybridmethode ergibt sich sowohl für k_z als auch für Z_W ein Fehler von kleiner als 0,1 %. Seine Frequenzabhängigkeit ist mit einem Exponenten in der Größenordnung von 1,5 weniger stark ausgeprägt als bei der Schlitzleitungswelle der zuvor diskutierten Koplanarleitung. Die Ursache für diese Frequenzabhängigkeit sind aber wie bei Schlitzleitungswelle Nicht-TEM-Effekt. Für die konventionelle Methode im dynamischen Gitter ergeben sich Fehler in der Größenordnung von 1 bis 10 %, weil man die Skin-Eindringtiefe

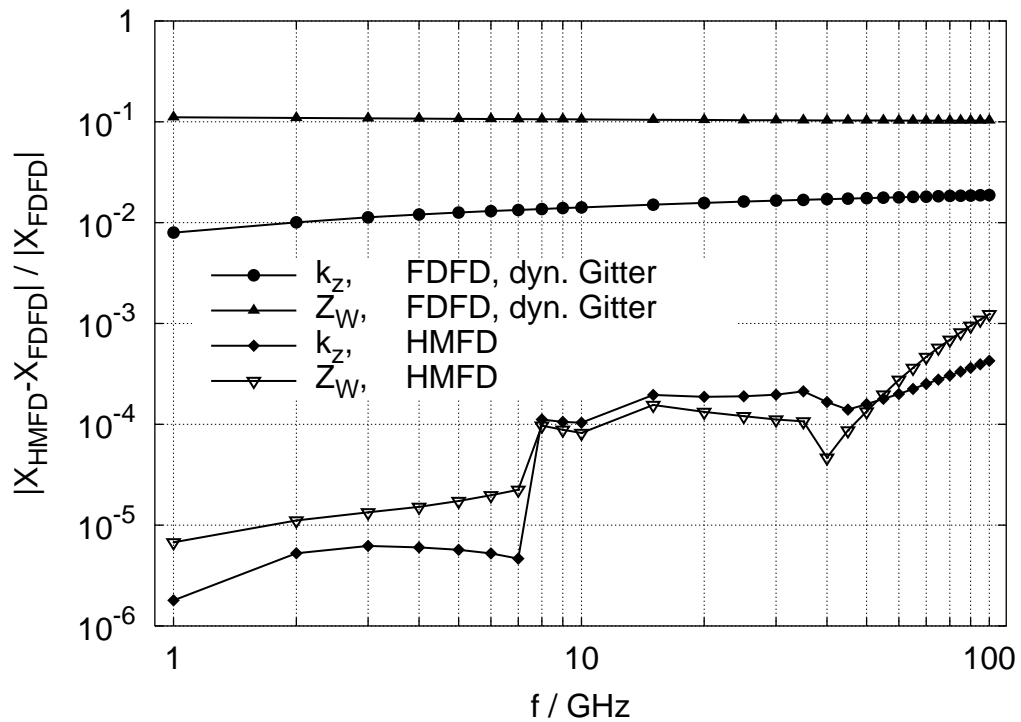


Abbildung 3.17: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W der Grundwelle der Mikrostreifenleitung nach Abb. 3.14 Vergleich von der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD im dynamischen Gitter. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD.

δ in Leitern und große Feldgradienten infolge von Feldsingularitäten an Leiterkanten nicht auflöst. Die Ergebnisse der Hybridmethode für die Mikrostreifenleitung liegen aber wie auch die der Koplanarleitung im Bereich der praktisch relevanten Toleranz von 1 %.

Die höhere Effizienz der Hybridmethode gegenüber der konventionellen Methode FDFD wird auch anhand der Mikrostreifenleitung bestätigt. Die Rechenzeit konnte um näherungsweise 92 % (Faktor > 12) und der Speicherbedarf um 50 % (Faktor ≈ 2) reduziert werden. Dabei ist die Genauigkeit der Hybridmethode vergleichbar mit der der konventionellen FDFD-Methode im quasi-statischen Gitter.

3.6 Mehrmodenausbreitung (2D)

In Abschnitt 3.5 wird die Hybridmethode HMFD an Halbstrukturen verifiziert. Dadurch können verschiedene Wellen – wie bei der Koplanarleitung die beiden Grundwellen (Koplanarleitungs- und Schlitzleitungswelle) – getrennt berechnet und analysiert werden. Unterschiedliche Wellen besitzen aber auch verschiedene Korrekturfaktoren. Für die Berechnung von Eigenwellen auf Mehrmodenleitungen – es sind gleichzeitig mehrere Wellen ausbreitungsfähig – mit Gl. 3.1 können aber jeweils nur Vorkenntnisse über eine Welle verwendet werden. Es ist deshalb zu untersuchen, wie Unterschiede in den Korrekturfaktoren sich auf die Berechnung der Ausbreitungseigenschaften der jeweils anderen Welle auswirken, wenn man nicht mehr Halbstrukturen, sondern Gesamtstrukturen betrachtet. Dazu werden im Folgenden die Grundwellen gekoppelter Mikrostreifenleitungen und einer Koplanarleitung analysiert. In beiden Fällen sind jeweils eine Gleichtakt- und eine Gegentaktwelle ausbreitungsfähig. Die Referenz für die Ergebnisse (k_z und Z_W) von HMFD ist die konventionelle FDFD-Methode in den quasi-statischen Gittern der Hybridmethode.

3.6.1 Gekoppelte Mikrostreifenleitungen

Gekoppelte Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18 besitzen die zur Koplanarleitung duale Leiteranordnung. Es handelt sich dabei um zwei Mikrostreifenleitungen bei denen infolge der geringen Schlitzbreite s eine Verkopplung der Grundwellen auftritt.

Die Geometrieabmessungen und Materialparameter von gekoppelten Mikrostreifenleitungen für die Betrachtungen in diesem Abschnitt sind der Bildunterschrift von Abb. 3.18 zu entnehmen. Die Struktur wird an den Seiten und nach oben durch magnetische Wände begrenzt. Die Massemetallisierung wird durch eine elektrische Wand nachgebildet.

Der Einfluss der Wahl der Korrekturfaktoren auf das Wellenleiterproblem wird anhand des relativen Fehler der Ausbreitungskonstanten k_z und der Wellenwiderstände Z_W (siehe Abb. 3.19 und 3.20) der Gegentakt- und Gleichtaktwelle (Gegentaktwelle: Leiterströme fließen entgegengesetzt; Gleichtaktwelle: Leiterströme fließen gleichgerichtet) diskutiert. Dabei bezieht sich die Bezeichnung „K-Fak. Ge-T“ auf die Korrekturfaktoren der Ge-

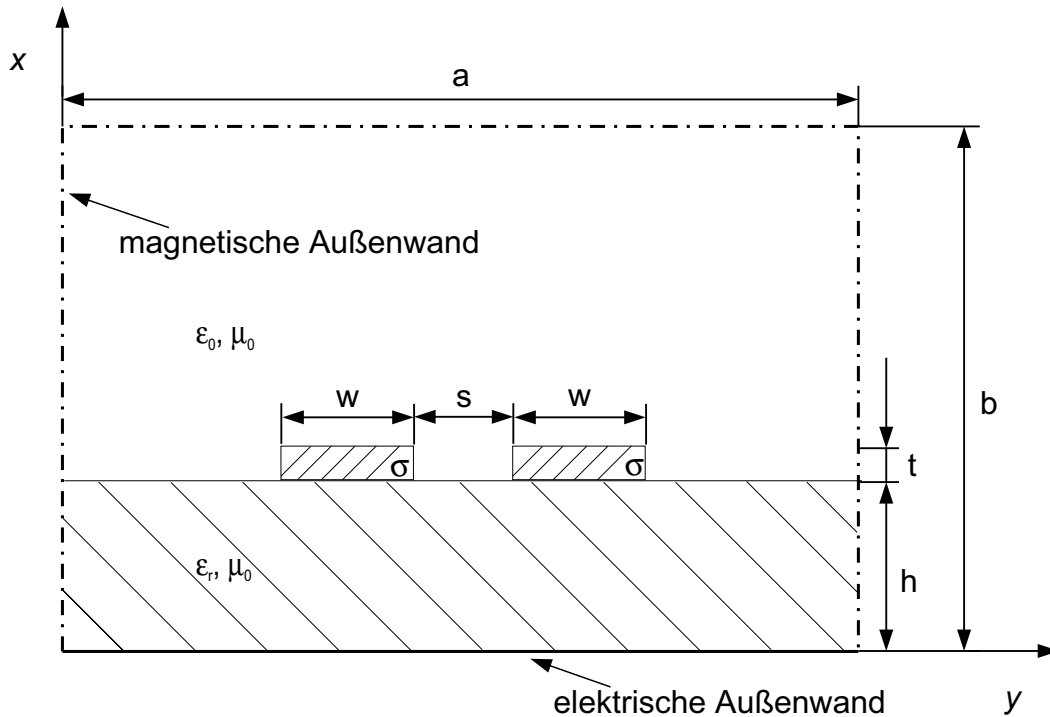


Abbildung 3.18: Querschnitt von gekoppelten Mikrostreifenleitungen. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 664 \mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 1103 \mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 72 \mu\text{m}$, Schlitzbreite $s = 20 \mu\text{m}$, Substratdicke $h = 100 \mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3 \mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$.

gentaktwelle und „K-Fak. GI-T“ auf die Korrekturfaktoren der Gleichtaktwelle. In den Abbildungen 3.19 und 3.20 werden jeweils Ergebnisse zweier Berechnungen der Grundwellen mit der Hybridmethode verglichen. Dabei unterscheiden sich die Berechnungen nur in den Korrekturfaktoren.

Die Ergebnisse der Hybridmethode beziehen sich auf eine quasi-statische Diskretisierung, die vierzig mal mehr Gitterzellen als die dynamische besitzt. Im dynamischen Gitter ist die Metallisierungsdicke t sowie die Schlitzbreite s mit einem und die Leiterbreite w ist mit zwei Gitterschritten diskretisiert. Das Verhältnis benachbarter Zellen (Grading Faktor) im dynamischen Gitter beträgt 1,6 und im quasi-statischen 1,3.

Man erkennt in Abb. 3.19 und Abb. 3.20, dass die beiden Wellen im untersuchten Fre-

quenzbereich mit einem Fehler von weniger als 0,1 % bestimmt werden können, wenn man jeweils die den Eigenwellen entsprechenden Korrekturfaktoren verwendet. Benutzt man aber z.B. die Korrekturfaktoren der Gleichtaktwelle (siehe Abb. 3.19), um die Ausbreitungskonstante k_z und den Wellenwiderstand Z_W der Gegentaktwelle zu berechnen, dann kann der Wellenwiderstand nur noch mit einem Fehler in der Größenordnung von 10 % und die Ausbreitungskonstante mit einer Abweichung von weniger als 1 % bestimmt werden.

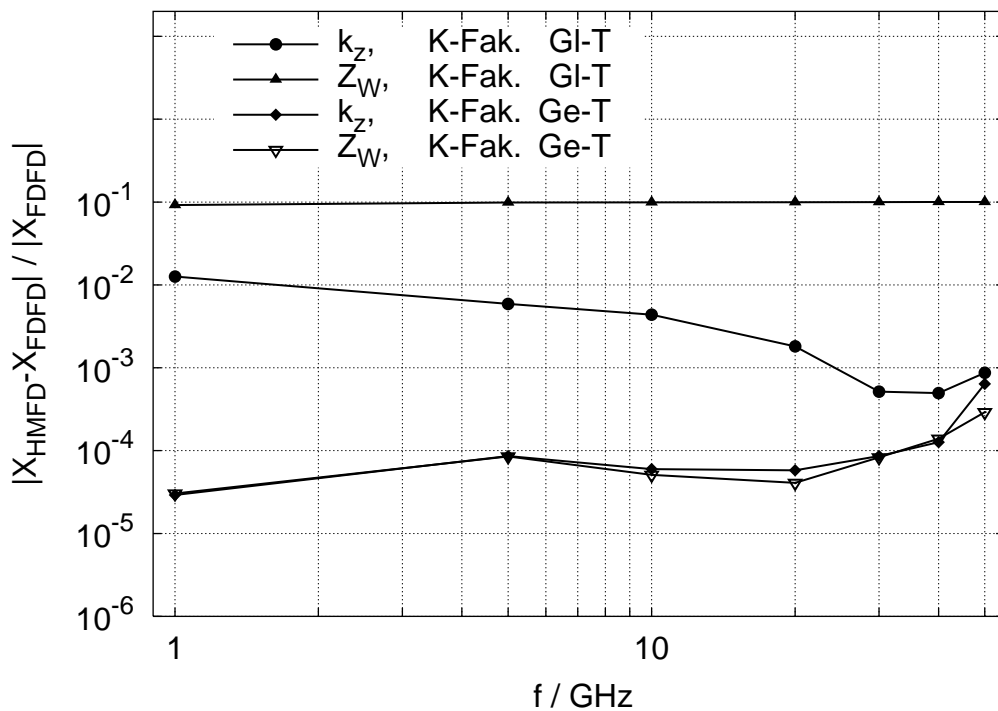


Abbildung 3.19: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes $Z_W = P/|I|^2$ nach der Hybridmethode der Gegentaktwelle von gekoppelten Mikrostreifenleitungen. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFd. Erläuterung der Legende: K-Fak. Gl-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Gleichtaktwelle, K-Fak. Ge-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Gegentaktwelle. Gekoppelte Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18.

Etwas besser verhält es sich, wenn man die Korrekturfaktoren der Gegentaktwelle verwendet, um die Gleichtaktwelle zu berechnen. Der relative Fehler des Wellenwiderstandes

der Gleichtaktwelle ist dann kleiner als 3 % und der der Ausbreitungskonstanten kleiner als 0,4 % (siehe Abb. 3.20).

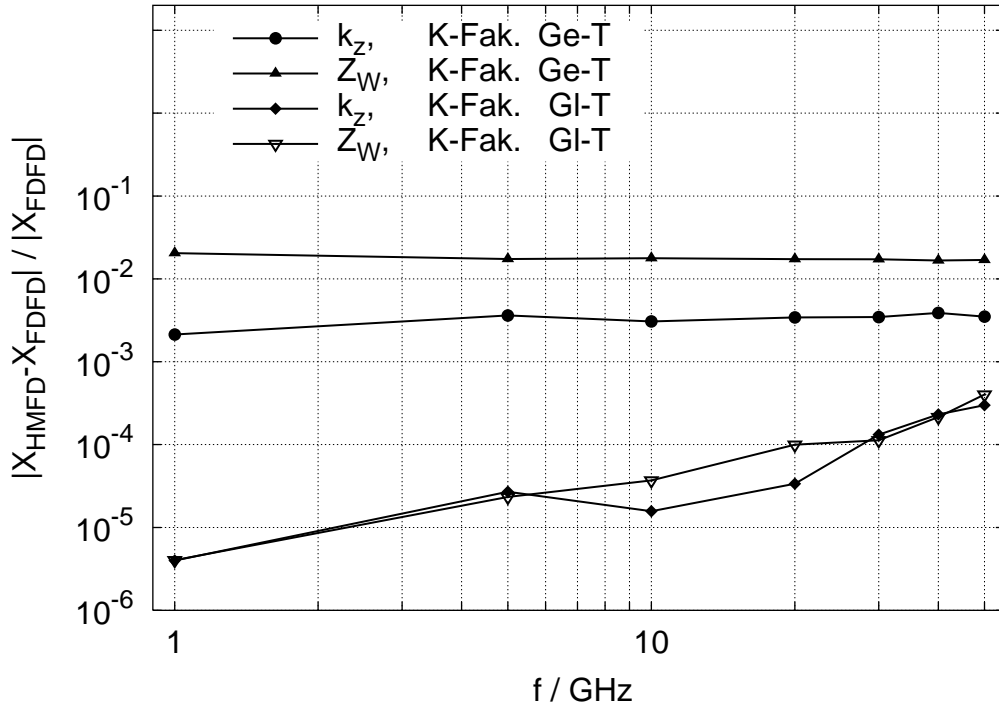


Abbildung 3.20: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes $Z_W = P/|I|^2$ nach der Hybridmethode der Gleichtaktwelle von gekoppelten Mikrostreifenleitungen. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFDF. Erläuterung der Legende: K-Fak. GI-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Gleichtaktwelle, K-Fak. Ge-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Gegentaktwelle. Gekoppelte Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18.

Der Imaginärteil von $k_z = \beta - j\alpha$, die Dämpfungskonstante α , sowie der Imaginärteil des Leitungs-Wellenwiderstandes $\text{Im}\{Z_W\}$ sind sekundäre Größen. Sie sind in der Regel um Größenordnungen kleiner als β bzw. $\text{Re}\{Z_W\}$. Die Abbildungen 3.19 und 3.20 geben also in erster Linie die Fehler in β sowie in $\text{Re}\{Z_W\}$ wieder. Es ist deshalb sinnvoll die Real- und Imaginärteile getrennt zu betrachten. Danach ist der Fehler in α der Gegentaktwelle kleiner als 0,019 dB/mm und kleiner als 0,44 Ω in $\text{Im}\{Z_W\}$, wenn man die Korrekturfaktoren der Gleichtaktwelle verwendet. Für die Gleichtaktwelle beträgt die Abweichung in

α bis zu 0,017 dB/mm und in $\text{Im}\{Z_{W_s}\}$ nicht mehr als 0,09 Ω , wenn man die Korrekturfaktoren der Gegentaktwelle verwendet. Im zu Grunde liegenden Frequenzbereich ist die Dämpfungskonstante α aber für die Gegentaktwelle kleiner als 0,2 dB/mm und für Gleichtaktwelle kleiner als 0,05 dB/mm. Der Betrag des Imaginärteils des Wellenwiderstandes der Gegentaktwelle ist kleiner als 5 Ω und der der Gleichtaktwelle kleiner als 1 Ω . Verglichen mit diesen Werten sind die relativen Fehler verhältnismäßig groß.

Um diese Fehler zu reduzieren ist notwendig die dynamische Diskretisierung zu verfeinern. Eine Erhöhung der Auflösung des quasi-statischen Gitters hätte wenig Einfluss auf das Ergebnis, da die Skin-Effekt-Eindringtiefe δ bereits ausreichend aufgelöst ist. Den folgenden Betrachtungen liegt deshalb eine dynamische Diskretisierung zu Grunde, deren Gitterzellen, die an Materialübergänge (Metall – Vakuum, Metall – Dielektrikum) grenzen in der Größenordnung der Metallisierungsdicke $t = 3\mu\text{m}$ liegen. Unter Verwendung dieses dynamischen Gitters betragen die Abweichungen der Werte von k_z gegenüber den Vergleichswerten für beide Wellen weniger als 0,3 % und die Wellenwiderstände Z_W sind nur noch mit einer Ungenauigkeit von 1 % beaufschlagt. Eine genauere Betrachtung der sekundären Größen (α und $\text{Im}\{Z_W\}$) ergibt für α der Gegentaktwelle einen Fehler von kleiner als 0,004 dB/mm und für $\text{Im}\{Z_W\}$ einen Fehler von kleiner als 0,095 Ω , wenn man die Korrekturfaktoren der Gleichtaktwelle verwendet. Für die Gleichtaktwelle beträgt die Abweichung in α nur noch 0,001 dB/mm und 0,005 Ω in $\text{Im}\{Z_W\}$, wenn man die Korrekturfaktoren der Gegentaktwelle verwendet. Damit liegen die Abweichungen der Hybridmethode in k_z und Z_W gegenüber den Referenzwerten im Bereich der praktisch relevanten Toleranz von 1 % und auch die Fehler in den sekundären Größen sind unter praktischen Gesichtspunkten akzeptabel.

3.6.2 Koplanarleitung

In Abb. 3.21 ist der Querschnitt einer Koplanarleitung dargestellt; ihre Geometrieabmessungen und Materialparameter sind der Bildunterschrift zu entnehmen. Sie wird von magnetischen Wänden begrenzt. Man unterscheidet die Koplanarleitungswelle (CPW) und die Schlitzleitungswelle (CPS). Die Koplanarleitungswelle bezeichnet der Verfasser

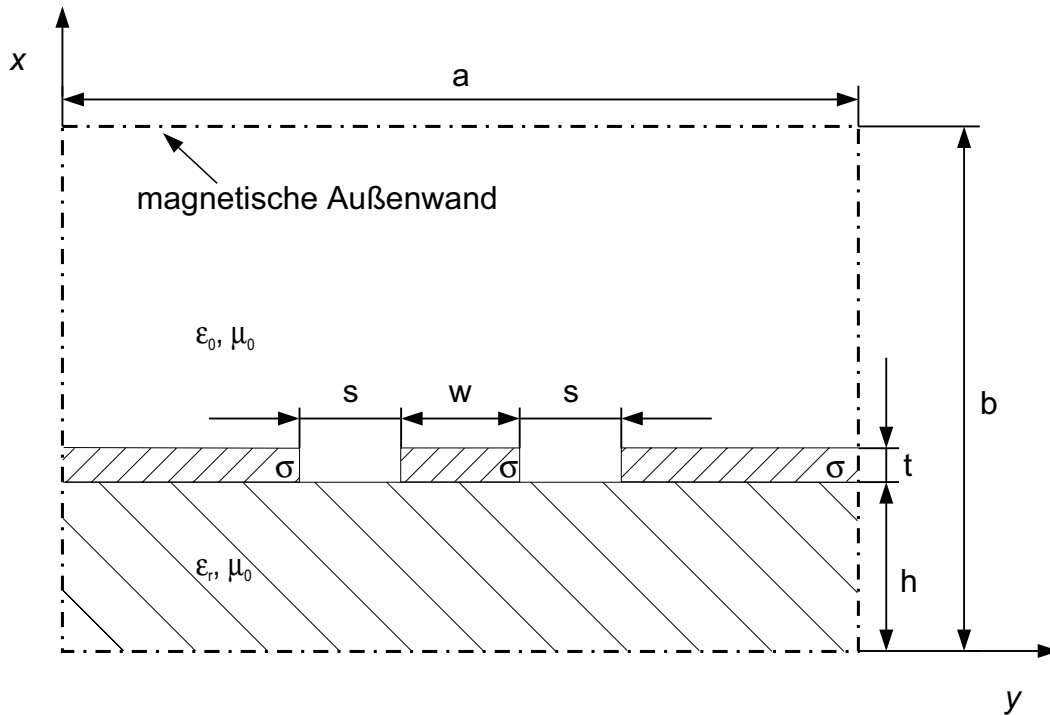


Abbildung 3.21: Querschnitt einer Koplanarleitungs-Struktur. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 450 \mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 1203 \mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 20 \mu\text{m}$, Schlitzbreite $s = 15 \mu\text{m}$, Substratdicke $h = 200 \mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3 \mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$.

auch als die Gleichtaktwelle und die Schlitzleitungswelle als die Gegentaktwelle.

Im Unterschied zu den gekoppelten Mikrostreifenleitungen lässt sich die simultane Berechnung beider Grundwellen auch durch Gitterverfeinerungen des dynamischen Gitters nicht verbessern. Die quasi-statische Diskretisierung der hier beschriebenen Berechnungen besitzt näherungsweise siebzehn mal mehr Gitterzellen als das dynamische und das Verhältnis benachbarter Zellen im quasi-statischen Gitter beträgt 1,3 und im dynamischen 1,6.

Relativ betrachtet ergeben sich zwar Fehler von kleiner als 1,25 % in k_z und von kleiner als 3 % in Z_W (siehe Abb. 3.22 und 3.23). Die Abweichungen in den Dämpfungskonstanten α und in $\text{Im}\{Z_W\}$ betragen aber bis zu 0,08 dB/mm bzw. 0,87 Ω . Diese Fehler sind groß,

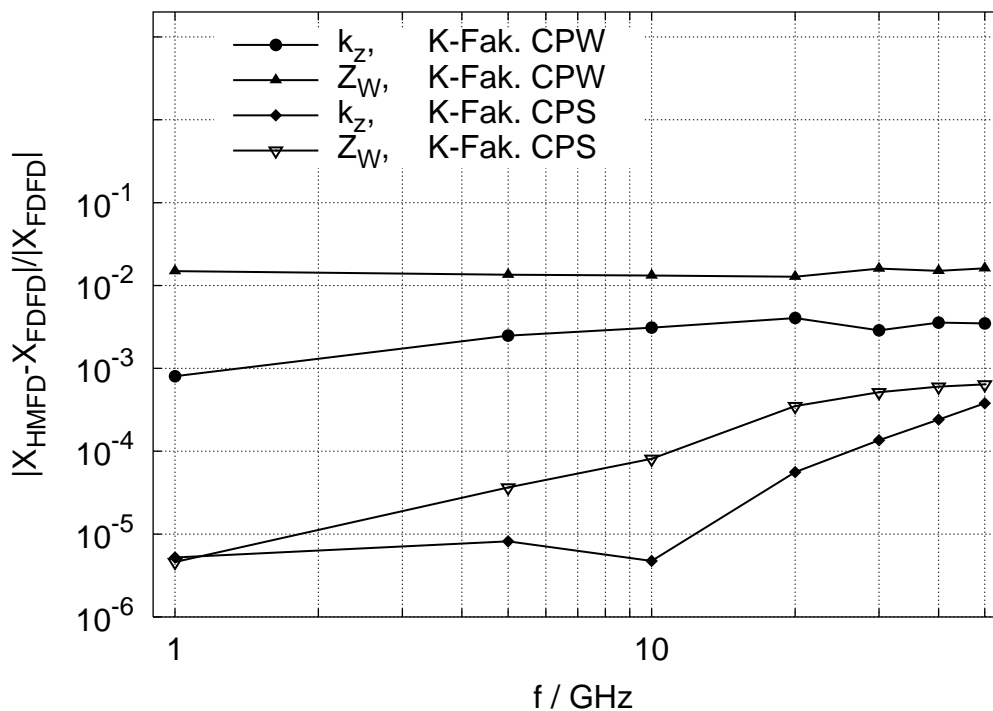


Abbildung 3.22: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes $Z_W = P/|I|^2$ der Schlitzleitungswelle einer Koplanarleitung nach der Hybridmethode. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD. Erläuterung der Legende: K-Fak. CPW $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Koplanarleitungswelle, K-Fak. Ge-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Schlitzleitungswelle. Koplanarleitung nach Abb. 3.21.

wenn man berücksichtigt, dass die Dämpfung der beiden Grundwellen bis 50 GHz kleiner als 0,4 dB/mm und der Imaginärteil der Wellenwiderstände kleiner als 8Ω ist.

Im einzelnen beträgt die Abweichung in α 0,04 dB/mm für die Koplanarleitungswelle und 0,08 dB/mm für die Schlitzleitungswelle. Der Imaginärteil des Wellenwiderstandes der Koplanarleitungswelle unterscheidet sich um $0,87 \Omega$ und der der Schlitzleitungswelle um $0,25 \Omega$ von den Vergleichswerten.

Eine verbesserte simultane Berechnung beider Eigenwellen, lässt sich nur mit dem im folgenden Abschnitt beschriebenen Fensterkonzept erzielen.

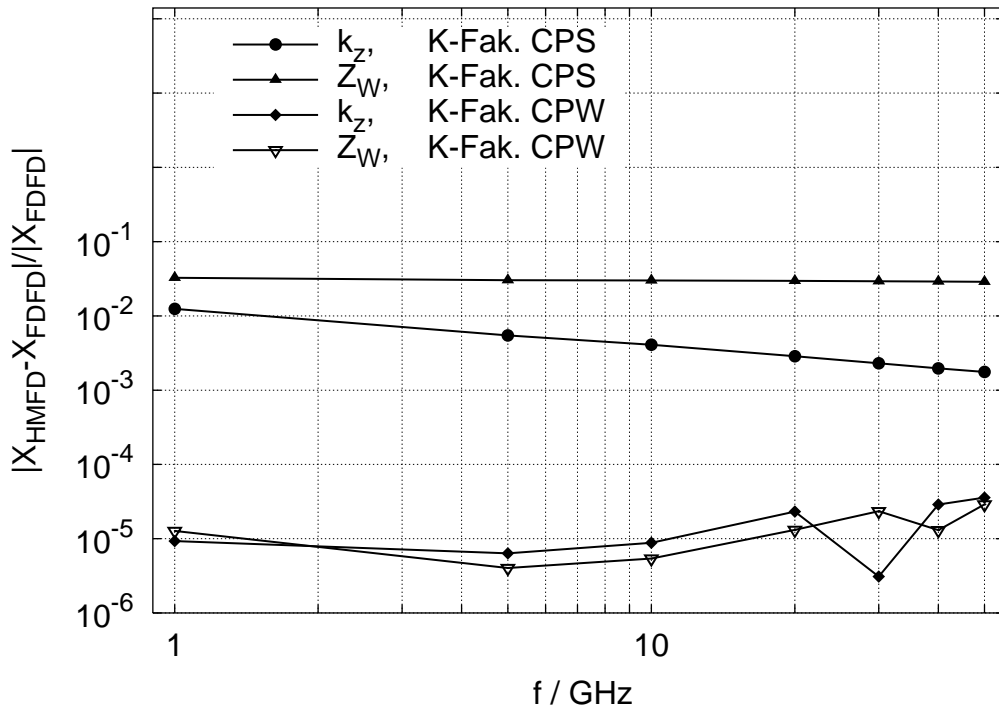


Abbildung 3.23: Relativer Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes $Z_W = U/I$ der Kopplanarleitungswelle einer Kopplanarleitung nach der Hybridmethode. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD. Erläuterung der Legende: K-Fak. CPW $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Kopplanarleitungswelle, K-Fak. CPS $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Schlitzleitungswelle. Kopplanarleitung nach Abb. 3.21.

3.7 Das Fensterkonzept (2D)

Bei den bisherigen Betrachtungen von planaren Leitungen in den Abschnitten 3.5 und 3.6 werden jeder Gitterzelle des dynamischen Gitters Korrekturfaktoren zugeordnet. Es ist aber durchaus sinnvoll Korrekturfaktoren nur innerhalb begrenzter Bereiche, in sog. Fenstern, einer Struktur zu verwenden. Hierdurch lässt sich der Aufwand (Rechenzeit, Speicherbedarf) der Hybridmethode weiter reduzieren. Das Fensterkonzept ist aber auch insbesondere für die Berechnung von Mehrmodenleitungen von Bedeutung.

Wie in Abschnitt 3.6 beschrieben, besitzen unterschiedliche Leitungswellen (z.B. die bei-

den Grundwellen der Koplanarleitung) auch verschiedene Korrekturfaktoren. Die simultane Berechnung dieser Leitungswellen mit der Hybridmethode ist dann nicht möglich, weil jeweils nur die Korrekturfaktoren einer der Wellen verwendet werden können. Im Bereich von metallischen Leitern sind die Felder dieser Wellen aber sehr ähnlich. Das Feldverhalten ist geprägt vom Skin-Effekt und den Leiterkanten. Deshalb definiert man Fenster, so dass nur die Leiter und deren unmittelbare Umgebung quasi-statisch berechnet werden. Zur Veranschaulichung wird in den beiden folgenden Abschnitten das Fensterkonzept am Beispiel der Koplanarleitung nach Abb. 3.21 und von gekoppelten Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18 beschrieben. Dabei basieren Ergebnisse auf den in den Abschnitten 3.6.1 und 3.6.2 beschriebenen Diskretisierungen. Für die Berechnung der gekoppelten Mikrostreifenleitung wurde die feinere der in Abschnitt 3.6.1 beschriebenen Diskretisierungen verwendet. Die Referenz bildet die konventionelle FDFD-Methode in den hochauflösenden quasi-statischen Gittern.

3.7.1 Einfaches Fenster

Koplanarleitung

Abb. 3.24 veranschaulicht das Fensterkonzept am Beispiel der Koplanarleitung. Das hervorgehobene Gebiet der Breite b_F und der Höhe h_F definiert ein Fenster, deren Fensterrand magnetische Wände sind. Es ist bezüglich des Mittelleiters symmetrisch angeordnet. Die quasi-statischen Berechnungen der Hybridmethode erfolgen nur innerhalb dieses Fensters (bedingt kleinere Gleichungssysteme).

Zunächst wird der Einfluss der Fenstergröße auf das Wellenleiterproblem betrachtet, wenn die Korrekturfaktoren der Koplanarleitungswelle oder die der Schlitzleitungswelle verwendet werden. Dazu ist in Abb. 3.25 der absolute Fehler $\Delta\alpha$ der Schlitzleitungswelle in Abhängigkeit der Fenstergröße aufgetragen, wenn man die Korrekturfaktoren der Koplanarleitungswelle verwendet. Mit zunehmender Fenstergröße nimmt dieser Fehler ab, durchläuft ein Minimum und steigt dann wieder an, bis er den Wert der Berechnung ohne Fenster erreicht. Dieses Verhalten kann auch anhand des absoluten Fehlers $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$

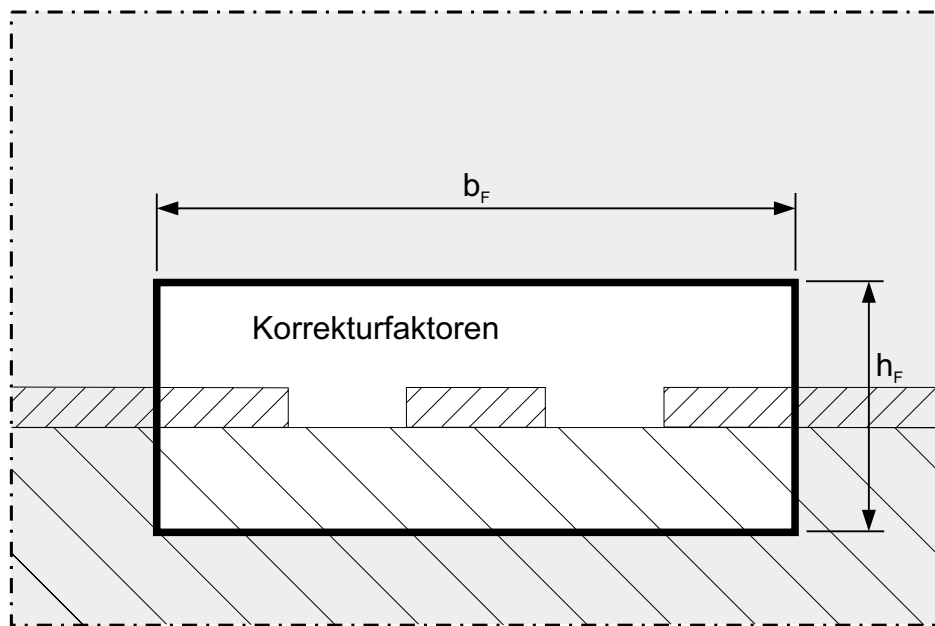


Abbildung 3.24: Das Fensterkonzept am Beispiel einer Kopplanarleitung nach Abb. 3.21. Definitionen: $b_F \hat{=}$ Fensterbreite, $h_F \hat{=}$ Fensterhöhe. Berücksichtigung von Korrekturfaktoren nur innerhalb des Fensters.

der Schlitzleitungswelle bestätigt werden. Die absoluten Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ der Kopplanarleitungswelle hingegen nehmen mit wachsender Fenstergröße nur zu, wenn man die Korrekturfaktoren der Schlitzleitungswelle verwendet. Diese Abhängigkeit der Fehler lässt den Schluss zu, dass das Feld der Kopplanarleitungswelle das Feld der Schlitzleitungswelle auch noch für Abstände groß gegen die Metallisierungsdicke t gut beschreibt. Während andersherum die Schlitzleitungswelle mit dem Feld der Kopplanarleitungswelle nur unmittelbar an Kanten und in den Metallisierungen gut übereinstimmt.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich nun auf ein Fenster der Breite $b_F = 79,5\mu\text{m}$ und der Höhe $h_F = 32,9\mu\text{m}$ (sie sind aber durchaus allgemeingültig). Es werden die beiden problematischen Fälle untersucht. D. h., für die Berechnung der Kopplanarleitungswelle werden die Korrekturfaktoren der Schlitzleitungswelle und für die Berechnung der Schlitzleitungswelle die der Kopplanarleitungswelle verwendet.

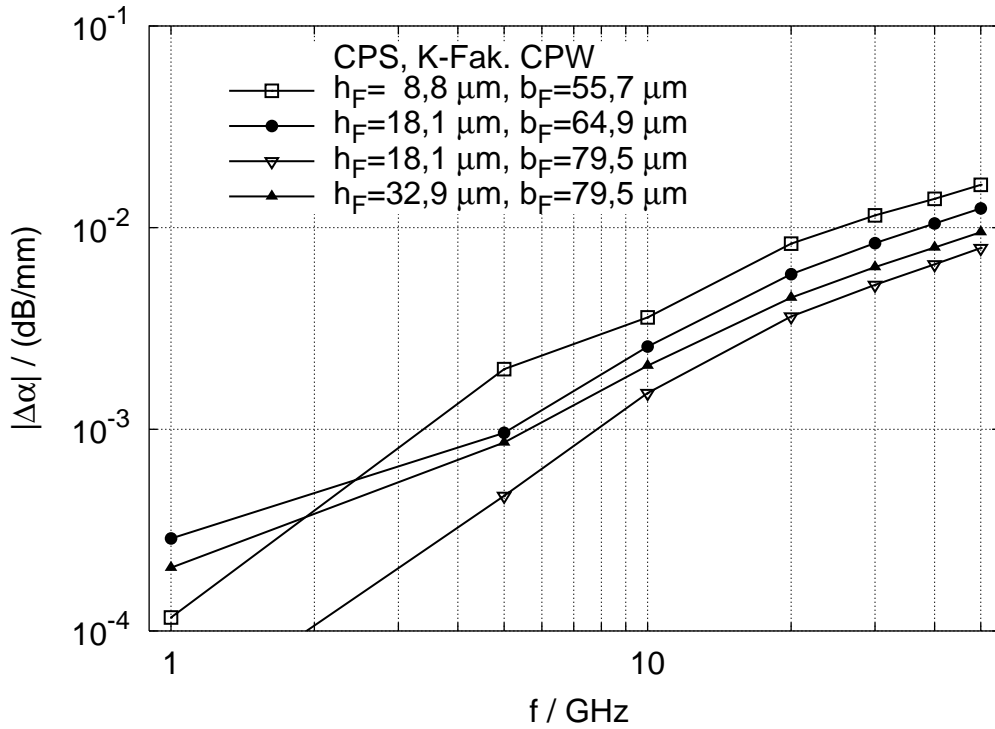


Abbildung 3.25: Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ der Schlitzeitungswelle in Abhängigkeit von der Fenstergröße einer Koplanarleitung nach Abb. 3.24 bzw. 3.21. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFDF. Erläuterung der Legende: Ge-T $\hat{=}$ Gegentaktwelle (Schlitzeitungswelle), K-Fak. Gl-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Gleichtaktwelle (Koplanarleitungswelle), $b_F \hat{=}$ Fensterbreite, $h_F \hat{=}$ Fensterhöhe.

Zur Verifizierung des Fensterkonzepts werden in Abb. 3.26 und Abb. 3.27 Ergebnisse von Berechnungen mit und ohne Fenster verglichen. Im Einzelnen lässt sich der Fehler der Koplanarleitungswelle im Vergleich zu den Ergebnissen ohne Fenster im betrachteten Frequenzbereich für α um näherungsweise bis zu 0,026 dB/mm und um bis zu 0,067 dB/mm für die Schlitzeitungswelle reduzieren. Die Unterschiede in $\text{Im}\{Z_W\}$ sind für die Koplanarleitungswelle um bis zu 0,064 Ω und für die Schlitzeitungswelle um bis zu 0,21 Ω kleiner. Abb. 3.28 veranschaulicht den Einfluss des Fensters auf k_z und Z_W . Dazu ist es notwendig die Ergebnisse in den Abbildungen 3.22 und 3.23 vergleichend zu betrachten. Es wird deutlich, dass sich k_z und Z_W für beide Wellen bei Verwendung eines Fensters

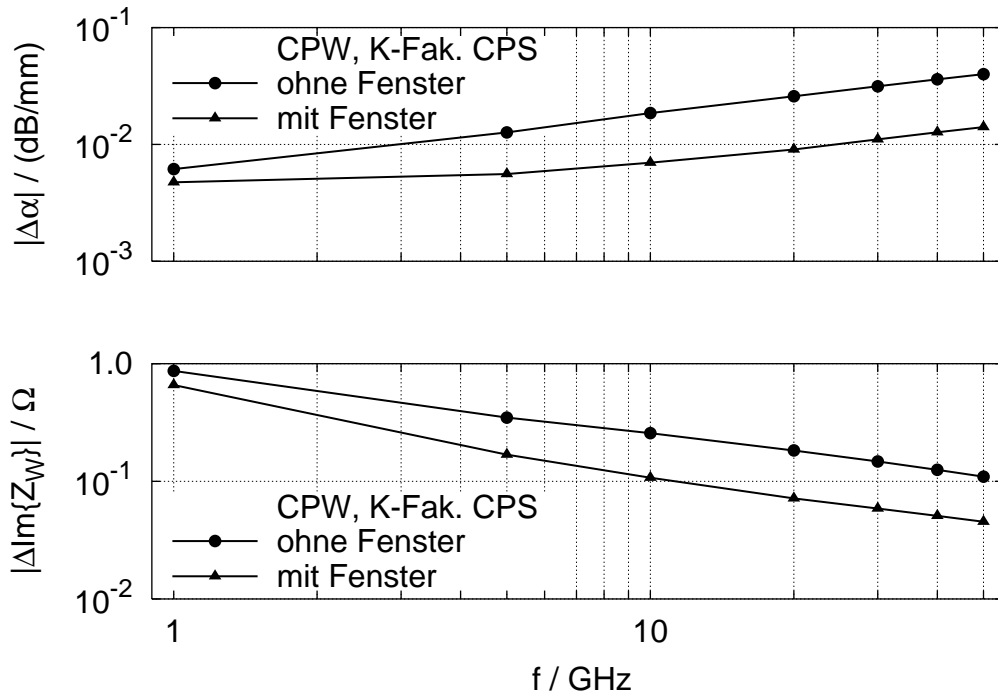


Abbildung 3.26: Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = U/I$) der Kopplanarleitungswelle für Berechnungen mit der Hybridmethode mit und ohne Fenster. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD. Erläuterung der Legende: CPW $\hat{=}$ Kopplanarleitungswelle, K-Fak. CPS $\hat{=}$ Korrekturfaktoren von Schlitzleitungswelle. Kopplanarleitung nach Abb. 3.21.

mit vergleichbarer Genauigkeit bestimmen lassen.

Anhand von Abb. 3.28 wird aber auch der Einfluss des Fensters auf die Eigenwelle deutlich, deren Korrekturfaktoren verwendet werden. Im Vergleich zu den Ergebnissen ohne Fenster (siehe Abb. 3.22 und 3.23) sind diese Wellen nur mit reduzierter Genauigkeit zu bestimmen. Die Ursache für diesen Effekt sind Diskretisierungsfehler im dynamischen Gitter, die außerhalb der Fenster nicht durch Vorkenntnisse reduziert werden. Für das hier betrachtete Beispiel liegen die Fehler für beide Wellen in der gleichen Größenordnung, unabhängig davon welche Korrekturfaktoren verwendet werden. Die Ausbreitungskonstanten sind in beiden Fällen mit einem Fehler in der Größenordnung von 0,01-1,0 % und die Wellenwiderstände mit einem im Bereich von 1,0-2,5 % beaufschlagt.

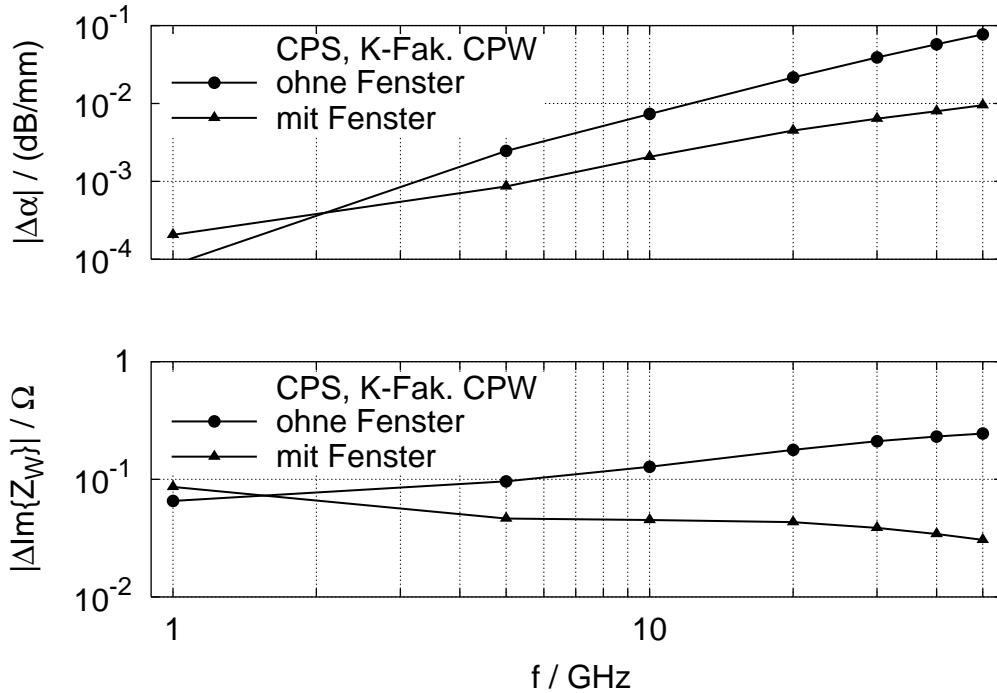


Abbildung 3.27: Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = P/|I|^2$) der Schlitzeitungs- welle für Berechnungen mit der Hybridmethode mit und ohne Fenster. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFd. Erläuterung der Legende: CPS $\hat{=}$ Schlitzeitungs- welle, K-Fak. CPW $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Koplanarleitungs- welle. Koplanarleitung nach Abb. 3.21.

Das Fensterkonzept führt im Vergleich zur Hybridmethode HMFd ohne Fenster und insbesondere gegenüber der konventionellen Methode FDFD zu einer erhöhten Effizienz. Für die in diesem Abschnitt beschriebenen Berechnungen mit einem Fenster der Breite $b_F = 79,5\mu\text{m}$ und der Höhe $h_F = 32,9\mu\text{m}$ konnte die Rechenzeit um näherungsweise 73 % (Faktor 3,7) gegenüber HMFd ohne Fenster und um näherungsweise 99 % (Faktor 100) gegenüber FDFD reduziert werden. Mit Hilfe des Fensters ließ sich der Speicherbedarf gegenüber HMFd-Berechnungen ohne Fenster um näherungsweise 60 % (Faktor 2,5) reduzieren sowie gegenüber FDFD um näherungsweise 80 % (Faktor 5).

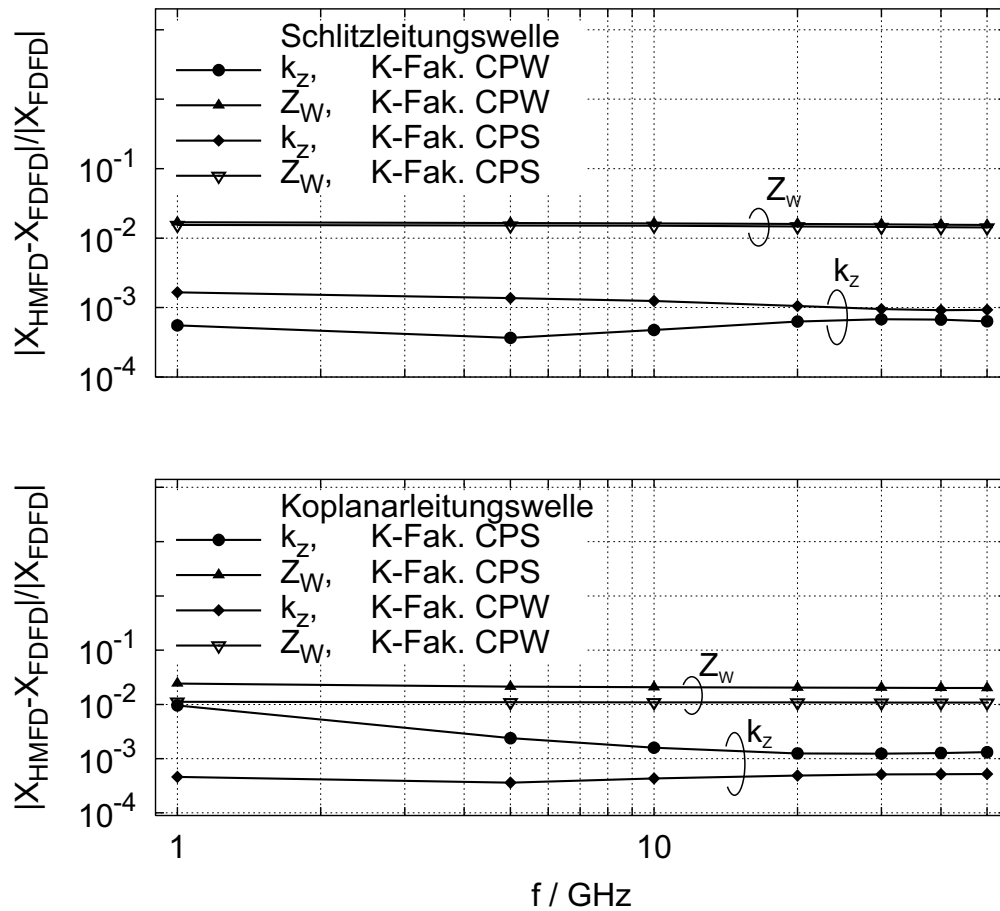


Abbildung 3.28: Relativer Fehler für HMFD der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W der Koplanarleitungswelle (mit $Z_W = U/I$) und der Schlitzleitungswelle (mit $Z_W = P/|I|^2$) einer Koplanarleitung nach Abb. 3.21. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFD. Erläuterung der Legende: K-Fak. CPW $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Koplanarleitungswelle, K-Fak. CPS $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Schlitzleitungswelle.

Gekoppelte Mikrostreifenleitungen

Abb. 3.29 veranschaulicht das Fensterkonzept anhand gekoppelter Mikrostreifenleitungen. Das hervorgehobene Gebiet der Breite b_F und der Höhe h_F definiert ein Fenster, dessen Fensterrand elektrische Wände sind.

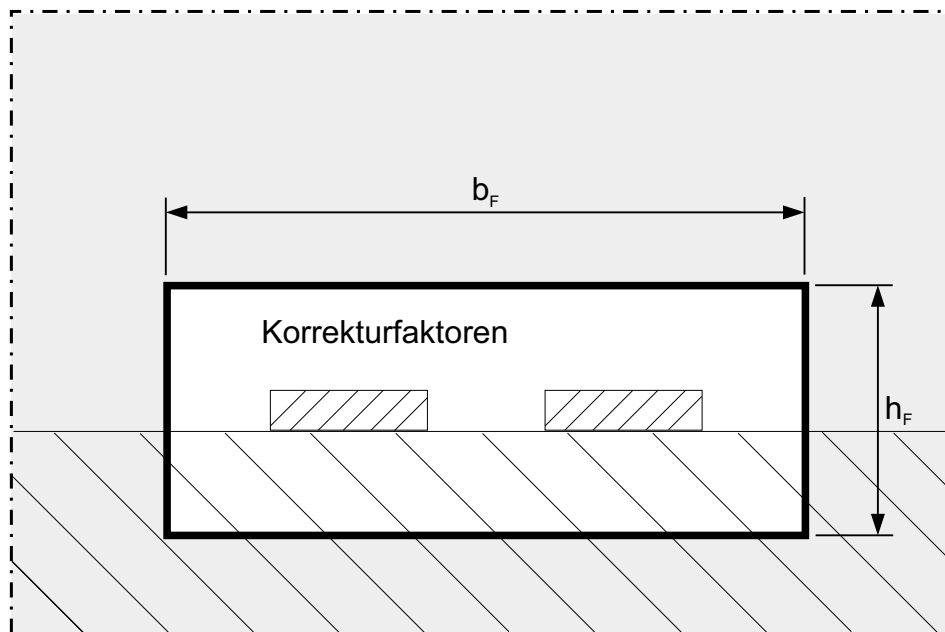


Abbildung 3.29: Das Fensterkonzept am Beispiel der gekoppelten Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18. Definitionen: $b_F \hat{=}$ Fensterbreite, $h_F \hat{=}$ Fensterhöhe. Berücksichtigung von Korrekturfaktoren nur innerhalb des Fensters.

Die folgenden Darstellungen beziehen sich nun o.B.d.A. auf ein Fenster der Breite $b_F = 304,5\mu\text{m}$ und der Höhe $h_F = 47,1\mu\text{m}$. In vertikaler Richtung ist das Fenster um $4,9\mu\text{m}$ gegenüber den Leitern nach oben verschoben. Horizontal ist es bezogen auf den Schlitz der Breite s symmetrisch angeordnet.

Wie für die Koplanarleitung kann unter Verwendung eines Fensters die Genauigkeit der Hybridmethode für die Berechnung von Mehrmodenleitungen verbessert werden. Dabei ist das Ergebnis nahezu unabhängig davon, ob die Gleichtakt- oder die Gegentaktwelle betrachtet wird. In Abb. 3.30 wird dieses an Hand der Gleichtaktwelle (Leiterströme fließen gleichgerichtet) verdeutlicht, wenn man die Korrekturfaktoren der Gegentaktwelle (Leiterströme fließen entgegengesetzt) verwendet. Die Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ werden um näherungsweise eine Größenordnung reduziert. Für die Gegentaktwelle kann ein entsprechendes Verhalten beobachtet werden.

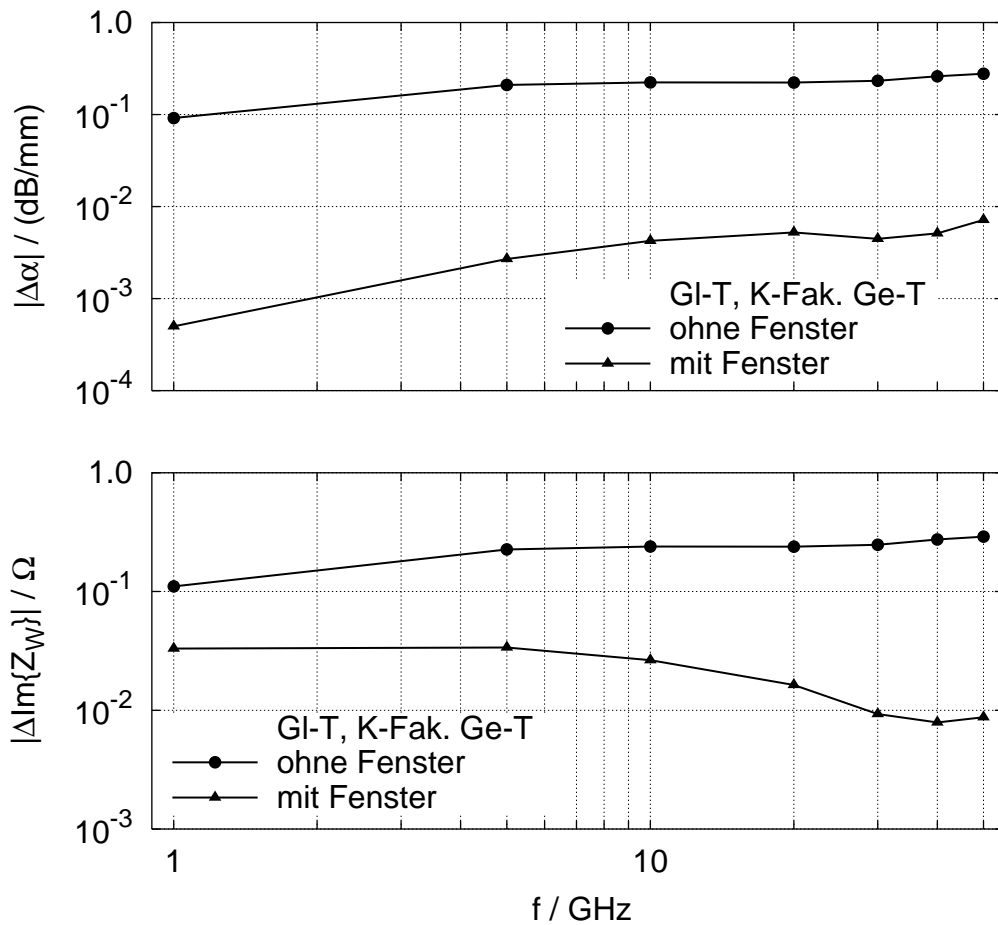


Abbildung 3.30: Gekoppelte Mikrostreifenleitungen nach Abb. 3.18. Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = P/|I|^2$) der Gleichtaktwelle für Berechnungen mit der Hybridmethode mit und ohne Fenster. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFDF. Erläuterung der Legende: Gl-T $\hat{=}$ Gleichtaktwelle, K-Fak. Ge-T $\hat{=}$ Korrekturfaktoren der Gegentaktwelle.

Die Einsparungen an Rechenzeit gegenüber der konventionellen Methode FDFD lagen in der Größenordnung von 99 % (Faktor 100); der Speicherbedarf konnte um näherungsweise 74 % (Faktor 3,8) reduziert werden.

3.7.2 Drei Fenster

Die Ergebnisse in Abschnitt 3.7.1 verdeutlichen, dass, um Mehrmodenleitungen zu berechnen, nur innerhalb der Bereiche einer zu Grunde liegenden Struktur Vorkenntnisse in Form von Korrekturfaktoren verwendet werden sollten, in den ihre Eigenwellen ähnliche Feldverteilungen besitzen. Dies sind bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten planaren Leitungen die Leiterbereiche und deren unmittelbare Umgebung. Das elektromagnetische Feld wird hier durch den Skin-Effekt und die Leiterkanten (Feldsingularitäten) bestimmt. Dies legt den Schluss nahe, dass man die einzelnen Leiterbereiche getrennt voneinander in separaten Fenstern quasi-statisch berechnet. Die daraus resultierenden Korrekturfaktoren sind dann unabhängig von den Wellen der Mehrmodenleitung.

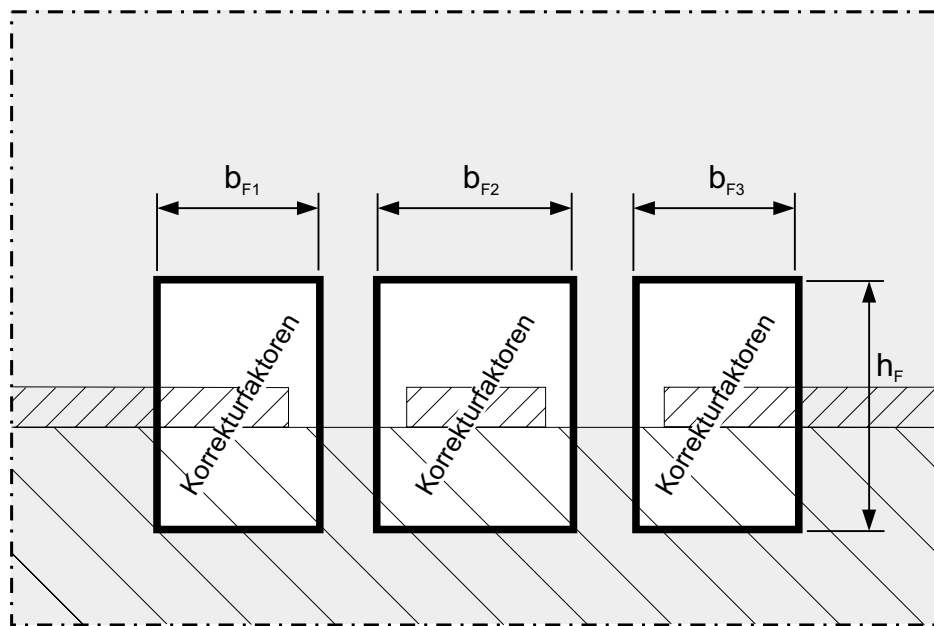


Abbildung 3.31: Das Fensterkonzept mit drei Fenstern am Beispiel einer Koplantarleitung nach Abb. 3.21. Definitionen: b_{F1} , b_{F2} , $b_{F3} \hat{=}$ Fensterbreite, $h_F \hat{=}$ Fensterhöhe. Berücksichtigung von Korrekturfaktoren nur innerhalb der Fenster.

Abb. 3.31 veranschaulicht das Fensterkonzept mit drei Fenstern am Beispiel der Kopla-

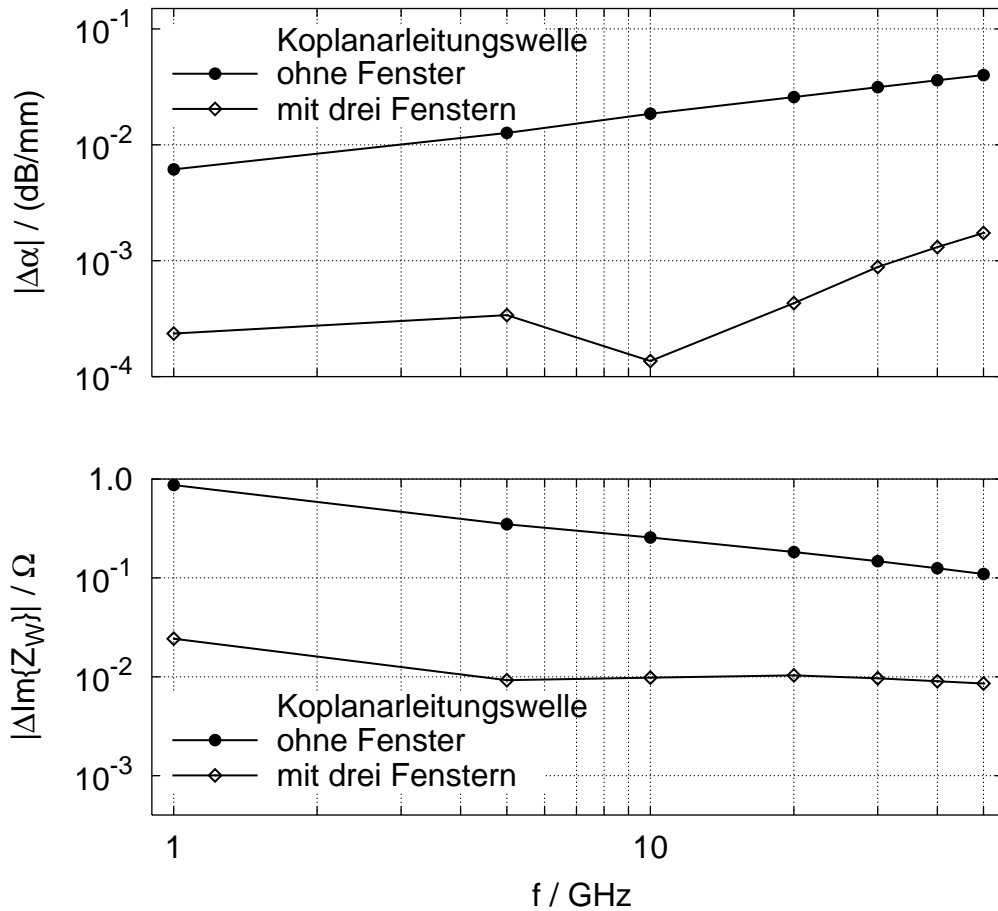


Abbildung 3.32: Koplanarleitung nach Abb. 3.21. Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = U/I$) einer Koplanarleitungswelle (Gleichtaktwelle) für Berechnungen mit der Hybridmethode mit drei Fenstern und ohne Fenster. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFd.

narleitung. Die drei hervorgehobenen Bereiche kennzeichnen Fenster, deren Breiten mit b_{F1} , b_{F2} und b_{F3} und deren gemeinsame Höhe mit h_F bezeichnet werden. Der Fensterrand des mittleren Fensters besteht aus elektrischen Wänden. Die anderen Fenster besitzen außer an den vom Mittelleiter entfernten senkrechten Seiten elektrische Wände. Diese sind magnetische Wände.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich nun o.B.d.A. auf Fenster mit folgenden Abmessungen: $b_{F1} = 17,6\mu\text{m}$, $b_{F2} = 25,8\mu\text{m}$, $b_{F3} = 17,6\mu\text{m}$ und $h_F = 32,9\mu\text{m}$. Das mittlere Fenster ist bezüglich des Mittelleiters der Koplanarleitung symmetrisch angeord-

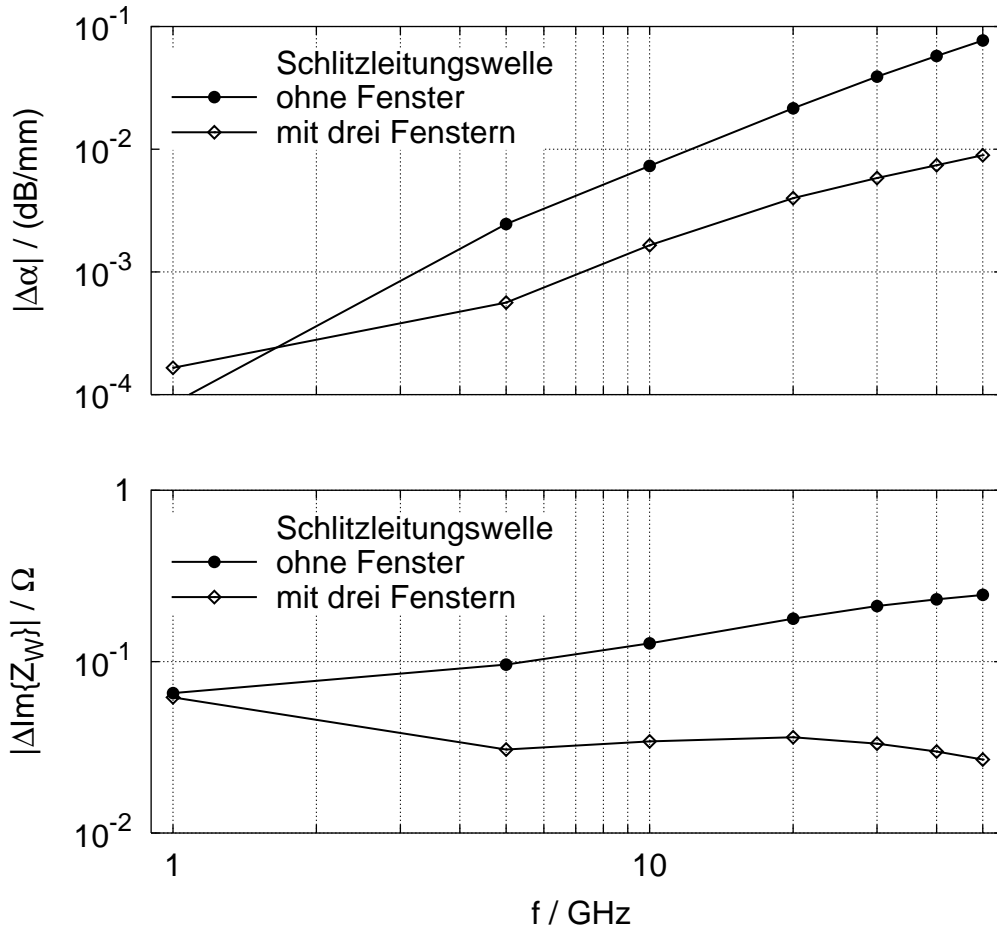


Abbildung 3.33: Absoluter Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = P/|I|^2$) einer Schlitzeitungswelle (Gegentaktwelle) von Berechnungen mit der Hybridmethode mit drei Fenstern und ohne Fenster. Koplanarleitung nach Abb. 3.21. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFDF.

net. Der Abstand zu den äußeren beiden Fenstern beträgt jeweils $6,4\mu\text{m}$.

Die Abbildungen 3.32 und 3.33 veranschaulichen das Ergebnis anhand der Koplanarleitungswelle und der Schlitzeitungswelle. Es ist für beide Wellen der absolute Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ in Abhängigkeit der Frequenz f dargestellt. Dabei werden Ergebnisse von Berechnungen mit und ohne Fenster miteinander verglichen. Interessant ist in diesem Fall, dass bei Verwendung von drei Fenstern die Abweichungen noch kleiner sind als wenn man nur ein Fenster verwendet (siehe auch Abb. 3.26 und Abb. 3.27). Für die Koplanarleitungswelle lassen sich die Fehler um mehr als eine Größenordnung reduzieren.

Die relativen Fehler der Ausbreitungskonstanten k_z und des Wellenwiderstandes Z_W liegen in der gleichen Größenordnung wie schon bei den Berechnungen mit nur einem Fenster in Abschnitt 3.7.1. Die Einsparungen an Rechenzeit gegenüber der konventionellen Methode FDFD waren größer als 99 % (Faktor 100) und der Speicherbedarf konnte um 83 % (Faktor 6) reduziert werden.

3.8 Analytische Beschreibung von Leiterverlusten

Die Ergebnisse in den Abschnitten 3.5 bis 3.7 legen den Schluss nahe, dass eine allgemeingültige Formulierung der Hybridmethode HMFDF für das Wellenleiterproblem nur dann möglich ist, wenn man die Berücksichtigung von Vorkenntnissen auf die Bereiche einer verlustbehafteten (ohmsche Verluste) Struktur beschränkt, in denen das elektromagnetische Feld durch den Skin-Effekt und durch Feldsingularitäten geprägt ist. Außerdem ist es für die Implementierung in eine Software vorteilhaft Vorkenntnisse ohne zusätzliche aufwendige quasistatische Berechnungen berücksichtigen zu können. Wünschenswert ist die *automatische Berechnung* von Korrekturfaktoren anhand einer gegebenen Struktur.

Dazu werden für das Verhalten des elektromagnetischen Feldes in und an Leitern endlicher Leitfähigkeit ($\sigma < \infty$) analytische Ausdrücke in Form von Korrekturfaktoren bestimmt. O.B.d.A. beziehen sich diese Ausdrücke auf einen in z-Richtung längshomogenen Wellenleiter. Die einzige Einschränkung ist die Beschränkung auf rechtwinklige Leiter. Dabei genügt es Korrekturfaktoren cle für die elektrischen Spannungen e_x und e_y , Korrekturfaktoren cfe für den elektrischen Strom i_z und Korrekturfaktoren für die magnetischen Flüsse b_x und b_y zu bestimmen.

Elektrische Spannungen $e_{z,n}$, elektrische Flüsse $d_{u,n}$, magnetische Spannungen $h_{u,n}$ und magnetische Flüsse $b_{z,n}$ in und an Leitern besitzen entweder keine ausgeprägten Feldspitzen oder sind vernachlässigbar klein. Sie erfordern keinerlei Korrektur.

Anhand der Kopplanarleitung nach Abb. 3.7 wird der analytische Ansatz verifiziert. Die Referenz bildet die FDFD-Methode in einem hochauflösenden Gitter.

3.8.1 Analytische Ausdrücke von Korrekturfaktoren

Unter der quasi-statischen Annahme, dass Verschiebungsströme $\partial\vec{D}/\partial t = 0$ vernachlässigt werden und damit Ableitungen $\partial/\partial z$ identisch Null sind, können als Lösungen der Maxwellgleichungen transversal elektrische Felder (TE_z mit E_x, E_y) und transversal magnetische Felder (TM_z mit E_z, H_x, H_y) unterschieden werden, die voneinander entkoppelt sind.

Linienkorrekturfaktor cle an Leiterkanten (2D)

Das TE-Feld (E_x, E_y) verhält sich an Kanten endlicher Leitfähigkeit σ wie in Abb. 3.35 proportional zu $r^{\nu-1}$ mit $\text{Re}\{\nu\} < 1$ für $r \rightarrow 0$ und besitzt eine Singularität in $r = 0$. Anders als für eine ideal leitende Kante ist ν eine komplexwertige Zahl. Ihr Imaginärteil ist für die in dieser Arbeit betrachteten Leitfähigkeiten σ und innerhalb der untersuchten Frequenzbereiche aber vernachlässigbar klein und ihr Realteil besitzt näherungsweise den gleichen Wert wie für eine ideal leitende Kante.

Entsprechend der Herleitung in [49, 25] bestimmen sich Korrekturfaktoren für die Linienintegrale der elektrischen Feldstärke (elektrischen Spannungen $e_{u,n}$) in Gitterpunkten n des Gitters G an rechtwinkligen Kanten (siehe Abb. 3.34) aus

$$cle_{u,n} = \frac{1}{\nu 2^{1-\nu}} \quad (3.25)$$

mit $u = x, y$ und $n = 1, \dots, N$.

Den Singularitätsfaktor ν kann man direkt nach

$$\nu = \frac{1}{\pi} \arccos(-1 + Y) \quad (3.26)$$

mit

$$Y = \frac{\varepsilon_{r,2} (-\varepsilon_{r,1} - j\sigma/(\omega\varepsilon_0))^2}{(\varepsilon_{r,1} + \varepsilon_{r,2})(\varepsilon_{r,1} - j\sigma/(\omega\varepsilon_0))(\varepsilon_{r,2} - j\sigma/(\omega\varepsilon_0))} \quad (3.27)$$

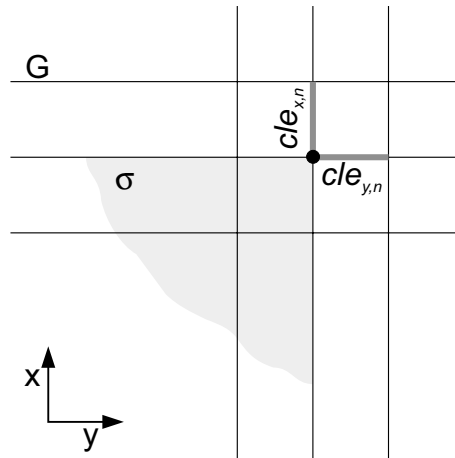


Abbildung 3.34: Anordnung der Linienkorrekturfaktoren $cle_{x,n}$ und $cle_{y,n}$ an der Kante eines elektrischen Leiters der Leitfähigkeit σ .

berechnen [50], ohne wie in [49] beschrieben ein Nullstellenproblem lösen zu müssen. Dabei veranschaulicht Abb. 3.35 die zu Grunde liegende Materialverteilung an einer metallischen Kante.

Flächenkorrekturfaktor cfe und cfm (2D)

Weitaus schwieriger ist es, das TM-Feldes in einem elektrischen Leiter und vor dessen Kanten zu beschreiben. Anders als für ideale Leiter besitzt das transversale Magnetfeld an den Kanten keine Singularität [45]. Das Feldverhalten ist frequenzabhängig und durch den Skin-Effekt geprägt, so dass mit steigender Frequenz ausgeprägte Feldgradienten im transversalen Magnetfeld B_x , B_y und in der Stromdichte J_z (siehe Abb. 3.36) vorhanden sind. Im Frequenzbereich, für den die Eindringtiefe δ kleiner als die Leiterdicke t ist könnte das Feldverhalten im Leiter allein durch das eindimensionale Skin-Effekt-Gesetz $e^{\pm\delta u}$ mit $u = x, y$ beschrieben werden. Dies ist der klassische Ansatz der Oberflächenimpedanzmethoden [16]. Insbesondere für miniaturisierte Strukturen/Leitungen wie MMIC-Koplanarleitungen ist diese Vorgehensweise aber nicht mehr ausreichend. An metallischen

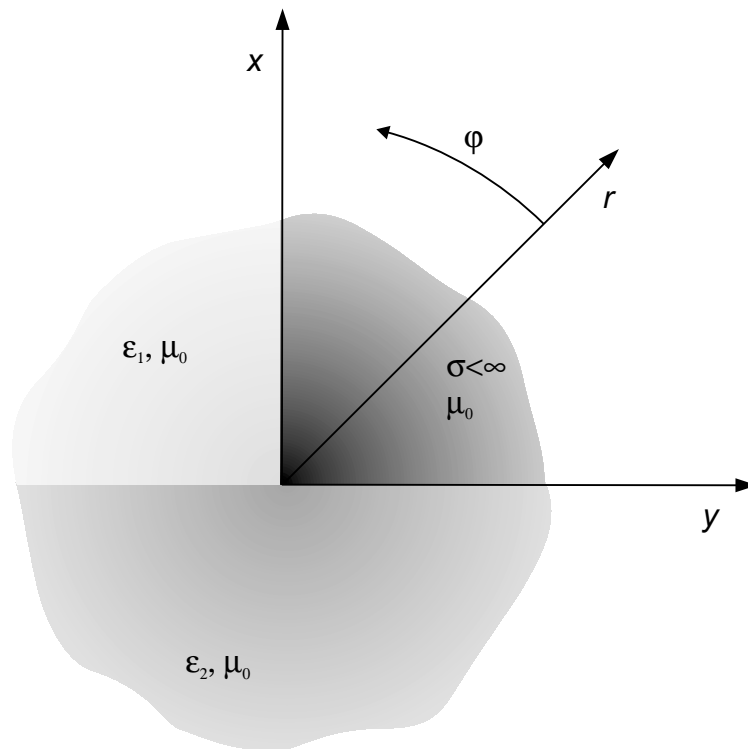


Abbildung 3.35: Geometrie einer leitenden Kante.

Kanten ist das Feldverhalten zweidimensional und dieses muss berücksichtigt werden [35, 51].

Ein allgemeiner Ansatz

$$E_z^{\text{Leiter}}(x, y) = E_z^{\text{Kante}}(x, y) + E_z^{\text{Kante}}(t - x, y) \quad (3.28)$$

für das elektrische Feld im Leiter ist die Überlagerung zweier Terme $E_z^{\text{Kante}}(x, y)$ und $E_z^{\text{Kante}}(t - x, y)$ mit gleicher Amplitude, die das elektrische Feld an für sich isolierte Kanten beschreiben. Dieser Ansatz ist für Leiter ausgelegt, deren Breite groß gegen die Skin-Eindringtiefe δ ist und deren Dicke t in der Größenordnung von δ liegt. Hierdurch wird die Abhängigkeit des elektrischen Feldes von der Leiterdicke t berücksichtigt, die sich

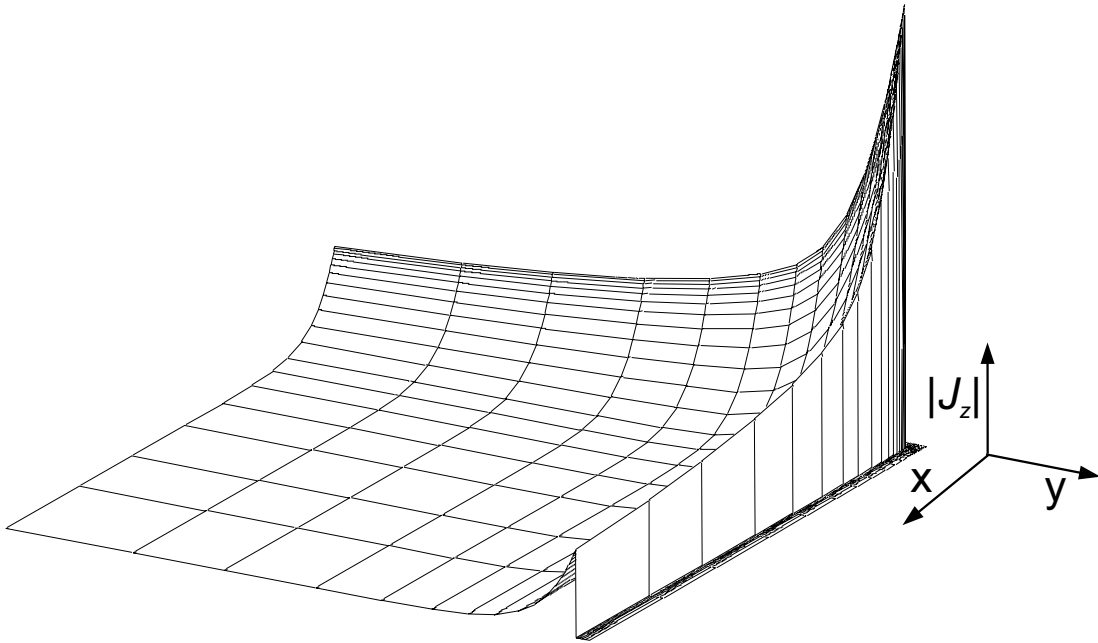


Abbildung 3.36: Normierte longitudinale Stromdichte $|J_z|$ in der Kante eines elektrischen Leiters endlicher Leitfähigkeit σ .

insbesondere für miniaturisierte Strukturen im Bereich $t \geq \delta$ auswirkt.

Das elektrische Feld E_z^{Kante} wird dabei durch die empirisch gewonnene Näherung

$$E_z^{\text{Kante}}(x, y) = C_1 e^{-k_L b_1 (1 - b_2 \arctan^2(\frac{y-x}{y+x}))r} + C_2 (e^{-jk_L x} + e^{-jk_L y}) \quad (3.29)$$

mit $C_1 = 1 - 2 \cdot C_2$ und $k_L = (1 - j)/\delta = (1 - j)\sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}}$ beschrieben, die auf einer magnetoquasistatischen FD-Berechnung einer elektrisch leitenden Kante mit einem hochauflösenden Gitter G bei ausreichender Auflösung des interessierenden Frequenzbereiches und auf physikalischen Kenntnissen basiert. Sie ist im Rahmen der quasi-statischen Näherung für beliebige Frequenzen und Leitfähigkeitswerte gültig. Gl. 3.29 ist aus den klassischen Skin-Effekt Gesetzen für die x- und y-Richtung und einem Kantenterm, der vom Radius $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ abhängt, zusammengesetzt. Der Kantenterm erfasst das zweidimensionale Feldverhalten. Die Konstanten $C_2 = 0,39$, $b_1 = 0,664 + j 0,056$ und $b_2 = 0,483 + j 0,006$ sind

Anpassungsfaktoren, die sich unter Berücksichtigung der magneto-quasistatischen Feldverteilung ergaben. Der Ursprung des Gl. 3.29 zu Grunde liegenden Koordinatensystems liegt an der Kante (siehe Abb. 3.35), so dass x und y Abstände von der Kante darstellen.

Mit Gl. 3.28 und Gl. 3.29 berechnet man dann einen Korrekturfaktor

$$cfe_{z,n} = \frac{\int_{x_0-\Delta x_{n-M_x}/2}^{x_0+\Delta x_n/2} \int_{y_0-\Delta y_{n-M_y}/2}^{y_0+\Delta y_n/2} \sigma_z(x,y) E_z^{\text{Leiter}}(x,y) dx dy}{\sigma_z(x_0,y_0) E_z^{\text{Leiter}}(x_0,y_0) (\Delta x_n + \Delta x_{n-M_x}) (\Delta y_n + \Delta y_{n-M_y}) / 4} \quad (3.30)$$

für das elektrische Feld im Leiter. Gl. 3.30 wird auf einen Knoten n im Gitter G bezogen dessen Koordinate (x_0, y_0) ist. Mit $cfe_{z,n}$ wird ein Flächenintegral über $E_{z,n} = E_z^{\text{Leiter}}(x_0, y_0)$ (elektrischer Strom $i_{z,n}$) korrigiert. Da Flächenintegrale über das elektrische Feld im dualen Gitter \tilde{G} (siehe Gleichung 2.9) definiert sind, ist

$$\sigma_z(x,y) = \begin{cases} \sigma_{z,n} & : x \geq x_0, y \geq y_0 \\ \sigma_{z,n-M_y} & : x \geq x_0, y < y_0 \\ \sigma_{z,n-M_x} & : x < x_0, y \geq y_0 \\ \sigma_{z,n-M_x-M_y} & : x < x_0, y < y_0 \end{cases} \quad (3.31)$$

eine abschnittsweise konstante Funktion (siehe Abb. 3.37) und es gilt für

$$\overline{\sigma_z(x_0, y_0)} = \frac{\sigma_{z,n} A_{z,n} + \sigma_{z,n-M_y} A_{z,n-M_y} + \sigma_{z,n-M_x} A_{z,n-M_x} + \sigma_{z,n-M_x-M_y} A_{n-M_x-M_y}}{A_{z,n} + A_{z,n-M_y} + A_{z,n-M_x} + A_{n-M_x-M_y}} \quad (3.32)$$

(siehe auch Anhang B.1).

Der hier gewählte Ansatz mit Gl. 3.28 und Gl. 3.29 gewährleistet, dass $cfe_{z,n}$ für Leiter beliebiger Dicke t berechnet werden kann. Für dünne Leiter ($t \ll \delta$) nähert sich $E_z^{\text{Leiter}}(x, y)$ einem konstanten Wert, so dass eine gleichmäßige Feldverteilung beschrieben wird. Andererseits ist in Gl. 3.28 für dicke Leiter ($t > 3\delta$) immer einer der beiden Terme auf der rechten Seite gegenüber dem anderen dominant, so dass sich das elektrische Feld wie an einer einzelnen Kante verhält. Schließlich wird auch der Bereich für $t \leq 3\delta$ durch den beschriebenen Ansatz erfasst. Insbesondere hierin begründet sich eine weitere Überlegenheit

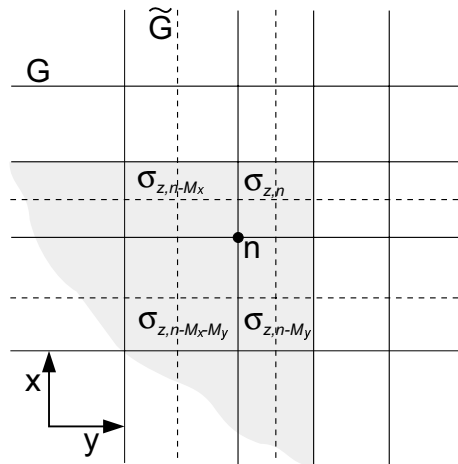


Abbildung 3.37: Verteilung der Leitfähigkeit σ_z im dualen Gittersystem $G-\tilde{G}$.

dieser Methode (neben den zweidimensionalen Effekten) gegenüber den herkömmlichen Oberflächimpedanzmethoden, bei denen in der Regel die Leiterdicke t vernachlässigt wird. Sie sind in der Regel nur für dünne oder dicke Leiter zu verwenden [16].

Anders als für das elektrische Feld ist für das magnetische Feld in einem Leiter

$$B_v^{Leiter}(u, v) = A_1 e^{-jk_L(u-u_0+\Delta u_n/2)} + A_2 e^{jk_L(u-u_0-\Delta u_n/2)} \quad (3.33)$$

ein eindimensionaler Ansatz, der auf dem klassischen Skin-Effekt-Gesetz basiert, ausreichend (zur Koordinatenkonvention siehe Abb. 3.38). A_1 und A_2 sind konstante Koeffizienten, $u = x, y$, $v = y, x$ und $u_0 = u + \Delta u_n/2$.

Die magnetische Flussdichte an der Leiteroberfläche – insbesondere vor den Kanten – eines in Dielektrikum eingebetteten Leiters (für Abstände klein gegen die Wellenlänge λ) bestimmt man mit

$$\vec{B}^\varepsilon(x, y) = \vec{u}_x B_x^\varepsilon(y, x) + \vec{u}_y B_y^\varepsilon(x, y) = \vec{u}_x \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial y} - \vec{u}_y \frac{\partial A_z(x, y)}{\partial x} \quad (3.34)$$

aus einem zweidimensionalen Vektorpotential [52]

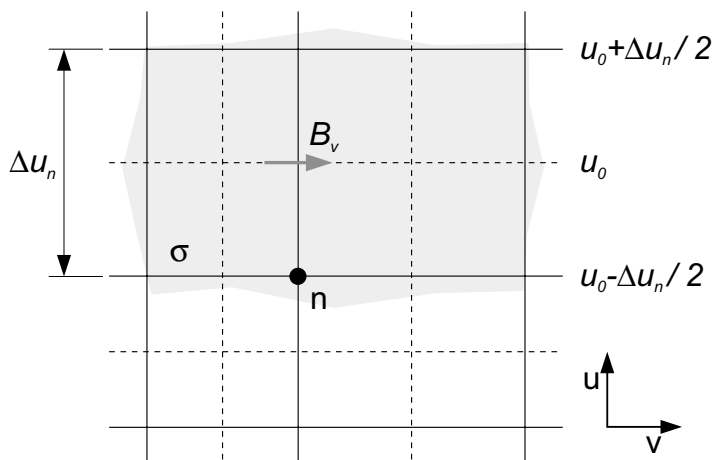


Abbildung 3.38: Koordinatenkonvention zu Gl. 3.33.

$$A_z(x, y) = \frac{\mu}{2\pi} \iint J_z(x', y') \ln \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy' + const. \quad (3.35)$$

mit $J_z(x, y) = \sigma_z(x, y) E_z^{Leiter}(x, y)$, so dass das zweidimensionale Feldverhalten der Stromdichte erfasst wird. Das Integrationsgebiet des Vektorpotential A_z erstreckt sich über den gesamten Querschnitt des betrachteten Leiters.

Korrekturfaktoren für magnetische Flussdichten $b_{u,n}$ im Leiter und an dessen Kanten berechnen sich nach

$$cfm_{u,n} = \frac{\int_{u_0 - \Delta u_n / 2}^{u_0 + \Delta u_n / 2} B_v^{Leiter,\varepsilon}(u, v) du}{B_v^{Leiter,\varepsilon}(u_0, v_0) \Delta u_n} \quad (3.36)$$

mit Gl. 3.33 bzw. Gl. 3.34 und $v_0 = v + \Delta v_n / 2$.

Mit Gl. 3.33 ergibt sich durch Einsetzen

$$cfm_{u,n} = \frac{\sin(k_L \Delta u_n / 2)}{k_L \Delta u_n / 2} \quad (3.37)$$

für Korrekturfaktoren in Leitern endlicher Leitfähigkeit σ .

3.8.2 Verifikation des analytischen Ansatzes

Der analytische Ansatz zur Beschreibung von Leiterverlusten in der Methode der Finiten Differenzen wird anhand der Koplantarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 20\mu\text{m}$ und $s = 10\mu\text{m}$ betrachtet und verifiziert.

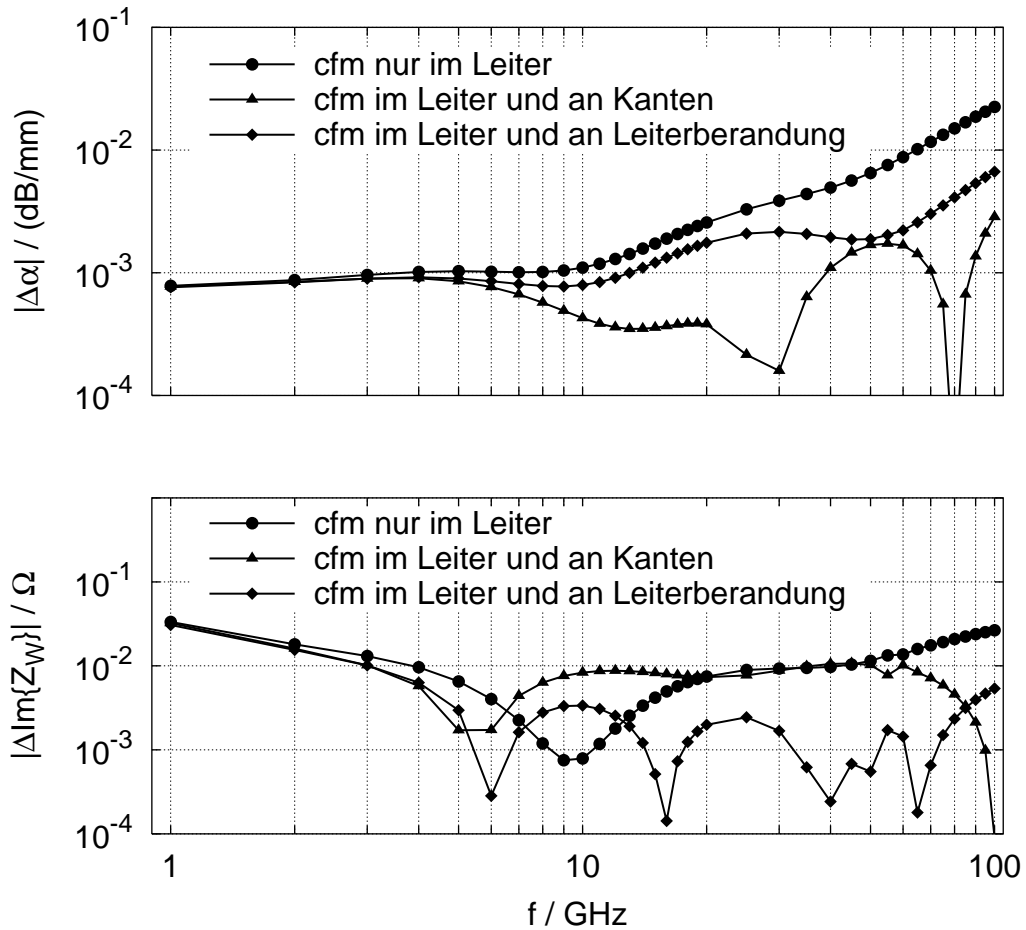


Abbildung 3.39: Absolute Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = U/I$) der Koplantarleitungswelle (Korrekturfaktoren nach Abschnitt 3.8.1). Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMGD. Es werden drei Fälle unterschieden: cfm nur im Leiter, cfm im Leiter und an Kanten, cfm im Leiter und an Leiterberandung. Koplantarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 20\mu\text{m}$ und $s = 10\mu\text{m}$.

Dabei beruhen die Ergebnisse auf Diskretisierungen wie für Leitungen mit idealen Leitern (kleinster Diskretisierungsschritt $1\mu\text{m}$ bzw. $0,5\mu\text{m}$ für die Leiterdicke $t = 0,5\mu\text{m}$; das

Verhältnis benachbarter Diskretisierungsschritte (Grading Faktor) beträgt $1,3 \dots 1,4$).

Zunächst soll die ideale Verteilung von magnetischen Korrekturfaktoren an den Leitern der Koplantarleitung bestimmt werden. Dazu sind in Abb. 3.39 die absoluten Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ der Koplantarleitungswelle dargestellt. Es werden drei Fälle unterschieden, in Abhängigkeit davon, welche Flussdichtekomponenten $b_{u,n}$ mit einem Korrekturfaktor gewichtet werden; für „cfm nur im Leiter“ werden nur Komponenten in Leitern mit Faktoren nach Gl. 3.37 multipliziert, für „cfm im Leiter und an Kanten“ werden zusätzlich Flussdichten unmittelbar an Leiterkanten mit Faktoren nach Gl. 3.36 und Gl. 3.34 korrigiert und für „cfm im Leiter und an Leiterberandung“ werden alle Flussdichten im und an Leiteroberflächen mit einem Korrekturfaktor gewichtet. In allen drei Fällen werden Ströme $i_{z,n}$ mit Faktoren nach Gl. 3.30 und elektrische Spannungen $e_{u,n}$ an Leiterkanten mit Faktoren nach Gl. 3.25 multipliziert.

Betrachtet man nur $\Delta\alpha$, dann ist der Fehler im gesamten Frequenzbereich am geringsten, wenn man Korrekturfaktoren cfm nur in Leitern und an deren Kanten verwendet. Bis 100 GHz ist $\Delta\alpha$ kleiner als 0,003 dB/mm. Unter Berücksichtigung des absoluten Fehlers $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ als Funktion der Frequenz würde man Korrekturfaktoren aber eher in Leitern und an deren gesamten Leiterberandung anordnen. In diesem Fall ist der Fehler in $\text{Im}\{Z_W\}$ kleiner. Weitere Fehlerbetrachtungen anhand der Schlitzleitungswelle bestätigen aber, dass eine Korrektur nur in Leitern und an deren Kanten die sinnvollste Wahl ist. Relative Minima in den Diagrammen kennzeichnen Schnittpunkte zwischen den berechneten Kurvenverläufen der Dämpfungskonstanten α bzw. des Imaginärteils des Wellenwiderstandes $\text{Im}\{Z_W\}$ nach der Hybridmethode HMPD und der konventionellen Methode FDFD. Generell ist die Anordnung der magnetischen Korrekturfaktoren für die hier betrachteten Strukturen bis 10 GHz unkritisch, da der absolute Fehler $\Delta\alpha$ in allen drei Fällen nur um bis zu 0,0007 dB/mm streut. Für $\text{Im}\{Z_W\}$ liegen die Abweichungen unterhalb von 0,009 Ω .

Anders als für α und $\text{Im}\{Z_W\}$ wirkt sich die Anordnung der magnetischen Korrekturfaktoren auf k_z und Z_W kaum aus. In Abb. 3.40 sind die relativen Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W einer Schlitzlei-

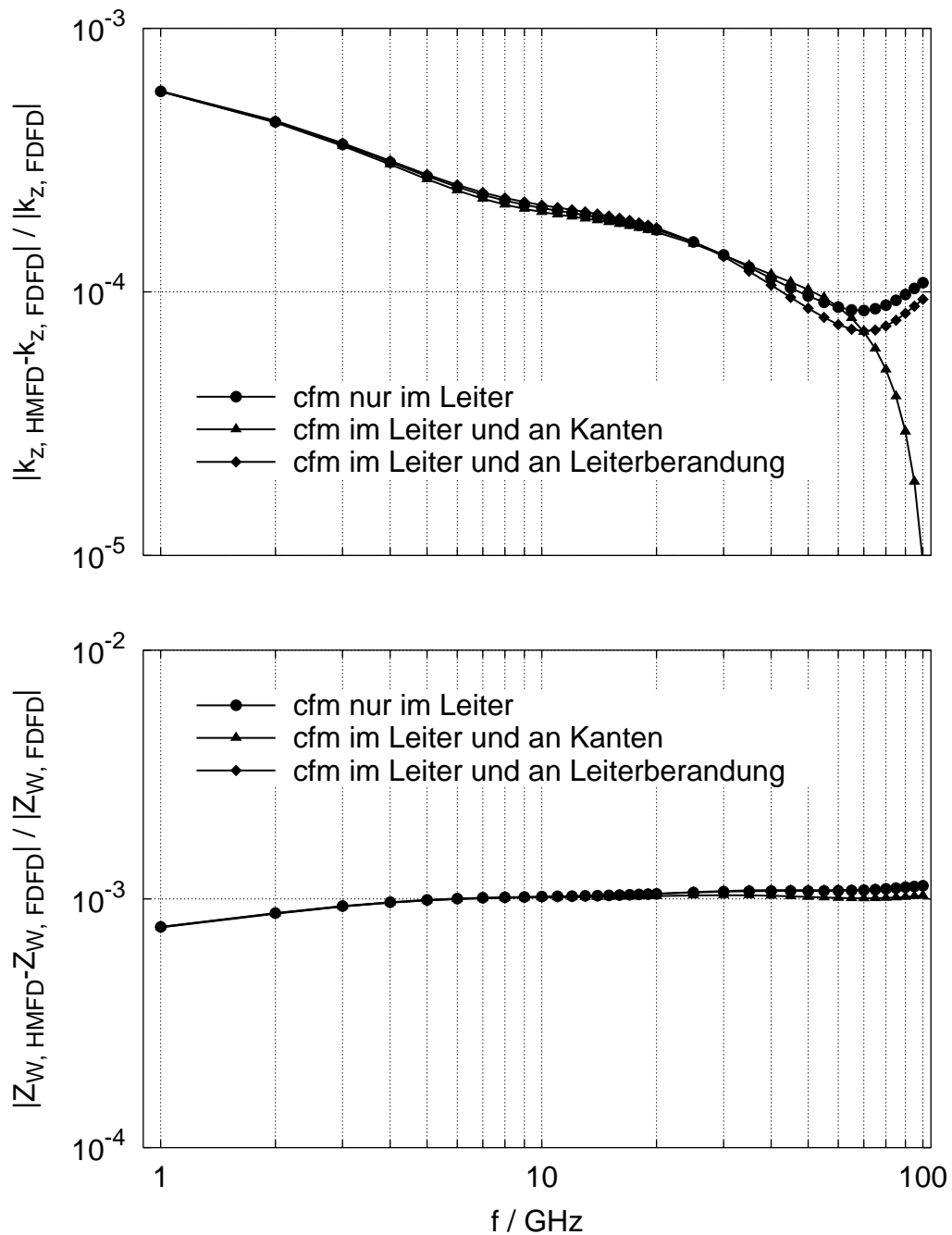


Abbildung 3.40: Relative Fehler der komplexen Ausbreitungskonstanten k_z und des komplexen Wellenwiderstandes Z_W der Schlitzeleitungswelle (mit $Z_W = P/|I|^2$)-Korrekturfaktoren nach Abschnitt 3.8.1. Die Referenz bildet eine konventionelle FDFD-Berechnung im hochauflösenden quasi-statischen Gitter von HMFDF. Es werden drei Fälle unterschieden: cfm nur im Leiter, cfm im Leiter und an Kanten, cfm im Leiter und an Leiterberandung. Kopplanarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 20\mu\text{m}$ und $s = 10\mu\text{m}$.

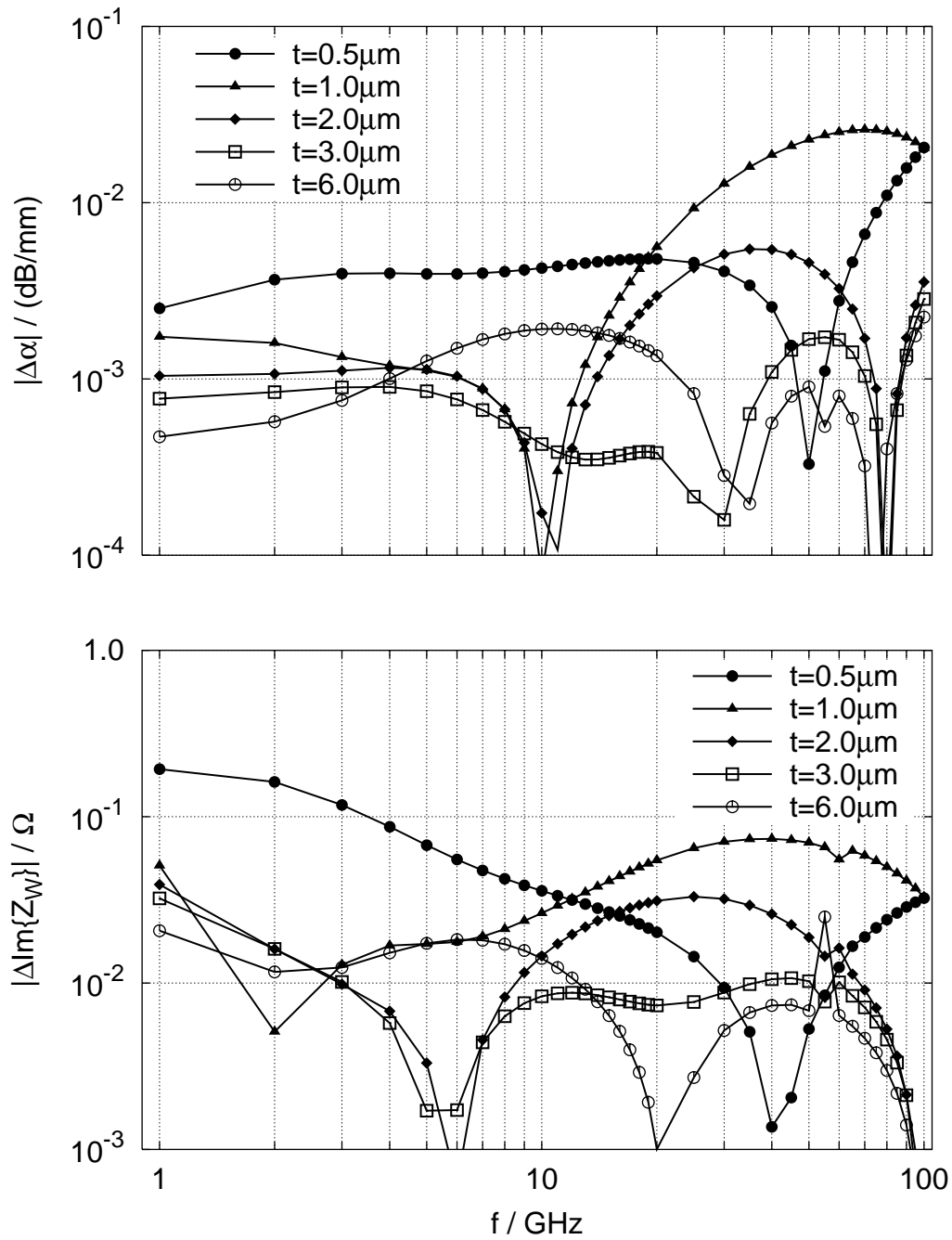


Abbildung 3.41: Absolute Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ ($Z_W = U/I$) der Koplanarleitungs-
 welle für Metallisierungsdicken t von $0,5\ \mu\text{m}$ bis $6,0\ \mu\text{m}$. (Korrekturfaktoren nach Ab-
 schnitt 3.8.1 nur in Leitern und an deren Kanten). Die Referenz bilden konventionelle
 FDFD-Berechnungen in den hochauflösenden quasi-statischen Gittern von HMPD. Ko-
 planarleitung nach Abb. 3.7 mit $w = 20\ \mu\text{m}$ und $s = 10\ \mu\text{m}$.

tungswelle dargestellt. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen liegen unterhalb bzw. in der Größenordnung von 0,1 %. Entsprechende Betrachtungen anhand der Koplanarleitungswelle bestätigen diese Feststellung. Der relative Fehler in Z_W ist zwar geringfügig größer, bleibt aber immer kleiner als 1 %.

Um die Gültigkeit des elektrischen Flächenkorrekturfaktors $cf_{e_z,n}$ für verschiedene Leiterdicken t zu überprüfen, sind in Abb. 3.41 die absoluten Fehler $\Delta\alpha$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ der Koplanarleitungswelle als Funktion der Frequenz für verschiedene Metallisierungsdicken t von $0,5\ \mu\text{m}$ bis $6,0\ \mu\text{m}$ aufgetragen. In allen Fällen ist $\Delta\alpha$ immer kleiner als $0,03\ \text{dB/mm}$ und $\Delta\text{Im}\{Z_W\}$ immer kleiner als $0,2\ \Omega$. Die Fehler liegen damit im untersuchten Frequenzbereich für alle Dicken t im Bereich der Toleranz. Abb. 3.41 veranschaulicht aber auch, dass mit zunehmender Dicke t die Fehler abnehmen. Die relativen Fehler von k_z und von Z_W sind in allen hier betrachteten Fällen kleiner als 1,0 %.

Die Einsparungen an Rechenzeit und Speicherbedarf sind bei analytischer Beschreibung von Leiterverlusten geringer als bei dem numerischen Ansatz der Hybridmethode HMFDF. Man erhält aber ein automatisierbares Verfahren. Für die Koplanarleitung mit $t = 3\ \mu\text{m}$ und den beschriebenen Diskretisierungen konnte die Rechenzeit zur Berechnung der Koplanarleitungs- sowie der Schlitzleitungswelle gegenüber der konventionellen Methode FDFD um mehr als 86 % (Faktor 7,5) reduziert werden und 68 % (Faktor 3,1) an Speicher ließen sich einsparen.

Kapitel 4

Dreidimensionale Feldberechnungen

Die Berechnung der Felder passiver Hochfrequenzkomponenten unter Berücksichtigung des Skin-Effekts mit der konventionellen FDFD-Methode ist in vielen Fällen nur bedingt möglich. Die Eindringtiefe erfordert eine feine Diskretisierung und damit viele Zellen. Mit wachsendem Arbeitsspeicher-Bedarf wächst die Rechenzeit. Auch wenn der Arbeitsspeicher eines Computers ausreichend ist, wird die Methode für den Entwicklungs-Ingenieur uninteressant, wenn durch lange Rechenzeiten die Entwicklungs-Zyklen prohibitiv lang werden.

Mit der Hybridmethode HMFD lassen sich die Berechnungen dreidimensionaler Strukturen effizienter gestalten. Insbesondere ihr Rechenzeit-Bedarf liegt um Größenordnungen unter der konventionellen Methode FDFD.

In den folgenden Abschnitten wird die Lösung der dreidimensionalen Wellengleichung des elektrischen Feldes in einem Gitter G unter Berücksichtigung von Vorkenntnissen aus dem quasi-statischen Feld (Verschiebungsströme $\partial\vec{D}/\partial t$ werden vernachlässigt) anhand planarer Hochfrequenzkomponenten beschrieben.

Für den Hochfrequenzingenieur von Interesse ist in erster Linie die Streumatrix, die sich aus den Feldern im Inneren der dreidimensionalen Strukturen berechnen lässt [53].

terübergang in Abb. 4.1 betrachtet. Unter der Annahme, dass jeder Wellenleiter genau eine hin- (a_i , $i = 1, \dots, 3$) und eine rücklaufende (b_i) Welle führt, besitzt die zugehörige Streumatrix neun Elemente. Um diese Elemente zu berechnen, sind neun Gleichungen erforderlich. Im einfachsten Fall ergeben sich drei linear unabhängige Anregungen, wenn man die hinlaufenden Wellen a_i in den Toren als Quellen verwendet und deren Vorzeichen variiert (z.B. $(a_1, a_2, a_3)^T$, $(a_1, -a_2, a_3)^T$ und $(a_1, a_2, -a_3)^T$). Für eine Anregung ergibt sich dann eine Gleichung für jede rücklaufende Welle b_i , so dass sich mit drei Anregungen genau neun Gleichungen ergeben.

Tatsächlich ist die Berechnung der Streumatrix dreidimensionaler Strukturen komplexer als hier dargestellt, denn in den Toren können hin- und rücklaufende Wellen nicht getrennt werden. Für das eigentliche Verfahren werden deshalb sog. *Modenamplitudensummen* $w_i = a_i + b_i$ als Anregungen verwendet und statt b_i werden Reflexionsfaktoren $r_i = b_i/a_i$ berechnet, die sich in die Elemente der Streumatrix umrechnen lassen. Diese Reflexionsfaktoren berechnen sich aus den Anregungen an den Toren, den Modenamplitudensummen, und dem elektromagnetischen Feld in einer Transversalebene (T-Ebene in Abb. 4.1) auf jedem Wellenleiter im Inneren der Struktur parallel zu den Toren [53].

4.2 Quasi-Statik im Gitter (3D)

Anders als für das Wellenleiterproblem (siehe Abschnitt 3.4) lassen sich die quasi-statischen Berechnungen zur Bestimmung der Korrekturfaktoren im dreidimensionalen Gitter nicht auf eine Unbekannte pro Gitterknoten reduzieren. Magneto-quasistatisch sind jeweils alle drei Komponenten des elektrischen und des magnetischen Feldes und im elektrostatischen Fall alle drei Komponenten des elektrischen Feldes zu berücksichtigen.

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, bilden die Eigenwellen der Wellenleiter einer dreidimensionalen Struktur die Anregung, um die Streumatrix zu bestimmen. Die Berechnung der Eigenwellen erfolgt dabei für die Torquerschnitte unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren, die sich aus der dreidimensionalen quasi-statischen Berechnung für die Torquerschnitte ergeben. Es sind keine zusätzlichen zweidimensionalen quasi-statischen

Berechnungen erforderlich. Für die Elektrostatik und die Magneto-Quasistatik sind aber in den Toren unterschiedliche Randbedingungen zu wählen. Die Korrekturfaktoren für die transversalen Komponenten des elektrischen Feldes in den Toren werden elektrostatisch bestimmt. Die Tore müssen deshalb durch magnetische Wände abgeschlossen werden. Im magneto-quasistatischen Fall müssen in den Toren die Transversalkomponenten des magnetischen Feldes existieren. Es sind deshalb elektrische Wände zu wählen.

Die dynamischen Diskretisierungen zur Berechnung der Eigenwellen müssen aus dem dreidimensionalen dynamischen Gitter an den Toren gewonnen werden, weil die Korrekturfaktoren für diese Diskretisierung bestimmt werden.

4.2.1 Magneto-Quasistatik im Gitter (3D)

Um das magneto-quasistatische Feld im Inneren einer dreidimensionalen Struktur wie z.B. des Dreileiterübergangs in Abb. 4.1 zu berechnen, werden den elektrischen Leitern der Struktur (bei einer Koplanarleitung sind es die Masse- und der Mittelleiter) quellenfreie Gleichströme bzw. elektrische Spannungen als Quellen eingepägt.

Für die Bestimmung einer geeigneten Gleichstromverteilung ist eine zusätzliche dreidimensionale FD-Berechnung erforderlich. Es muss die Potentialgleichung

$$-\tilde{S}D_{\sigma}\tilde{S}^T\vec{\varphi} = \vec{r}_{\varphi_{Tor}}. \quad (4.2)$$

für das elektrostatische Potential $\vec{\varphi}$ innerhalb der elektrischen Leiter gelöst werden (zur Herleitung siehe Anhang B.3.4). Dazu werden den Leiterquerschnitten in den Toren der dreidimensionalen Struktur unterschiedliche Potentiale zugeordnet (siehe auch Abschnitt 2.3.1) aus denen man die rechte Seite $\vec{r}_{\varphi_{Tor}}$ bestimmt. Die einzuprägende elektrische Spannung \vec{e}_E der Magneto-Quasistatik

$$\vec{e}_E = -\tilde{S}^T\vec{\varphi}. \quad (4.3)$$

ist dann der Gradient der Potentialverteilung $\vec{\varphi}$ in den elektrischen Leitern.

Es ist zu beachten (siehe auch Abschnitt 3.4.3), dass die Wahl der Gleichstromverteilung nicht beliebig ist. Sie ist so zu wählen, dass sie der Stromverteilung des Wellentypen (Koplanarleitungs-, Schlitzleitungswelle, usw.), dessen Streuparameter werden sollen, entspricht. Dazu sind die Potentialwerte in den Toren entsprechend zu wählen. Für die Koplanarleitungswelle ist eine Gleichstromverteilung vorzugeben, dass der gesamte Strom im Mittelleiter fließt und über die Masseleiter zu gleichen Teilen zurückgeführt wird.

Das magneto-quasistatische elektrische Feld im Inneren der dreidimensionalen Struktur ist die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$(\tilde{C}D_{\mu_r}^{-1}C + j\omega\mu_0D_\sigma)\vec{e} = -j\omega\mu_0D_\sigma\vec{e}_E \quad (4.4)$$

(zur Herleitung siehe Anhang B.3.2) unter Berücksichtigung der Randbedingungen. Dabei ergibt sich Gl. 4.4 direkt aus Gl. 4.1, wenn man die Verschiebungsströme ($D'_{\epsilon_r} = 0$) vernachlässigt.

Der zugehörige magnetische Fluss \vec{b} ist

$$\vec{b} = \frac{j}{\omega}C\vec{e} \quad (4.5)$$

(Gleichung 4.5 folgt aus Gleichung 2.2, wenn man nach \vec{b} auflöst).

4.2.2 Elektrostatik im Gitter (3D)

Um das elektrostatische Feld im Inneren einer dreidimensionalen Struktur wie z.B. des Dreileiterübergangs in Abb. 4.1 zu berechnen, muss die Gitterpotentialgleichung

$$-\tilde{S}D_{\epsilon_r}\tilde{S}^T\vec{\varphi} = \vec{r}_\varphi \quad (4.6)$$

für das elektrostatische Potential $\vec{\varphi}$ unter Berücksichtigung der Randbedingungen gelöst werden (zur Herleitung siehe Anhang B.3.3). Dabei wird der Vektor \vec{r}_φ aus den Quellen des elektrostatischen Feldes (siehe unten) bestimmt.

Das elektrostatische Feld bzw. die elektrostatische Spannung

$$\vec{e} = -\tilde{S}^T \vec{\varphi} \quad (4.7)$$

ist dann der Gradient des elektrostatischen Potentials $\vec{\varphi}$ im Gitter (siehe Anhang B.3.3). Im elektrostatischen Feld verhalten sich elektrische Leiter mit einer endlichen Leitfähigkeit wie ideale Leiter. Quellen des elektrostatischen Feldes sind Oberflächenladungen auf diesen Leitern, so dass den Leitern unterschiedliche Potentiale zugeordnet werden können. Die Wahl der Potentiale ist wie die Wahl der Gleichstromverteilung in Abschnitt 4.2.1 nicht frei. Die mit ihnen verknüpfte Feldverteilung des elektrischen Feldes, muss dem Wellentypen entsprechen, dessen Streuparameter berechnet werden sollen. Für die Koplanarleitungswelle ist eine bzgl. des Mittelleiters symmetrische Potentialverteilung zu wählen (siehe auch Abschnitt 3.4.3).

4.3 Verifikation der Hybridmethode HMFD (3D)

Die folgenden Betrachtungen dienen der Verifikation der Hybridmethode HMFD an dreidimensionalen Strukturen. Dazu werden die Streuparameter einiger ausgewählter Koplanarstrukturen (Wellenwiderstandssprung, Widerstand, Luftbrücke) betrachtet und anhand konventioneller FDFD-Berechnungen in den hochauflösenden Gittern der Quasistatik überprüft.

Alle untersuchten Strukturen werden außer an den Toren von magnetischen Wänden begrenzt. In den Toren werden für die dynamische Rechnung von HMFD transversale elektrische Felder eingepreßt. Es sind Überlagerungen von Eigenwellen der die dreidimensionalen Strukturen speisenden Wellenleiter (siehe Abschnitt 4.1). Um jeweils nur die Koplanarleitungswelle zu betrachten wird in der Symmetrieebene auf dem Mittelleiter der untersuchten Strukturen eine magnetische Wand definiert. Die Anregungen der Quasistatik (Gleichstromverteilung für die Magneto-Quasistatik, Potentialverteilung für die Elektrostatik) sind bezüglich des Mittelleiters der untersuchten Koplanarstrukturen symmetrisch gewählt. In den dreidimensionalen Abbildungen der im Folgenden beschriebenen Strukturen ist jeweils die Potentialverteilung der Gleichstromanregung der Magneto-Quasistatik

ingezeichnet.

4.3.1 Koplanarer Wellenwiderstandssprung

Der koplanare Wellenwiderstandssprung nach Abb. 4.2 bzw. 4.3 ist ein Grundelement passiver Komponenten von Hochfrequenzschaltungen. Es wird z.B. für die Realisierung von $\lambda/4$ -Transformatoren und von Hochfrequenzfiltern verwendet.

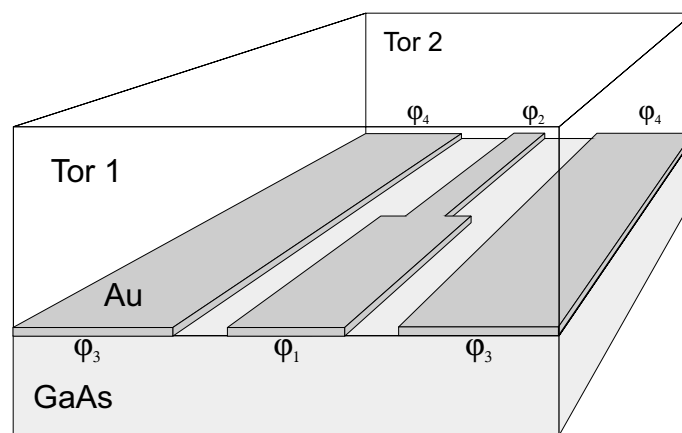


Abbildung 4.2: 3D-Ansicht eines koplanaren Wellenwiderstandssprungs. Die Größen φ_i mit $i = 1, \dots, 2$ bezeichnen die Potentialverteilung der Gleichstromanregung der magnetoquasistatischen Rechnung. Das Trägersubstrat ist GaAs. Die Metallisierung besteht aus Gold.

Das einfachste Modell seiner S-Parameter basiert auf den eindimensionalen Gleichungen der Leitungstheorie [46], [54]. Dabei werden parasitäre Effekte vernachlässigt. Die Streuparameter berechnen sich allein aus den Wellenwiderständen der in Reihe geschalteten Koplanarleitungen mit

$$S_{11} = -S_{22} = \frac{\frac{Z_{W,w_2}}{Z_{W,w_1}} - 1}{\frac{Z_{W,w_2}}{Z_{W,w_1}} + 1} \quad (4.8)$$

und

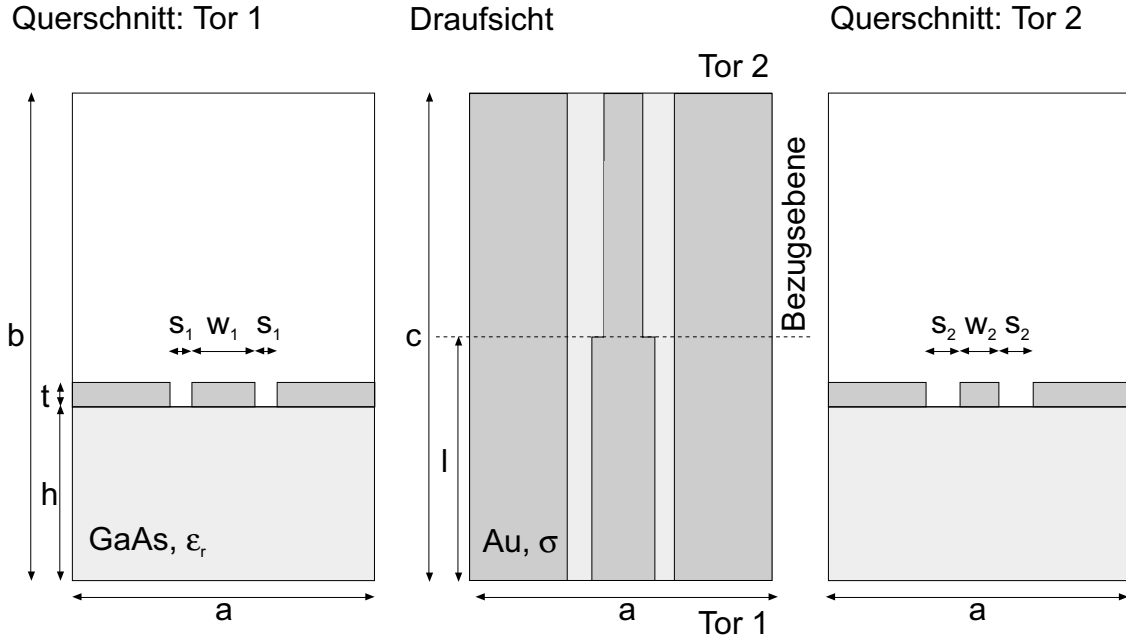


Abbildung 4.3: 2D-Ansichten des koplanaren Wellenwiderstandssprungs in Abb. 4.2. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 250\mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 703\mu\text{m}$, Strukturtiefe $c = 1200\mu\text{m}$, Leiterbreiten $w_1 = 20\mu\text{m}$ und $w_2 = 10\mu\text{m}$, Schlitzbreiten $s_1 = 15\mu\text{m}$ und $s_2 = 20\mu\text{m}$, Substratdicke $h = 200\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3\mu\text{m}$, Leitungslänge $l = 600\mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit der Metallisierung $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{S/m}$.

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2}{1 + \frac{Z_{W,w_1}}{Z_{W,w_2}}} \cdot \sqrt{\frac{Z_{W,w_1}}{Z_{W,w_2}}}. \quad (4.9)$$

Z_{W,w_1} ist in diesem Zusammenhang der Wellenwiderstand der Kopplanarleitung mit der Mittelleiterbreite w_1 und Z_{W,w_2} der Wellenwiderstand der Kopplanarleitung mit der Mittelleiterbreite w_2 . Die in der Literatur übliche Definition der S-Parameter basiert auf der Annahme reellwertiger Wellenwiderstände [46]. Im Zusammenhang dieser Arbeit sind die Wellenwiderstände aber komplexwertig, so dass einfache Zusammenhänge nicht mehr gültig sind. Z. B. kann die von einer Welle geführte Wirkleistung nicht mehr aus $\text{Re}\{P\} = \text{Re}\{UI^*\} = \frac{1}{2}(|a|^2 - |b|^2)$ berechnet werden.

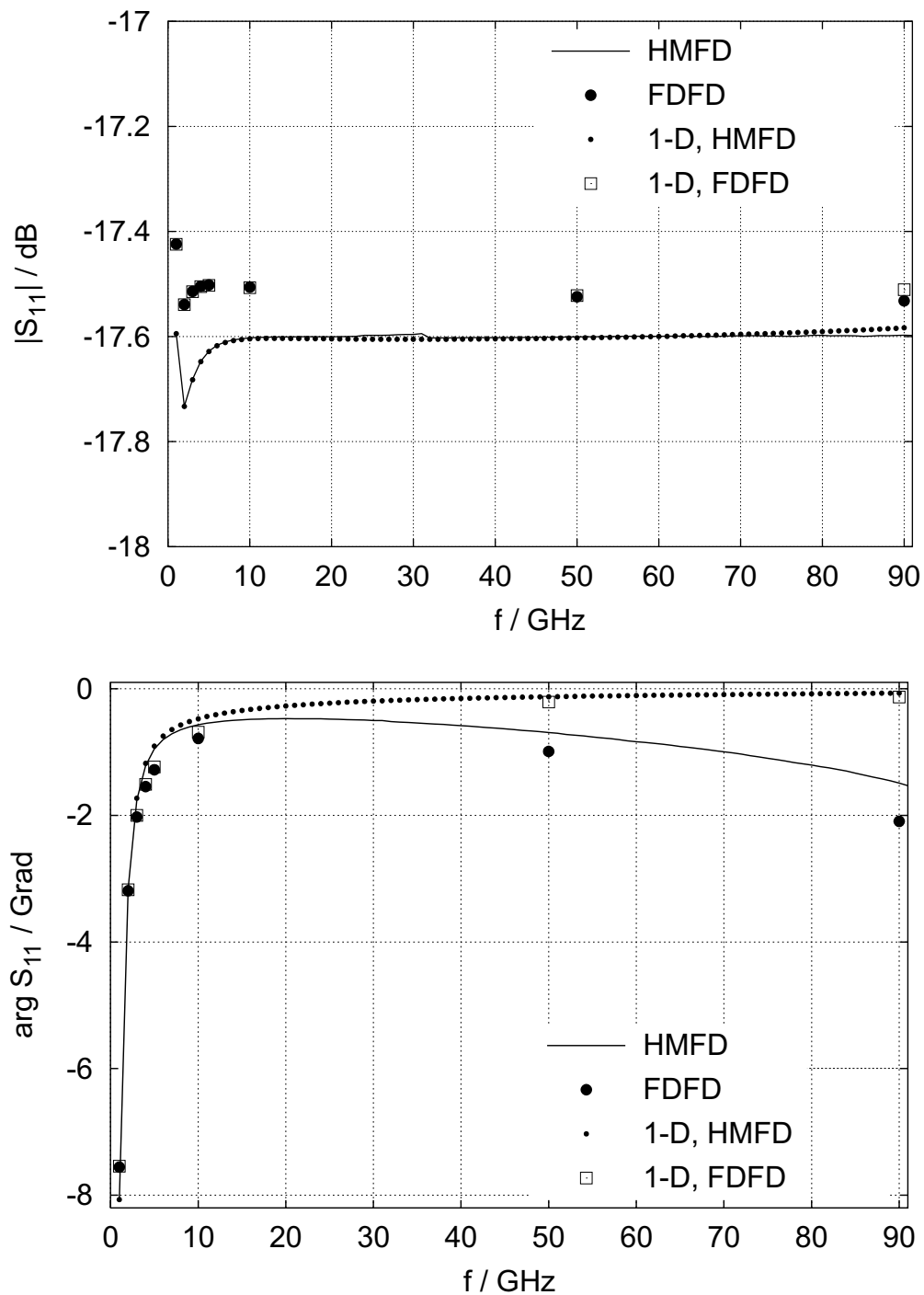


Abbildung 4.4: Betrag und Phase von S_{11} als Funktion der Frequenz f für den Wellenwiderstandsprung nach Abb. 4.3. Vergleich der Hybridmethode HMFD mit der konventionellen Methode FDFD. Die Bezeichnungen „1-D, HMFD“ und „1-D, FDFD“ kennzeichnen eindimensionale Näherungslösungen nach Gl. 4.8.

Das Ergebnis der Auswertung von Gl. 4.8 für S_{11} ist in Abb. 4.4 für Frequenzen von 1 bis 90 GHz dargestellt. Im Grenzfall $f \rightarrow 0$ sind die S-Parameter S_{ii} und S_{ij} mit $i = 1, 2$, $j = 1, 2$ und $i \neq j$ reelle Größen. Denn nach der Leitungstheorie berechnen sich die Wellenwiderstände

$$Z_{W,w_i} = \sqrt{\frac{R'_i + j\omega L'_i}{j\omega C'_i}} \quad (4.10)$$

aus den Leitungsbelägen (R'_i, L'_i, C'_i) , wobei hier dielektrische Verluste vernachlässigt werden. Für $\omega = 2\pi f \rightarrow 0$ ist aber $R'_i \gg \omega L'_i$, so dass

$$Z_{W,w_i} = \frac{1 - j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R'_i}{\omega C'_i}}. \quad (4.11)$$

Nach Gl. 4.11 sind Real- und Imaginärteil für tiefe Frequenzen identisch, so dass für die S-Parameter gilt:

$$S_{11} = -S_{22} = \frac{\frac{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_2}\}}{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_1}\}} - 1}{\frac{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_2}\}}{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_1}\}} + 1} \in \mathbb{R} \quad (4.12)$$

und

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2}{1 + \frac{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_1}\}}{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_2}\}}} \cdot \sqrt{\frac{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_1}\}}{\operatorname{Re}\{Z_{W,w_2}\}}} \in \mathbb{R}. \quad (4.13)$$

Betrag und Phase der S-Parameter sind allein durch das Verhältnis der Realteile der Wellenwiderstände bestimmt.

Nach Abb. 4.5 ist $\operatorname{Re}\{Z_{W,w_2}\} > \operatorname{Re}\{Z_{W,w_1}\}$, so dass die Phasen der S-Parameter mit Ausnahme der von S_{22} im Grenzfall 0 Grad betragen. Die von S_{22} beträgt 180 Grad. Anhand von Abb. 4.5 sind auch die Bereiche $\operatorname{Re}\{Z_W\} \approx |\operatorname{Im}\{Z_W\}|$ und $\operatorname{Re}\{Z_W\} > |\operatorname{Im}\{Z_W\}|$ unterhalb und oberhalb von $f = 0,01$ GHz zu unterscheiden. Unterhalb von $f = 0,01$ GHz sind die Leiter der Koplanarleitungen vollkommen felddurchdrungen und R'_i entspricht dem Gleichstromwiderstandsbelag. Berücksichtigt man, dass C'_i frequenzunabhängig ist

[19], dann ist das Verhältnis der Realteile der Wellenwiderstände konstant. Eine einfache Abschätzung ergibt somit $|S_{ii}| = -13\text{dB}$ und $S_{ij} = 0,97$ für $f \rightarrow 0$. Oberhalb von $f = 0,01$ GHz findet in den Leitern der Koplanarleitung die in Abschnitt 3.1 beschriebene Feldumverteilung statt. Ursache dafür ist der Skin-Effekt, der sich mit wachsender Frequenz auswirkt. Für hohe Frequenzen ($f > 10$ GHz) sind die Imaginärteile der Wellenwiderstände der Koplanarleitungen gegenüber den Realteilen zu vernachlässigen. Damit sind im Idealfall die S-Parameter auch für hohe Frequenzen reellwertig. Nur im Bereich zwischen $f = 0,01$ GHz und $f = 10$ GHz sind die S-Parameter komplexwertig. Dies ist gerade der Zwischenbereich in dem die oben erwähnte Feldumverteilung stattfindet.

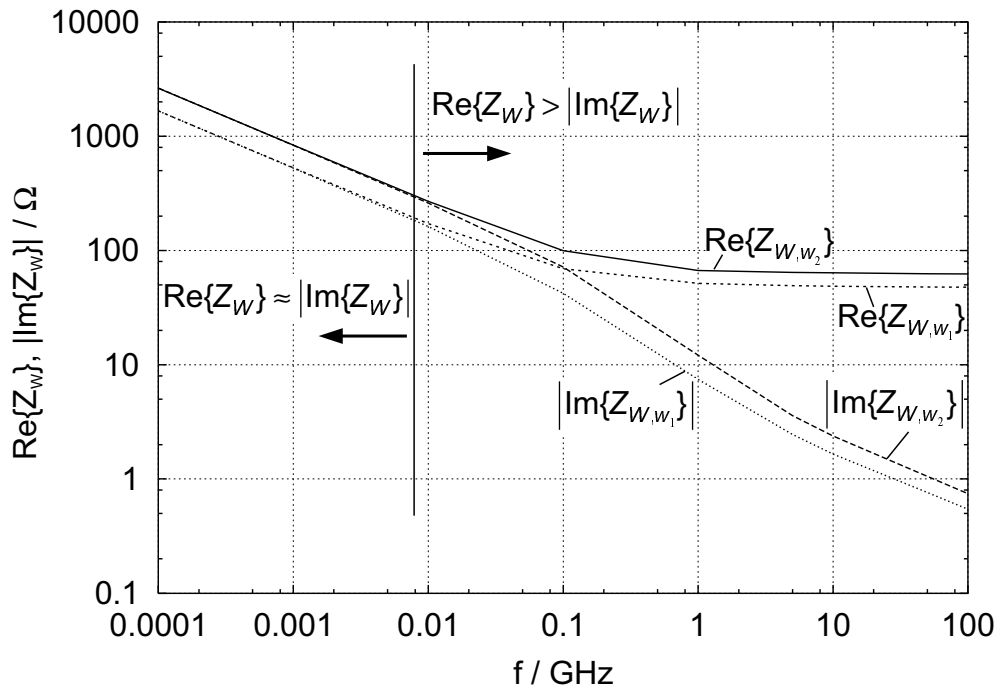


Abbildung 4.5: Real- und Imaginärteil der Wellenwiderstände ($Z_W = U/I$) der Kopplanarleitungen des Wellenwiderstandssprungs nach Abb. 4.3 als Funktion der Frequenz. Z_{W,w_1} ist der Wellenwiderstand der Kopplanarleitung mit der Mittelleiterbreite w_1 und Z_{W,w_2} der Wellenwiderstand der Kopplanarleitung mit der Mittelleiterbreite w_2 .

Mit der Hybridmethode HMFD wurde der Wellenwiderstandssprung in einem quasi-statischen mit 443664 Zellen und einem dynamischen Gitter mit 2448 Zellen berechnet.

Um einen Vergleich der S-Parameter mit den idealisierten Werten nach Gleichung 4.8 und 4.9 zu ermöglichen, ist die Bezugsebene an der Stoßstelle zwischen den beiden Leitungen definiert (siehe Abb. 4.3).

Um die Hybridmethode zu verifizieren sind in Abb. 4.4 Betrag und Phase des Reflexionsfaktors S_{11} dargestellt. Auf eine Darstellung von S_{22} sowie S_{12} bzw. S_{21} wird verzichtet, da sich daraus keine neuen Erkenntnisse ergeben. In allen Fällen ist die Übereinstimmung mit den Referenzwerten (FDFD) sehr gut. Der absolute Fehler von Betrag und Phase des Reflexionskoeffizienten S_{11} ist kleiner als -50 dB bzw. kleiner als 1 Grad.

Der Vergleich der dreidimensionalen Feldberechnungen (FDFD und HMFD) mit den idealisierten Werten nach der eindimensionalen Näherung für S_{11} verdeutlicht zudem, dass dreidimensionale (parasitäre) Effekte an der Stoßstelle im betrachteten Frequenzbereich praktisch unbedeutend sind (siehe Abb. 4.4). Die Betragsdifferenz ist vernachlässigbar klein und die Phasendifferenz beträgt weniger als 2 Grad. Nach Abb. 4.4 ist aber davon auszugehen, dass die Phase als Ergebnis der FD-Berechnungen für Frequenzen oberhalb von $f = 100$ GHz weiter negativ anwächst.

4.3.2 Koplanarer Dünnfilmwiderstand

Widerstände lassen sich für planare Schaltungen in Form von konzentrierten Dünnfilmwiderständen realisieren. Die Abmessungen konzentrierter Bauelemente (Widerstände, Kapazitäten, Induktivitäten) sind klein gegenüber der verwendeten Wellenlänge, so dass ihre Werte im interessierenden Frequenzbereich nahezu frequenzunabhängig sind. Vereinfachend werden sie oft als kurzer Abschnitt einer (Quasi)-TEM-Leitung behandelt [55].

Abb. 4.6 bzw. 4.7 zeigt einen integrierten Serienwiderstand, bei dem die NiCr-Schicht (Dicke $t_{DF} = 0,2\mu\text{m}$) als Widerstandsmaterial verwendet wird. Die Länge l_{DF} ist mit $100\mu\text{m}$ im hier zu Grunde liegenden Frequenzbereich bis 100 GHz klein gegen die Leitungswellenlänge des Leitungsabschnittes der NiCr-Schicht. Der Serienwiderstand besitzt einen Widerstandswert von 500Ω . Die Koplanarleitungen sind im Frequenzbereich von 1 bis 100GHz für einen Wellenwiderstand von 50Ω ausgelegt, so dass nach der Leitungstheorie unter Vernachlässigung von parasitären Effekten der Reflexionskoeffizient S_{ii} mit

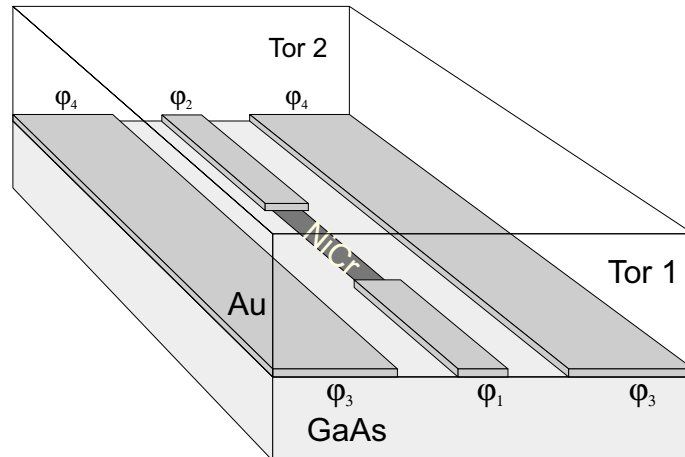


Abbildung 4.6: 3D-Ansicht eines NiCr-Dünnfilmwiderstands in einer Reihenschaltung mit Koplanarleitungen. Die Größen φ_i mit $i = 1, \dots, 4$ bezeichnen die Potentialverteilung der Gleichstromanregung der magneto-quasistatischen Rechnung. Das Trägersubstrat ist GaAs. Die Metallisierung besteht aus Gold.

$i = 1, 2$ -1,7dB beträgt. Dabei sind die Bezugsebenen für die S-Parameter die Stoßstellen zwischen den Koplanarleitungen und dem Widerstand (siehe Abb. 4.7).

Für die Verifizierung der Hybridmethode HMFD anhand des Serienwiderstandes wurde ein dynamisches Gitter mit 3564 und ein quasi-statisches mit 603840 Gitterzellen verwendet. Das Verhältnis benachbarter Zellen (Grading-Faktor) betrug dabei $q_{\text{qst}} = 1,4$ für das quasi-statische Gitter bzw. $q_{\text{dyn}} = 1,8$ für das dynamische Gitter .

Das Ergebnis der FD-Berechnungen (HMFD und FDFD) ist in den Abbildungen 4.8 und 4.9 dargestellt. Abb. 4.8 zeigt den Reflexionskoeffizienten S_{11} und Abb. 4.8 den Transmissionskoeffizienten S_{12} . Ihre Beträge zeigen nur eine schwache Frequenzabhängigkeit und der Wert des Betrages des Reflexionskoeffizienten S_{11} liegt nahe dem erwarteten Wert von -1,7 dB. Andererseits ist die Frequenzabhängigkeit der Phasen stärker ausgeprägt. Die negative Phase des Reflexionskoeffizienten deutet darauf hin, dass der Dünnfilmwiderstand nicht allein durch einen Wirkwiderstand sondern auch durch eine Blindkomponente beschrieben werden muss. Hinzu kommen parasitäre Effekte an den Stoßstellen. Die Phase des Transmissionskoeffizienten S_{12} beschreibt in erster Näherung die Phasendifferenz zwi-

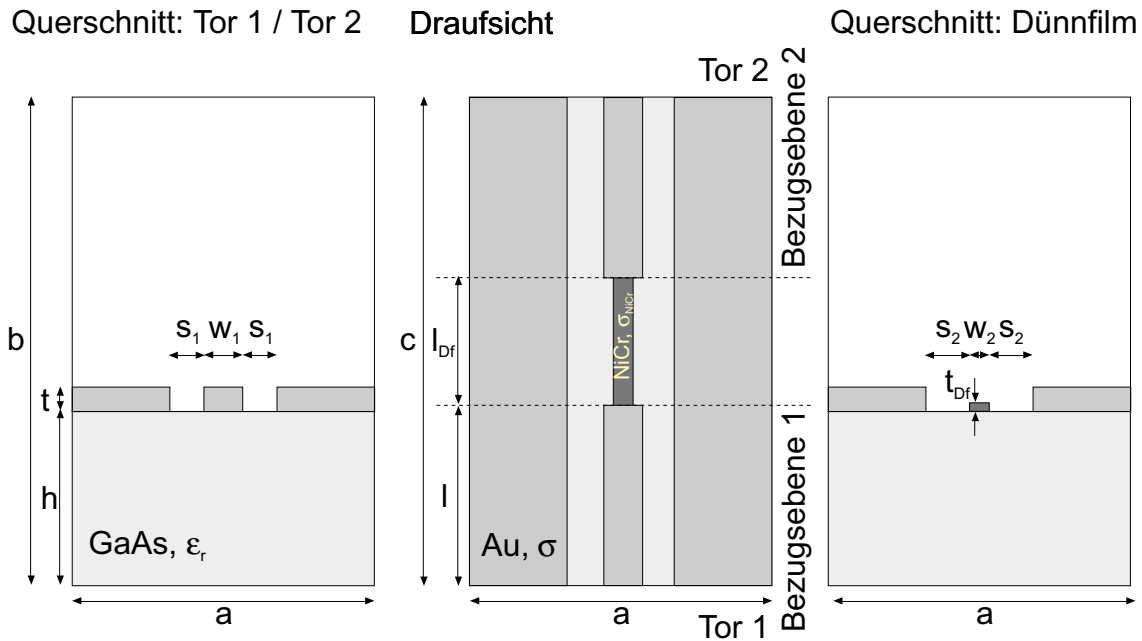


Abbildung 4.7: 2D-Ansichten des koplanaren NiCr-Schichtwiderstands in Abb. 4.6. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 250\mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 703\mu\text{m}$, Strukturtiefe $c = 1300\mu\text{m}$, Leiterbreiten $w_1 = 20\mu\text{m}$ und $w_2 = 10\mu\text{m}$, Schlitzbreiten $s_1 = 15\mu\text{m}$ und $s_2 = 20\mu\text{m}$, Substratdicke $h = 200\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3\mu\text{m}$, NiCr-Schichtwiderstandsdicke $t_{Df} = 0,2\mu\text{m}$, Leitungslängen $l = 600\mu\text{m}$ und $l_{Df} = 100\mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeiten $\sigma = 3 \cdot 10^7\text{S/m}$ und $\sigma_{NiCr} = 10^5\text{S/m}$.

schen den Bezugsebenen.

Der Vergleich der Werte nach der Hybridmethode mit den Referenzwerten im Frequenzbereich von 1 bis 100 GHz ergibt einen absoluten Fehler von weniger als 0,01 in den Beträgen der S-Parameter. Der maximale Phasenfehler bis $f = 100$ GHz liegt für S_{12} in der Größenordnung von 6 Grad und der von S_{11} bei 1,5 Grad.

Die Beträge als auch die Phasen zeigen oberhalb von 100 GHz relative Extrema. Sie entstehen, weil die E_{10} -Welle im GaAs-Substrat ausbreitungsfähig wird. Für praktische Anwendungen ist das $200\mu\text{m}$ dicke Substrat mit einer magnetischen Wand als Rückseite für Frequenzen oberhalb von 80 GHz zu dick. Diese Substratdicke ist deshalb nur für

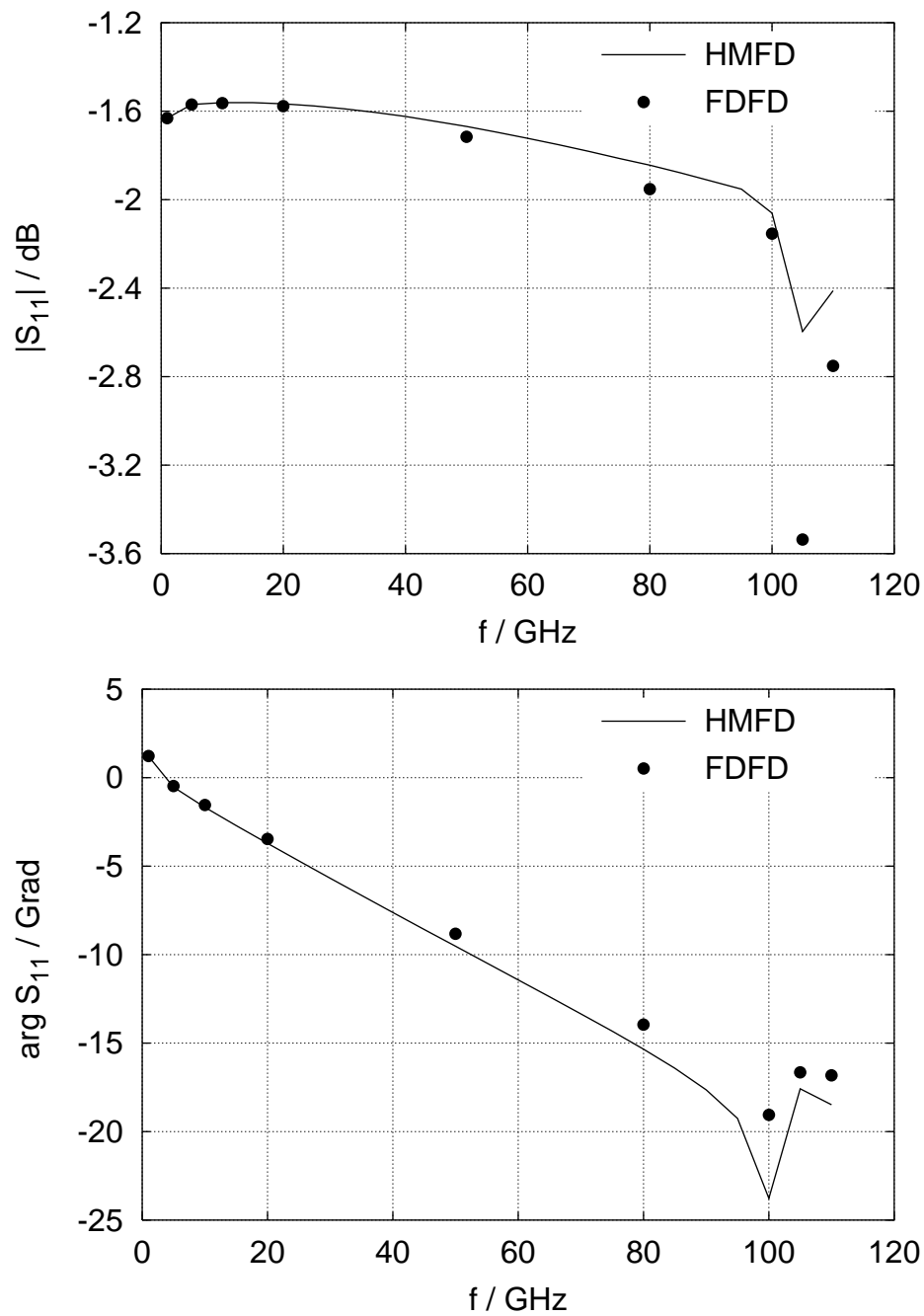


Abbildung 4.8: Betrag und Phase von S_{11} der Koplanarleitungswelle des NiCr-Schichtwiderstands gemäß Abb. 4.7 als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD.

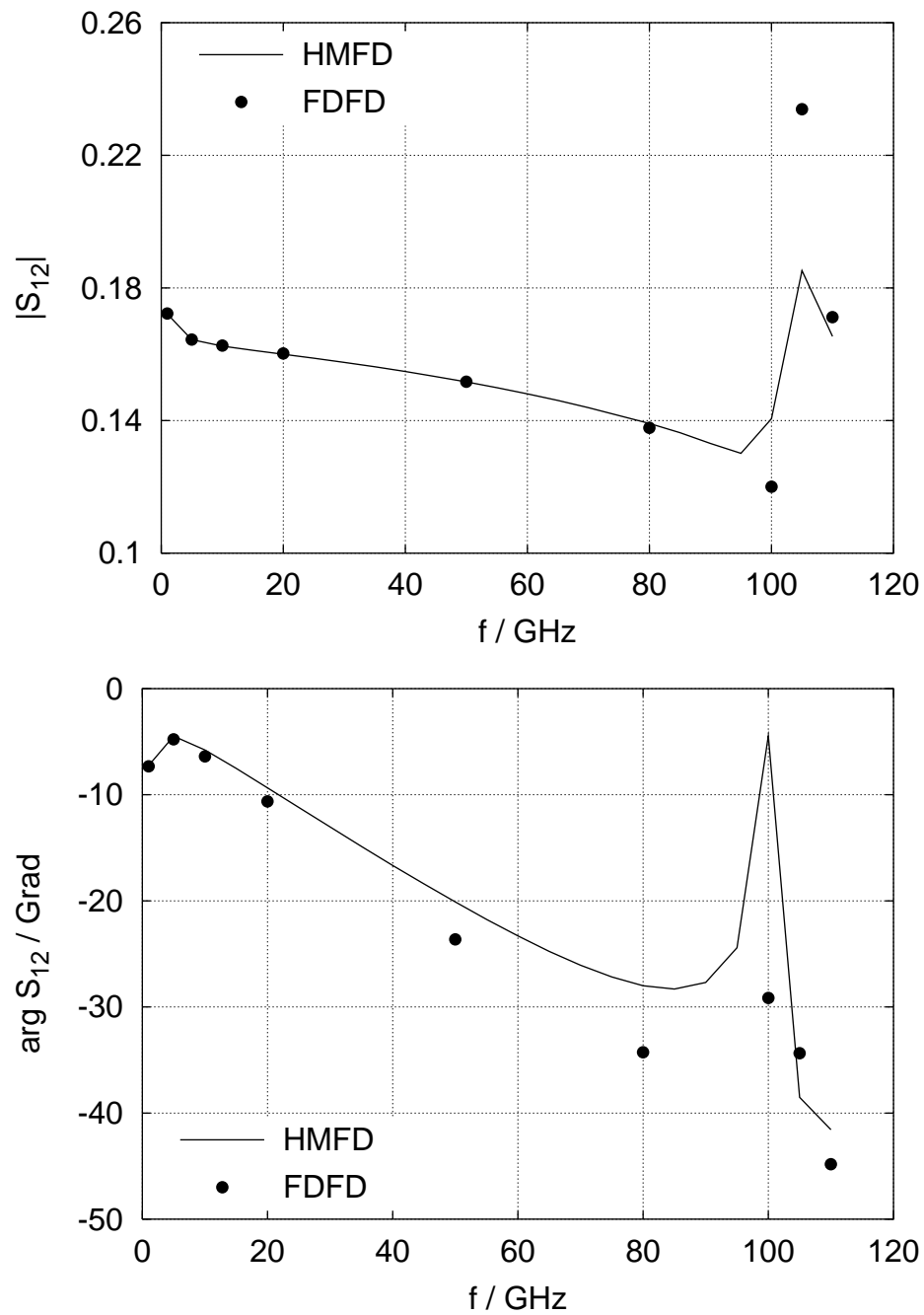


Abbildung 4.9: Betrag und Phase von S_{12} der Koplanarleitungswelle des NiCr-Schichtwiderstands gemäß Abb. 4.7 als Funktion der Frequenz f . Vergleich von Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD.

Frequenzen bis 80 GHz geeignet.

4.3.3 Koplanare Luftbrücken

In MMIC-Koplanarschaltungen werden Luftbrücken (siehe Abb. 4.10 und 4.11) verwendet, um die i.A. parasitäre Schlitzleitungswelle der Koplanarleitung zu unterdrücken. Diese wird durch unsymmetrische Leitungsdiskontinuitäten angeregt. Bei den Luftbrücken werden die Massemetallisierungen der Koplanarleitung galvanisch verbunden. Dabei befindet sich die Verbindung auf der gleichen Seite des Substrats wie die Leitung selbst. Luftbrücken stellen eine Alternative zu Durchkontaktierungen (engl.: via holes) dar, deren Herstellungsprozess technologisch aufwendiger ist [49].

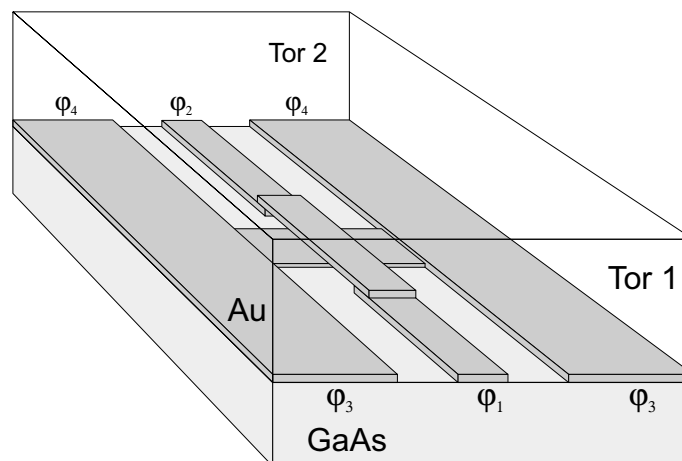


Abbildung 4.10: 3D-Ansicht einer koplanaren Luftbrücke. Die Größen φ_i mit $i = 1, \dots, 4$ bezeichnen die Potentialverteilung der Gleichstromanregung der magneto-quasistatischen Rechnung. Das Trägersubstrat ist GaAs. Die Metallisierung besteht aus Gold.

Für den Schaltungsentwickler sind der Betrag des Reflexionsfaktors der Koplanarleitungswelle S_{ii} mit $i = 1, 2$ sowie die Phase des Transmissionsfaktors S_{ij} mit $j = 1, 2$ und $i \neq j$ interessant. Statt der Phase wird häufig auch die effektive Leitungsverlängerung

$$\Delta l_{\text{CPW}} = -\frac{\arg S_{12}}{\beta_{\text{CPW}}} = -\frac{\arg S_{21}}{\beta_{\text{CPW}}} \quad (4.14)$$

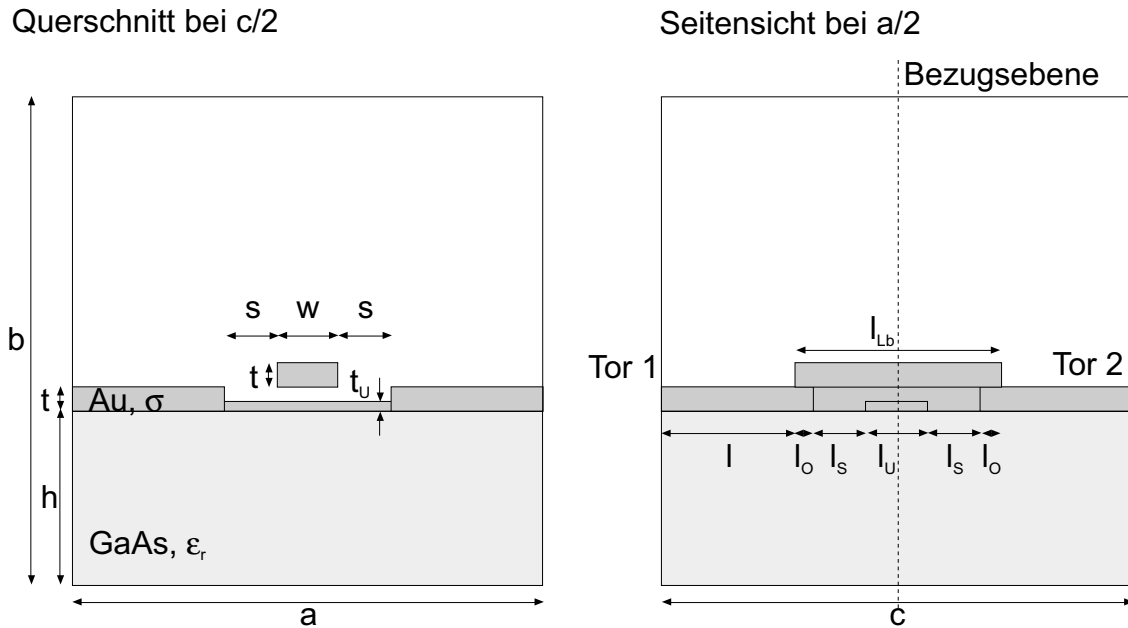


Abbildung 4.11: 2D-Ansichten einer koplanaren Luftbrücke. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 250\mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 20\mu\text{m}$, Schlitzbreite $s = 15\mu\text{m}$, Substratdicke $h = 175\mu\text{m}$, Metallisierungsdicken $t = 3\mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7\text{S/m}$; insbesondere Luftbrücke 1: Strukturhöhe $b = 481\mu\text{m}$, Strukturtiefe $c = 672\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t_U = 0,4\mu\text{m}$, Leitungslängen $l = 311\mu\text{m}$, $l_o = 3\mu\text{m}$, $l_s = 10\mu\text{m}$ und $l_U = 30\mu\text{m}$; insbesondere Luftbrücke 2: Strukturhöhe $b = 681\mu\text{m}$, Strukturtiefe $c = 650\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t_U = 1,5\mu\text{m}$, Leitungslängen $l = 305\mu\text{m}$, $l_o = 5\mu\text{m}$, $l_s = 10\mu\text{m}$ und $l_U = 20$.

verwendet. Sie berechnet sich aus der Phase des Transmissionsfaktors und der Phasenkonstanten der koplanaren Zuleitungen β_{CPW} , wenn man die Bezugsebene entsprechend Abb. 4.11 wählt. Sie gibt an, um wieviel eine vergleichbare durchgehende Koplantarleitung verlängert werden müsste, damit sie die gleichen Transmissionseigenschaften wie die Luftbrücke besitzt.

Um die Hybridmethode HMFD zu verifizieren, wurden zwei Luftbrücken unterschiedlicher Abmessungen berechnet. Sie werden im Folgenden als Luftbrücke 1 und 2 bezeichnet (sie unterscheiden sich im Wesentlichen in l_U und t_U). Ihre Bemaßungen sind der Bildunter-

schrift der Abb. 4.11 zu entnehmen. Für die Luftbrücke 1 wurde ein quasi-statisches mit 522500 und ein dynamisches Gitter mit 2448 Gitterzellen verwendet, für die Luftbrücke 2 ein quasi-statisches mit 721160 und ein dynamisches Gitter mit 1938 Gitterzellen.

Das Ergebnis der FD-Berechnungen (HMFD, FDFD) zeigt Abb. 4.12 anhand des Reflexionskoeffizienten und der effektiven Leitungsverlängerung. Für die effektive Leitungsverlängerung ergeben sich negative Werte, weil sich die Koplanarleitungswelle im Bereich der Luftbrücke schneller ausbreitet als auf einer vergleichbaren Koplanarleitung. Diese müsste deshalb um Δl_{CPW} verkürzt werden, damit sie die gleichen Transmissionseigenschaften wie die Luftbrücke besitzt. Die Übereinstimmung der Hybridmethode mit den Referenzwerten (FDFD) ist innerhalb der Zeichengenauigkeit sehr gut. Nur bei 100 GHz ist für $|S_{11}|$ eine merkliche Abweichung festzustellen. Der Fehler der effektiven Leitungsverlängerung ist kleiner als $0,3\mu\text{m}$.

Eine genauere Betrachtung anhand des absoluten Betrags- und Phasenfehlers in Abb. 4.13 verdeutlicht erneut die sehr gute Übereinstimmung der Hybridmethode mit dem konventionellen Ansatz. Die absoluten Fehler von $|S_{11}|$ sind bis 100 GHz kleiner als -40 dB und die der Phasen von S_{12} kleiner als 0,03 Grad. Der positive Anstieg des absoluten Fehlers in beiden Fällen lässt auf Nicht-TEM-Effekte schließen, die sich bei höheren Frequenzen stärker auswirken und bei der quasi-statischen Rechnung der Hybridmethode nicht erfasst werden.

Interessant ist in diesem Zusammenhang auch ein Vergleich der beiden Luftbrücken. In beiden Fällen ist die Reflexion infolge der Diskontinuitäten sehr gering und strebt mit abnehmender Frequenz gegen Null (siehe auch [49]). Physikalisch sinnvoll ist auch die Abnahme der effektiven Leitungsverlängerung für $f \rightarrow 0$, denn die Phasendifferenz $\arg S_{12}$ ist im Grenzfall $f = 0$ identisch Null. Die effektive Leitungsverlängerung der Luftbrücke 2 ist aber wesentlich geringer als die der Luftbrücke 1. Die Ursache dafür sind die veränderten Abmessungen (t_U und l_U) der Luftbrücke 2. Dadurch wird der Kapazitätsbelag des Luftbrückenbereichs verändert. Für Luftbrücke 2 ist er größer als bei Luftbrücke 1, so dass sich die Koplanarwelle im Luftbrückenbereich von Luftbrücke 2 langsamer ausbreitet.

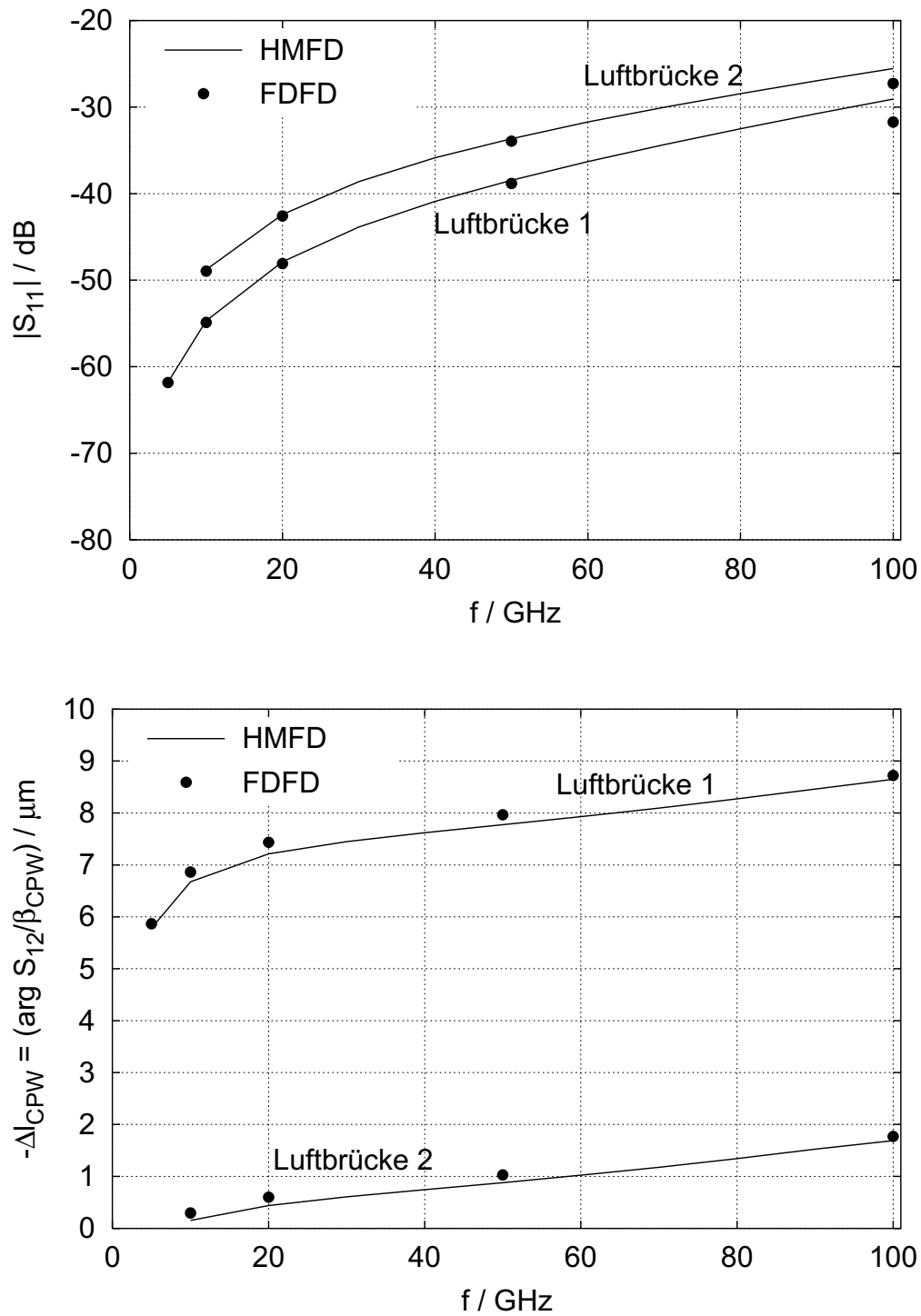


Abbildung 4.12: Betrag des Reflexionsfaktors S_{11} und effektive Leitungsverlängerung – vgl. Gl. 4.14 – der Kopplanarleitungswelle der Luftbrücken nach Abb. 4.11 als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD.

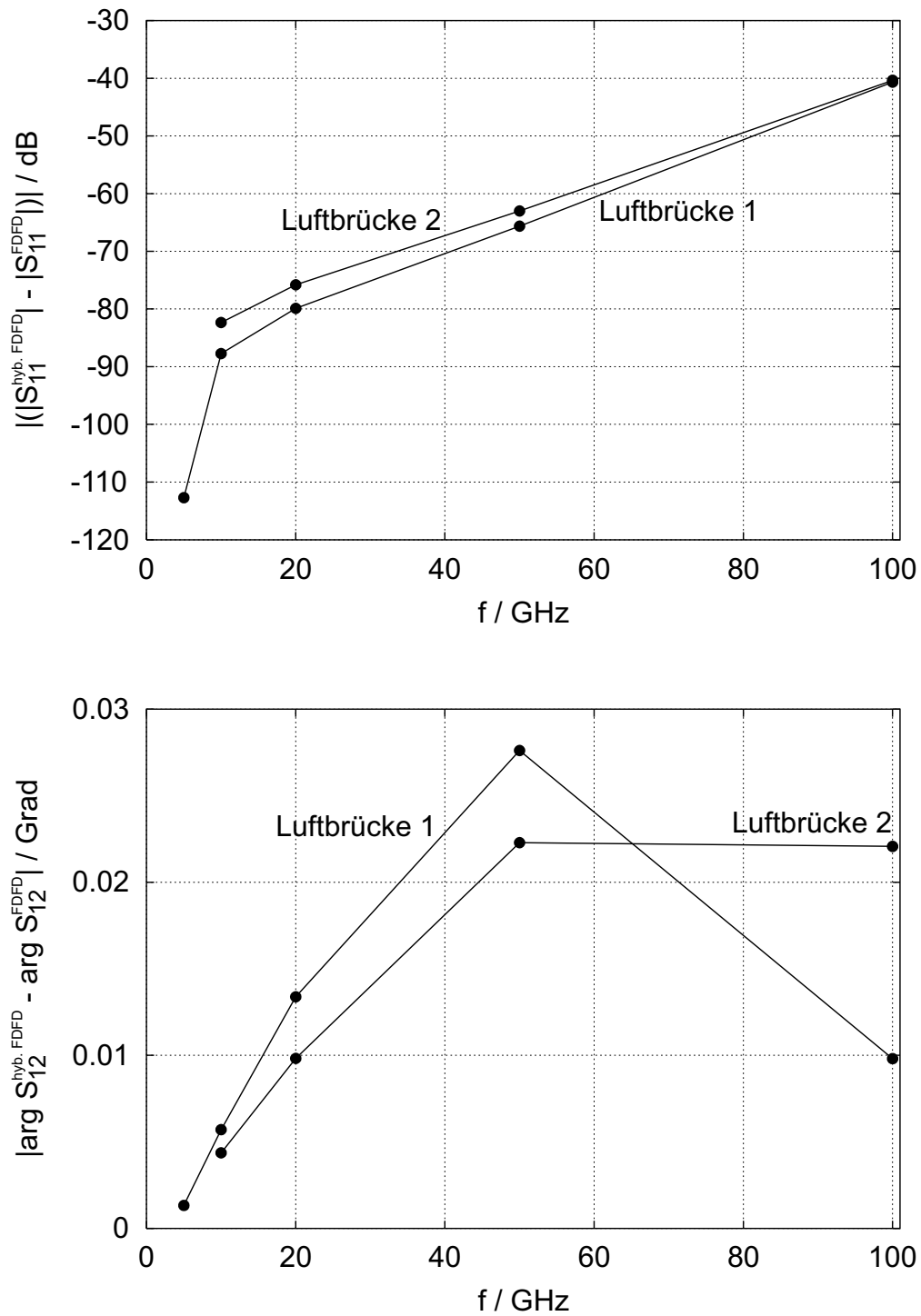


Abbildung 4.13: Absoluter Fehler des Betrags von S_{11} und der Phase von S_{12} der Kopplungsleitungswelle der Luftbrücken nach Abb. 4.11 als Funktion f . Vergleich der Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD.

4.4 Das Fensterkonzept (3D)

Das Fensterkonzept dreidimensionaler Strukturen wird am Beispiel eines koplanaren Kurzschlusses gemäß Abb. 4.14 und 4.15 beschrieben. Neben dem koplanaren Leerlauf bildet er das Ende von Stichleitungen in Mikrowellschaltungen. Parasitäre Effekte, die i. Allg. durch eine Induktivität beschrieben werden können [56], beeinflussen die Phase des Reflexionskoeffizienten. Unter der Annahme, dass diese Effekte klein sind, ist die Phase linear von der Frequenz abhängig. Werden außerdem Leiterverluste berücksichtigt, so führt dies auf einen ohmschen Widerstand, der den Betrag des Reflexionskoeffizienten auf Werte kleiner eins sinken lässt. Für das hier beschriebene Bauteil ist dieser Effekt aber zu vernachlässigen.

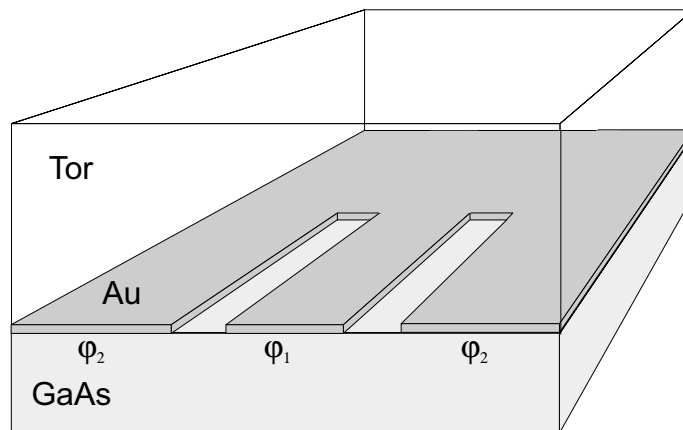


Abbildung 4.14: 3D-Ansicht eines koplanaren Kurzschlusses. Die Größen φ_i mit $i = 1, 2$ bezeichnen die Potentialverteilung der Gleichstromanregung der magneto-quasistatischen Rechnung. Das Trägersubstrat ist GaAs. Die Metallisierung besteht aus Gold.

Der koplanare Kurzschluss kann elektrostatisch nicht berechnet werden, da keine galvanisch getrennten Metallisierungen existieren. Dies ist erst möglich, indem man die Massemetallisierung vom Innenleiter in der Bezugsebene (siehe Abb. 4.15 rechts) durch eine magnetische Wand trennt und so unterschiedliche Potentiale definieren kann. Elektrostatisch wird der Kurzschluss dann wie eine längshomogene Koplanarleitung behandelt.

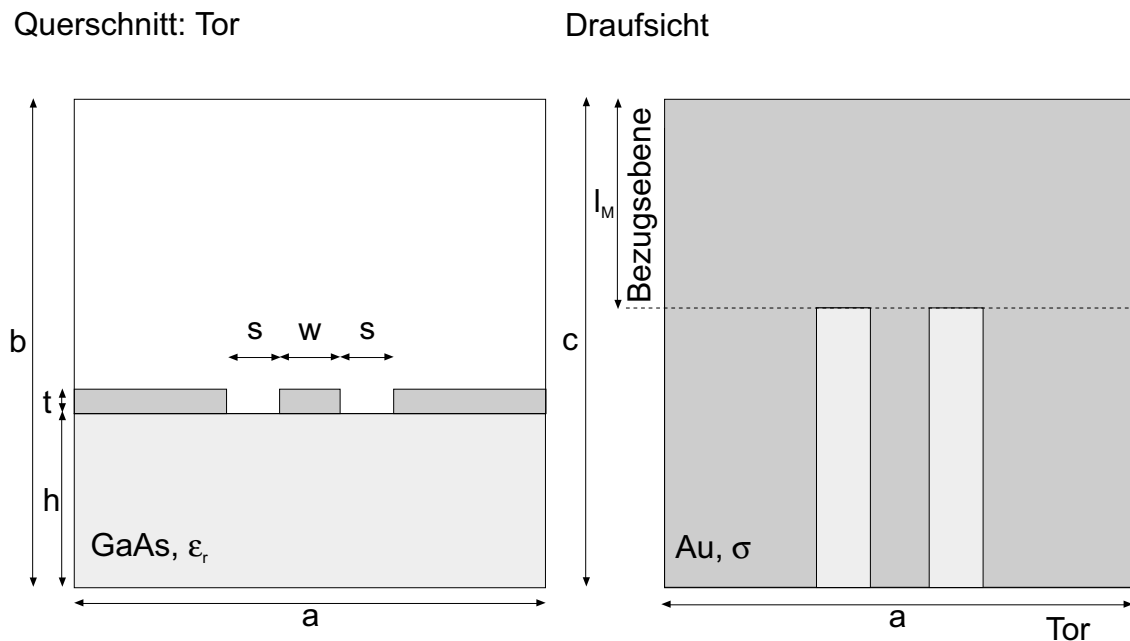


Abbildung 4.15: 2D-Ansichten eines koplanaren Kurzschlusses nach Abb. 4.14. Es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a = 250\mu\text{m}$, Strukturhöhe $b = 703\mu\text{m}$, Strukturtiefe $c = 700\mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 20\mu\text{m}$, Schlitzbreite $s = 15\mu\text{m}$, Substratdicke $h = 200\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3\mu\text{m}$, Leitungslänge $l_M = 100\mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit der Metallisierung $\sigma = 3 \cdot 10^7\text{S/m}$.

Dreidimensionale Effekte in der Bezugsebene werden elektrostatisch nicht beschrieben, was aufgrund der dort geringen E-Felder aber keine störenden Abweichungen verursacht. Für die elektrostatischen Berechnungen definiert man also ein sog. Fenster, dass in allen Raumrichtungen durch magnetische Wände begrenzt wird. Die magneto-quasistatische Berechnung des Kurzschlusses ist dagegen ohne weitere Maßnahmen möglich.

Für die Berechnung des Kurzschlusses wurde ein quasi-statisches mit 503880 und ein dynamisches Gitter mit 4347 Gitterzellen erzeugt. Das Verhältnis benachbarter Zellen (Grading-Faktor) des quasi-statischen Gitters lag in der Größenordnung von 1,3 und das des dynamischen Gitters im Bereich von 1,8 bis 2,0 und das .

In Abb. 4.16 oben ist die Phase des Reflexionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Frequenz f dargestellt. Mit wachsender Frequenz nimmt die Phase linear ab, was auf den

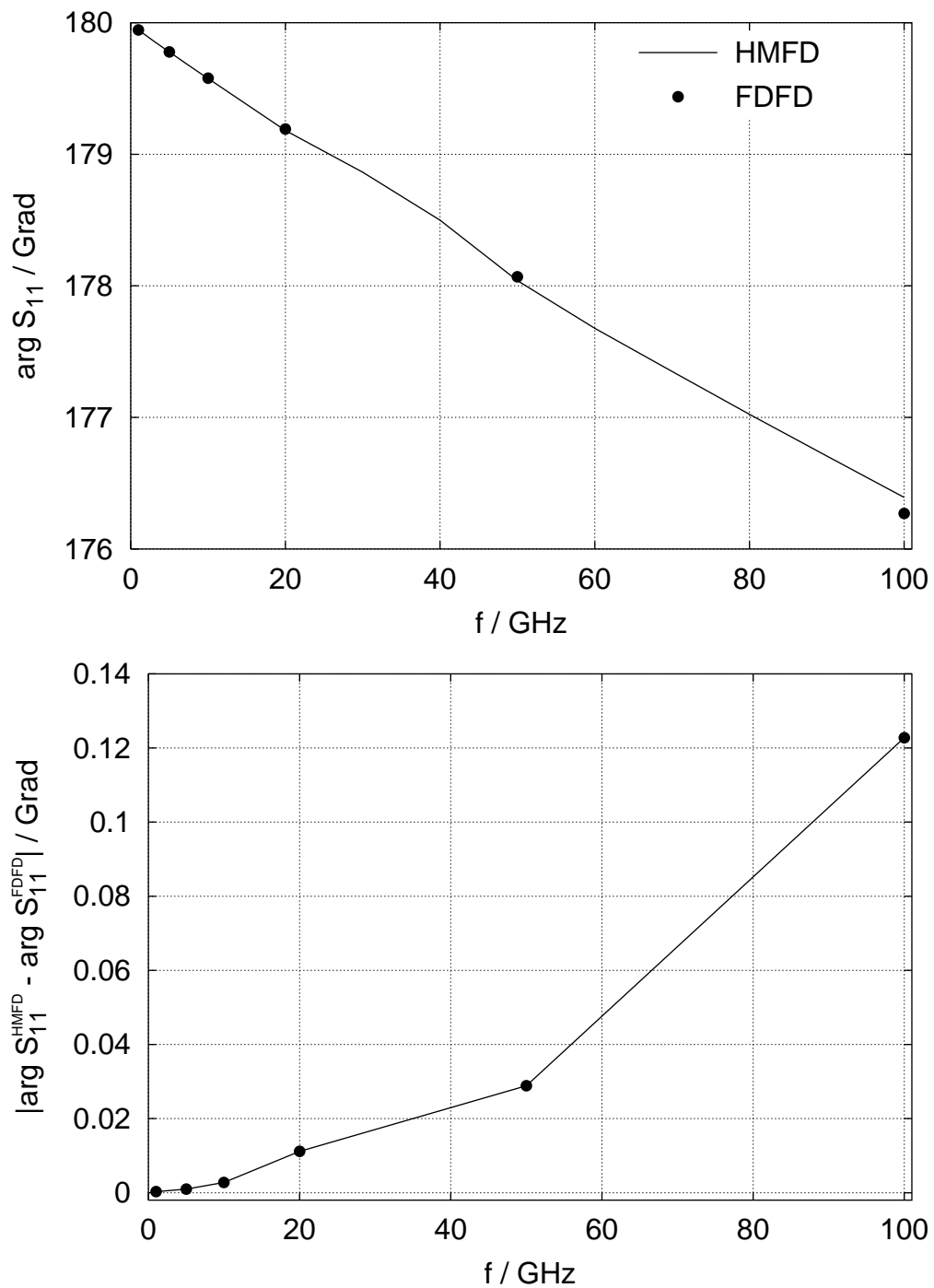


Abbildung 4.16: Phase von S_{11} der Koplanarleitungswelle des koplanaren Kurzschlusses nach Abb. 4.15 sowie der zugehörige absolute Fehler als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD und der konventionellen Methode FDFD.

Einfluss der parasitären Induktivität schließen lässt. Der Vergleich der Werte nach der Hybridmethode mit den Referenzwerten (FDFD) ergibt eine sehr gute Übereinstimmung. Dabei spielt die Vernachlässigung von Kanten- und Eckeneffekten des elektrischen Feldes in der Bezugsebene keine Rolle. Dominierend sind Kanteneffekte entlang der koplanaren Leitung, die aber elektrostatisch berechnet werden. Eine genauere Betrachtung anhand des absoluten Phasenfehlers in Abb. 4.16 unten bestätigt das Ergebnis. Der Phasenfehler ist im untersuchten Frequenzbereich kleiner als 0,13 Grad. Dabei ist der positive Anstieg mit der Frequenz f durch Nicht-TEM-Effekte bedingt.

Die Hybridmethode in Verbindung mit dem Fensterkonzept ist also auch für die Berechnung dreidimensionaler Strukturen geeignet. Der koplanare Kurzschluss ist zudem ein Beispiel für ein Bauteil, dass erst durch die Verwendung eines Fensters für die elektrostatische Analyse berechnet werden kann.

4.5 Mehrmodenausbreitung (3D)

Mit der koplanaren T-Verzweigung in Abb. 4.17 wird ein Bauteil analysiert, das in Bezug auf zwei seiner Tore eine unsymmetrische Struktur besitzt. Es tritt deshalb eine Kopplung zwischen den beiden Grundwellen, der Koplanarleitungs- und der parasitären Schlitzleitungswelle, auf. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von Mehrmodenausbreitung. Um die parasitäre Welle zu unterdrücken, werden Luftbrücken (Luftbrücke 2 nach Abb. 4.11 in Abschnitt 4.3.3) verwendet.

T-Verzweigungen stellen die häufigste Realisierungsform von Leitungsverzweigungen in Hochfrequenzschaltungen dar. Die hier betrachtete T-Verzweigung ist aus drei parallelgeschalteten Koplanarleitungen mit gleichen Wellenwiderständen aufgebaut. Um einen Vergleich der S-Parameter mit der idealen Verzweigung zu ermöglichen, wird ihr Bezugspunkt im Mittelpunkt der T-Verzweigung definiert. Die Leitungstheorie liefert dann unter Vernachlässigung aller parasitären Effekte einen Reflexionskoeffizienten von $S_{ii} = -1/3$ mit $i = 1, 2$ und einen Transmissionskoeffizienten von $S_{ij} = 2/3$ mit $j = 1, 2$ und $i \neq j$.

Um die T-Verzweigung mit Hilfe der Hybridmethode HMFDF zu berechnen, ist es not-

Querschnitt: Tor 1, ..., Tor 3

Draufsicht

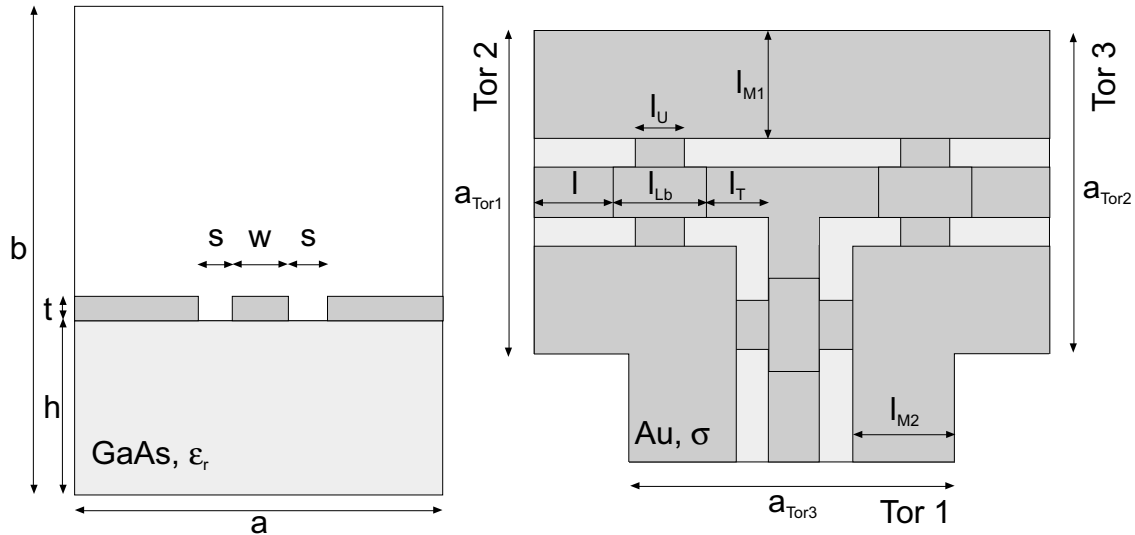


Abbildung 4.17: Koplanare T-Verzweigung: Die Struktur ist eine Zusammenschaltung von drei baugleichen Luftbrücken (Luftbrücke 2 nach Abb. 4.11); es werden folgende Parameter verwendet: Strukturbreite $a_{\text{Tor}1} = a_{\text{Tor}2} = 270\mu\text{m}$, $a_{\text{Tor}3} = 291\mu\text{m}$ Strukturhöhe $b = 687\mu\text{m}$, Leiterbreite $w = 20\mu\text{m}$, Schlitzbreite $s = 15\mu\text{m}$, Substratdicke $h = 175\mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 3\mu\text{m}$, Leitungslängen: $l = 300\mu\text{m}$, $l_{Lb} = 50\mu\text{m}$, $l_U = 20\mu\text{m}$, $l_T = 20\mu\text{m}$, Massebreiten: $l_{M1} = l_{M2} = 120\mu\text{m}$, GaAs-Substrat mit $\epsilon_r = 12,9$, Leitfähigkeit $\sigma = 3 \cdot 10^7 \text{S/m}$.

wendig, wie für das Wellenleiterproblem in Abschnitt 3.6 zwischen den Korrekturfaktoren der Kopplanarleitungswelle und denen der Schlitzleitungswelle zu unterscheiden. Elektrostatisch können nur die Korrekturfaktoren der Kopplanarleitungswelle bestimmt werden. Der Massemetallisierung (die durchgängig galvanisch verbunden ist) und dem Mittelleiter kann jeweils nur ein Potentialwert zugeordnet werden. Für die Magneto-Quasistatik muss deshalb eine Gleichstromanregung gewählt werden, die der Stromverteilung der Kopplanarleitungswelle entspricht. Abb. 4.18 zeigt eine geeignete Potentialverteilung mit $\varphi_1 \neq \varphi_2$ für die Gleichstromanregung der Magneto-Quasistatik.

Potentialverteilung einer Gleichstromanregung

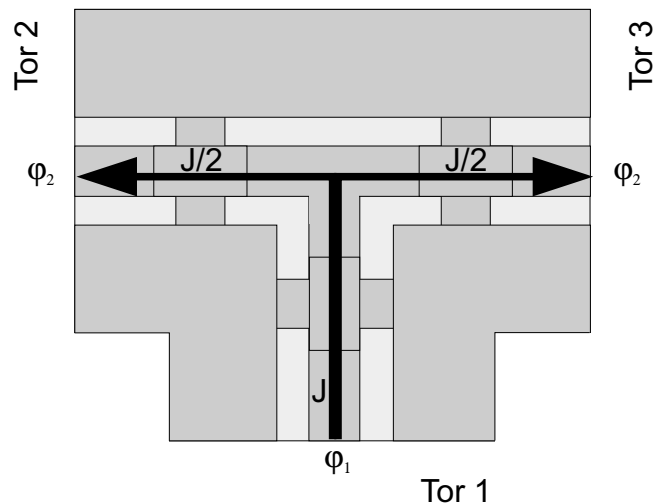


Abbildung 4.18: Potentialverteilung einer Gleichstromverteilung J der magnetoquasistatischen Rechnung. Die Gleichstromverteilung entspricht der der Koplanarleitungswelle.

Die Berechnungen der T-Verzweigung mit der Hybridmethode haben aber gezeigt, dass allein die geeignete Wahl der Gleichstromverteilung nicht ausreichend ist, sondern die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren im dynamischen Gitter der T-Verzweigung wie schon im zweidimensionalen Fall auf sog. Fenster beschränkt werden muss (siehe Abschnitt 3.7), da die dreidimensionale dynamische Rechnung sonst nicht konvergiert.

Für die Berechnung der T-Verzweigung nach Abb. 4.17 wurde ein quasi-statisches mit 954850 Gitterzellen und ein dynamisches Gitter mit 16640 Gitterzellen erzeugt. Die quasi-statischen Rechnungen erfolgten aber nur in einem Fenster mit einer Höhe von $26,3 \mu\text{m}$. Dieser Wert ergibt sich aus der quasi-statischen Diskretisierung und entspricht 42 Gitterzellen. Die seitliche Berandung ist dabei identisch mit der Berandung der T-Verzweigung. Der Fensterrand wird durch magnetische Wände gebildet. Innerhalb des Fensters liegen die Metallisierungen der T-Verzweigung.

In den Abbildungen 4.19 bis 4.22 sind Betrag und Phase der schaltungstechnisch relevanten Streuparameter der Koplanarleitungswelle dargestellt. Ihre Werte nach der Hybridmethode HMFD stimmen mit den Referenzwerten (FDFD) sehr gut überein. Der Betrags- sowie der Phasenunterschied ist in allen Fällen kleiner als 0,012 bzw. 2 Grad.

Auf Grund der Bausymmetrie und der Reziprozität des Bauteils gilt für die Streuparameter: $S_{22} = S_{33}$, $S_{12} = S_{21} = S_{13} = S_{31}$ und $S_{23} = S_{32}$. Für $f \rightarrow 0$ werden die idealisierten Werte $S_{ii} = -1/3$ und $S_{ij} = 2/3$ erreicht. Die Frequenzcharakteristik der Beträge ist im betrachteten Frequenzbereich bis 100 GHz nur sehr schwach ausgeprägt. Interessanter ist die Frequenzabhängigkeit der Phasen. Die negative Phase der Reflexionskoeffizienten S_{ii} deutet auf ein kapazitives Verhalten der T-Verzweigung hin. Die Transmissionskoeffizienten zeigen eine positive Phasenänderung, die auf den Einfluss der Luftbrücken zurückzuführen ist. Wie in Abschnitt 4.3.3 beschrieben, wirken sich Luftbrücken leitungsverkürzend aus. Im Bereich der Luftbrücken breiten sich Wellen auf Grund der reduzierten Phasenkonstanten schneller als auf der Koplanarleitung aus. Nach Abschnitt 4.3.3 bestimmt das Verhältnis zwischen den Phasenkonstanten des Luftbrückenwellenleiters und der Koplanarleitung die Phase des Transmissionskoeffizienten der Luftbrücken und ist damit ein Maß für die Transmissionskoeffizienten der T-Verzweigung.

Nach der Hybridmethode HMFD ergibt sich für die Phase von S_{23} eine negative Frequenzabhängigkeit. Tatsächlich ist sie aber positiv wie die Werte nach der konventionellen FDFD-Methode verdeutlichen. Trotzdem liegen die Werte nach HMFD im Bereich der praktisch relevanten Toleranz. Unter praktischen Gesichtspunkten ist die Phase von S_{23} mit absoluten Werten von kleiner als 1 Grad im betrachteten Frequenzbereich sogar zu vernachlässigen.

Die Berechnung von Mehrmodenstrukturen ist also mit der Hybridmethode in Verbindung mit dem Fensterkonzept möglich. Wie schon für das Wellenleiterproblem in Abschnitt 3.6 dürfen in der Regel nur Korrekturfaktoren in den Bereichen einer Struktur verwendet werden, die die höchste räumliche Auflösung erfordern und damit numerisch am kritischsten sind. Es handelt sich dabei i. Allg. um die Metallisierungen einer Struktur.

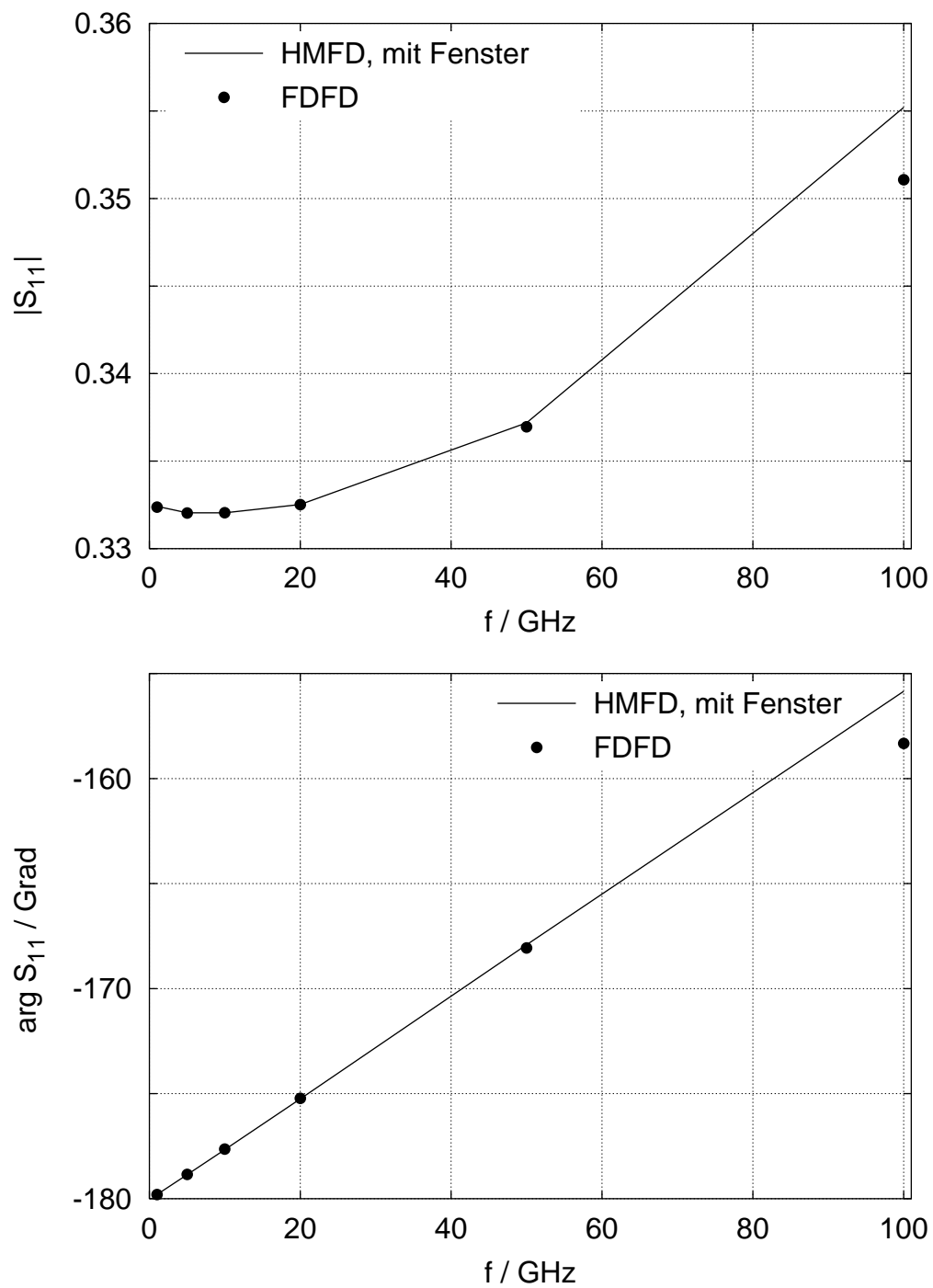


Abbildung 4.19: Koplanare T-Verzweigung gemäß Abb. 4.17: Betrag und Phase von S_{11} als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit Fenster und der konventionellen Methode FDFD.

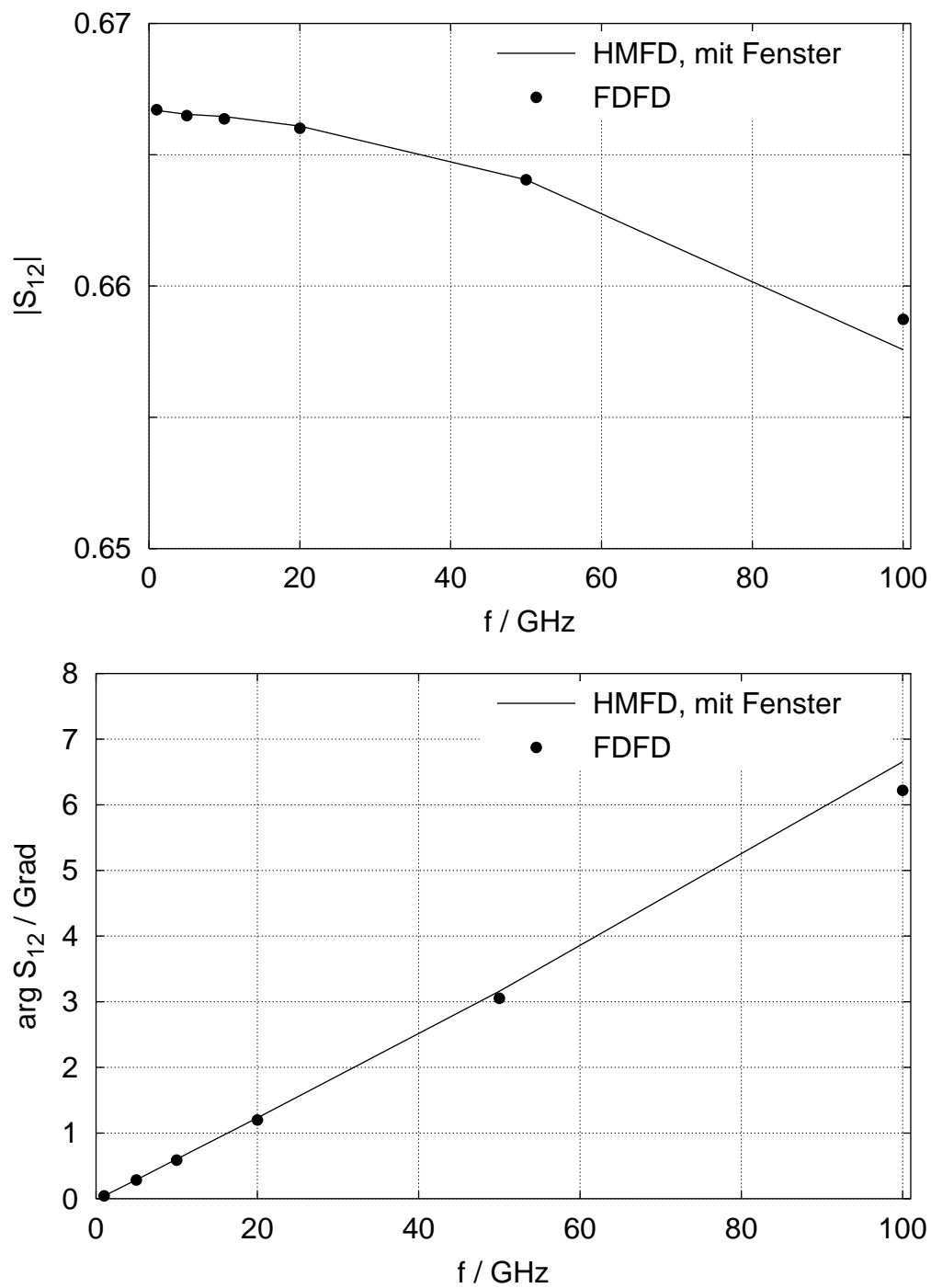


Abbildung 4.20: Koplanare T-Verzweigung gemäß Abb. 4.17: Betrag und Phase von S_{12} als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit Fenster und der konventionellen Methode FDFD.

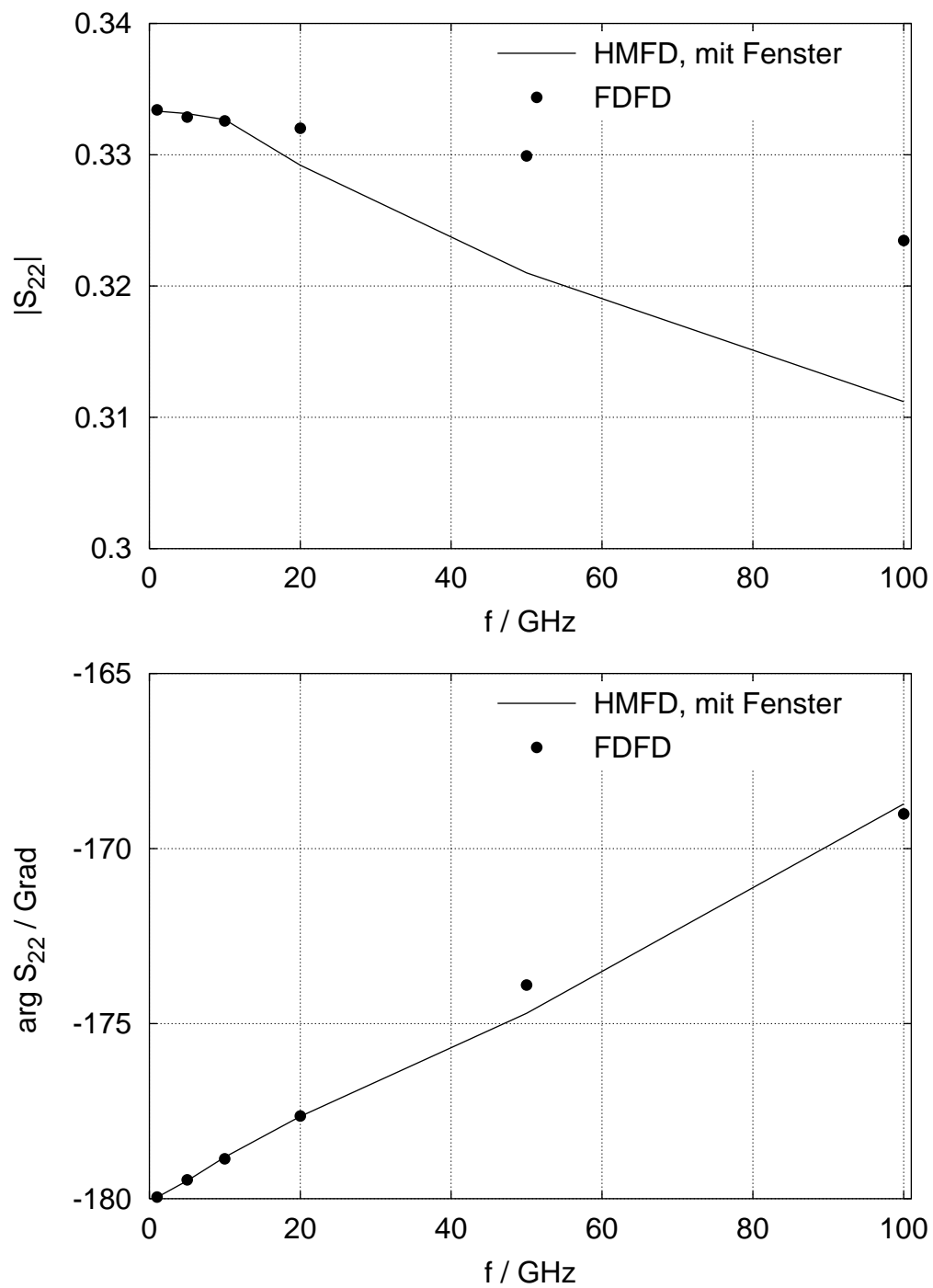


Abbildung 4.21: Koplanare T-Verzweigung gemäß Abb. 4.17: Betrag und Phase von S_{22} als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit Fenster und der konventionellen Methode FDFD.

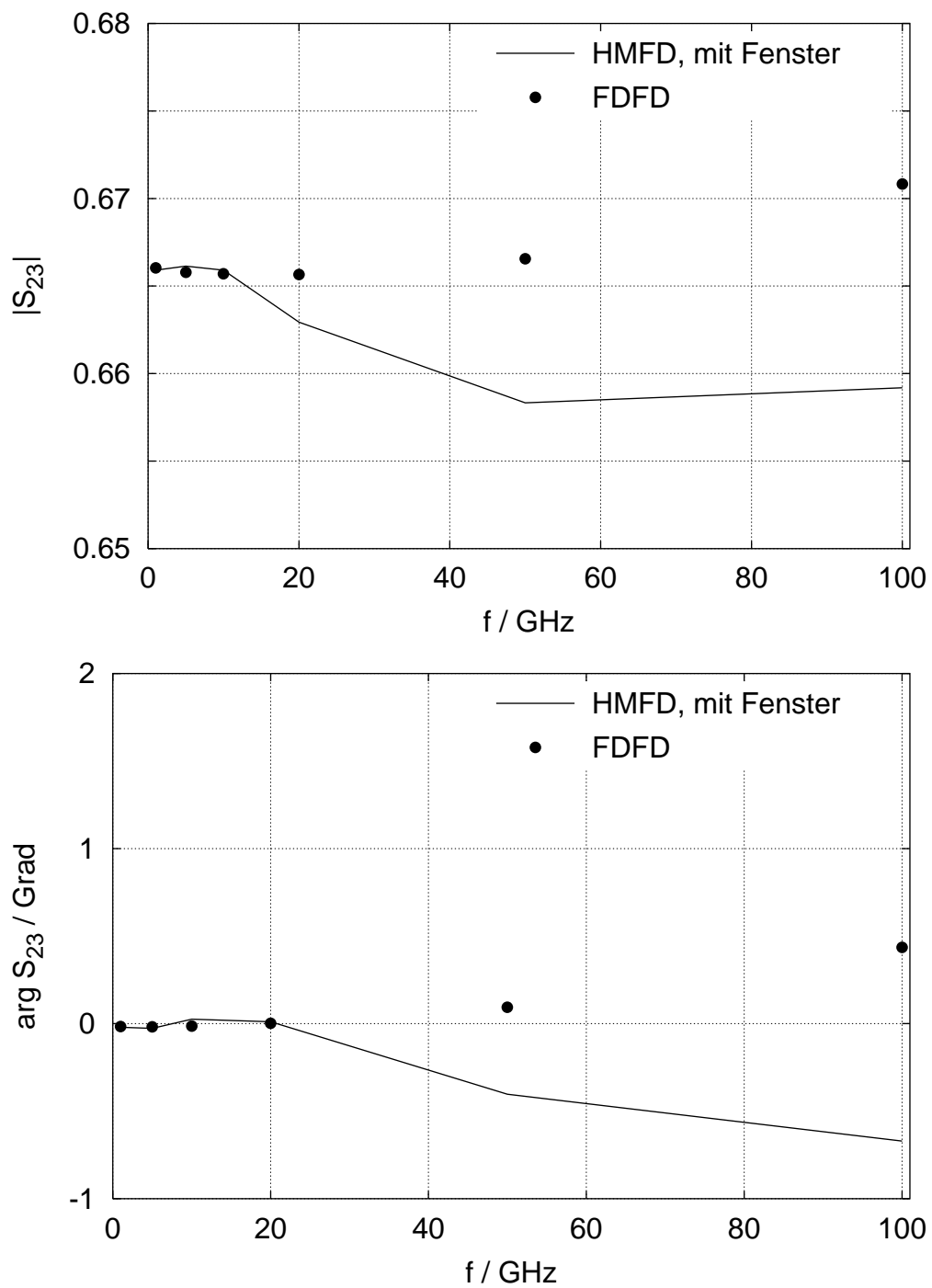


Abbildung 4.22: Koplanare T-Verzweigung gemäß Abb. 4.17: Betrag und Phase von S_{23} als Funktion der Frequenz f . Vergleich der Hybridmethode HMFD mit Fenster und der konventionellen Methode FDFD.

4.6 Konvergenz

Am Beispiel des koplanaren Wellenwiderstandssprungs in Abschnitt 4.3.1 wird die Konvergenz der Hybridmethode untersucht. Es wird sowohl der Einfluss der dynamischen als auch der quasistatischen Diskretisierung betrachtet.

Zunächst wird die Abhängigkeit von der dynamischen Diskretisierung analysiert. Dazu werden fünf verschiedene dynamische Diskretisierungen unterschieden. In allen Fällen wird die Metallisierungsdicke t des Wellenwiderstandssprungs (siehe Abb. 4.3) mit einem Diskretisierungsschritt aufgelöst. Die Unterschiede liegen in der Diskretisierung der Schlitz- und Mittelleiterbreiten, der Massemetallisierungen und der Anzahl von Diskretisierungsschritten in Richtung der Wellenausbreitung des Wellenwiderstandssprungs. Die quasi-statischen Gitter besitzen alle eine vergleichbare Anzahl von Zellen. Die Referenz bildet jeweils die FDFD-Methode in dem hochauflösenden quasi-statischen Gitter.

Abbildung 4.23 zeigt den absoluten Betrags- und Phasenfehler des Transmissionsparameters S_{12} als Funktion der Frequenz für die fünf dynamischen Diskretisierungen. In allen Fällen ist der Betragsfehler im Frequenzbereich von 1 bis 90 GHz besser als 0,001 und der Phasenfehler besser als 1 Grad. Wie zu erwarten, nehmen die Fehler mit wachsender Auflösung ab, weil das elektromagnetische Feld in mehr Gitterpunkten abgetastet wird. Für alle Diskretisierungen zeigen die Fehler aber einen positiven Anstieg mit der Frequenz. Die Ursache ist der Unterschied zwischen der konventionellen Methode FDFD und der Hybridmethode HMPD. Die Hybridmethode basiert auf der quasi-statischen Näherung. D.h., Nicht-TEM-Effekte werden nicht erfasst. Diese sind aber gerade bei höheren Frequenzen zu beobachten.

Die Abhängigkeit der Hybridmethode von der quasi-statischen Diskretisierung ist in Abbildung 4.24 für fünf Frequenzen im Bereich von 1...100 GHz dargestellt. Die Referenz bildet eine hybride Rechnung, bei der für quasi-statischen Rechnungen ein hochauflösendes quasistatisches Gitter mit $N_{\text{qst}} = 1339520$ Gitterzellen gewählt wurde. Die dynamische Diskretisierung wurde für alle Rechnungen mit $N_{\text{dyn}} = 2448$ -Zellen konstant gehalten.

In Abbildung 4.24 ist der absolute Fehler der Beträge der S-Parameter S_{11} und S_{12} in

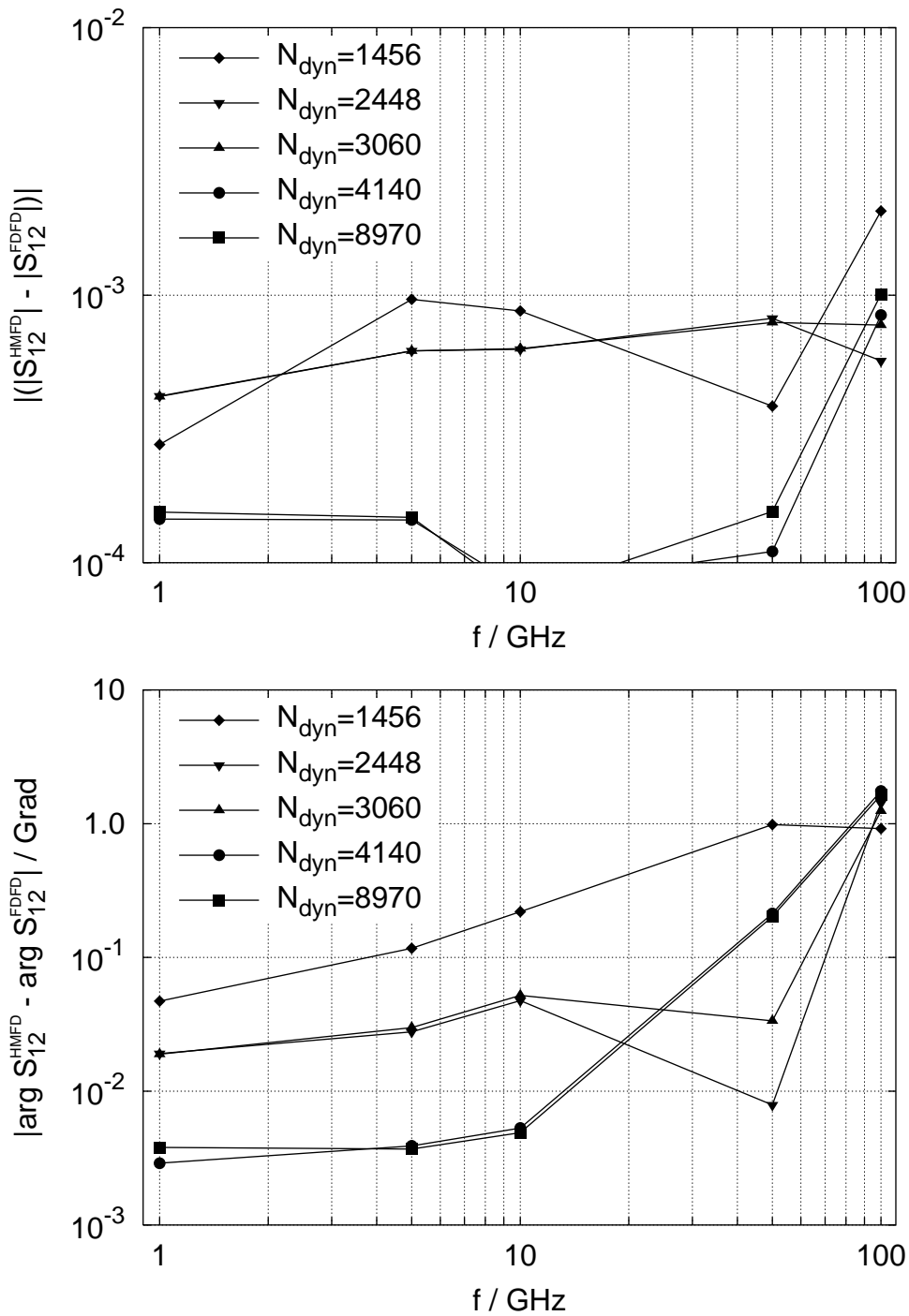


Abbildung 4.23: Koplanarer Wellenwiderstandssprung gemäß Abb. 4.3: Absoluter Betrags- und Phasenfehler des Transmissionsparameters S_{12} für fünf dynamische Diskretisierungen mit N_{dyn} -Zellen als Funktion der Frequenz f . Die Referenz bilden konventionelle FDFD-Berechnung in den hochauflösenden quasi-statischen Gittern von HMFd.

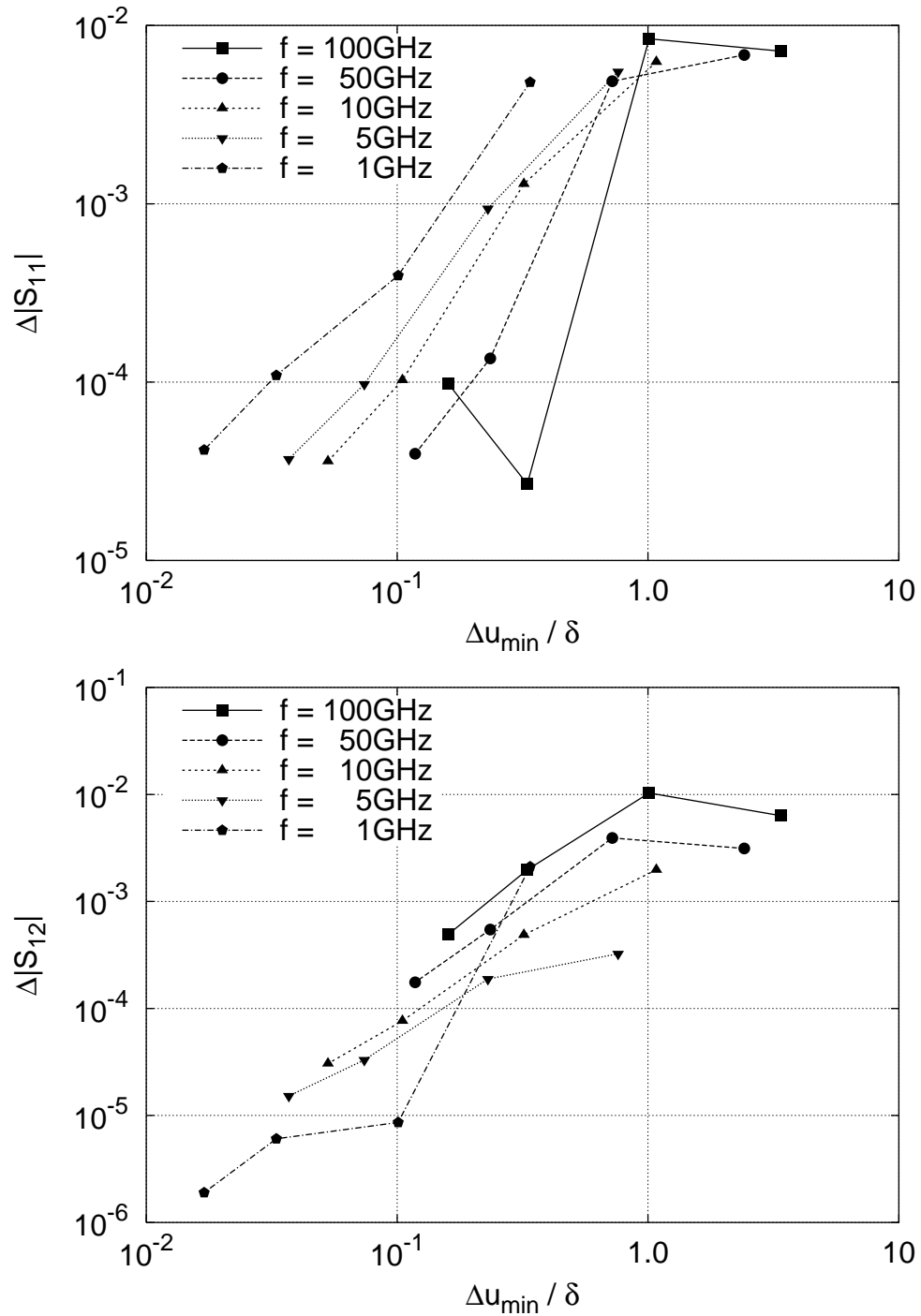


Abbildung 4.24: Koplanarer Wellenwiderstandssprung gemäß Abb. 4.3: Absoluter Fehler der Beträge der S-Parameter S_{11} und S_{12} in Abhängigkeit von der kleinsten Diskretisierungsschrittweite der quasi-statischen Diskretisierung Δu_{\min} bezogen auf die Skin-Eindringtiefe δ . Die Referenz bildet eine hybride Rechnung in einem quasi-statischen Gitter mit 1339520 Gitterzellen.

Abhängigkeit von der kleinsten Diskretisierungsschrittweite der quasistatischen Diskretisierung Δu_{min} bezogen auf die Skin-Eindringtiefe δ dargestellt. Die Fehler sind in beiden Fällen kleiner als 1% und sie nehmen mit wachsender Auflösung, d.h. mit abnehmender kleinster Diskretisierungsschrittweite, näherungsweise quadratisch ab. Die relativen Maxima für höhere Frequenzen ($f = 50\text{GHz}$ und $f = 100\text{GHz}$) werden durch die unzureichende Auflösung der Skin-Eindringtiefe δ verursacht. Dies ist der Fall, wenn das Verhältnis $\Delta u_{min}/\delta$ in der Größenordnung von Eins liegt. Das relative Maximum in $\Delta|S_{11}|$ für $\Delta u_{min}/\delta < 1$ und $f = 100\text{GHz}$ wird durch die begrenzte Rechengenauigkeit bewirkt. Schätzungsweise liegt diese in der Größenordnung von 10^{-5} . Anhand von $\Delta|S_{12}|$ ist zu sehen, dass mit wachsender Frequenz der Fehler zunimmt. Ursache hierfür sind Nicht-TEM-Effekte, die bei höheren Frequenzen stärker ausgeprägt sind. Das dieser Effekt für $\Delta|S_{11}|$ nicht auftritt, lässt vermuten, dass hier eine Fehlerkompensation auftritt. Der Reflexionsfaktor berechnet sich in erster Näherung aus der Differenz der Wellenwiderstände der in Reihe geschalteten Koplanarleitungen.

Zusammenfassend lässt sich an dieser Stelle festhalten, dass für Berechnungen mit der Hybridmethode HMGD eine dynamische Diskretisierung mit wenig Zellen ausreichend ist. Man wählt sie in der Regel in Anlehnung an die kleinsten Abmessungen der zu Grunde liegenden Struktur. Das bedeutet z.B. dass bei Koplanarstrukturen der Mittelleiter, der Schlitz und die Metallisierungsdicke in jeweils einer Zelle erfasst wird. Die quasi-statische Diskretisierung wählt man in Anlehnung an die Skin-Eindringtiefe δ . Empfehlenswert ist eine kleinste Diskretisierungsschrittweite von $\delta/3$, um auch das Feldverhalten in Metallisierungen endlicher Leitfähigkeit zu erfassen, und um damit die Skin-Eindringtiefe aufzulösen.

4.7 Rechenzeit- und Speicherbedarf

Die Rechenzeit und der Speicherbedarf eines numerischen Berechnungsverfahrens sind in der Praxis die begrenzenden Faktoren. Auch wenn ein Verfahren im Prinzip für die Berechnung beliebiger Strukturen geeignet ist, wird sich der Entwicklungsingenieur nur wenig dafür interessieren, wenn er nicht innerhalb überschaubarer Zeiten Ergebnisse erzie-

len kann. Sind des weiteren seine Probleme so komplex, dass der Speicher seiner Hardware nicht ausreicht, dann ist er ohnehin gezwungen, auf andere Methoden zurückzugreifen. In der Regel sind Rechenzeit und Speicherbedarf miteinander miteinander eng verknüpft.

Im Folgenden wird am Beispiel des koplanaren Wellenwiderstandssprungs in Abschnitt 4.3.1 die Rechenzeit und der Speicherbedarf der Hybridmethode HMFD untersucht. Dazu wird die Hybridmethode mit der konventionellen Methode FDFD bei gleicher Genauigkeit verglichen. Man wählt deshalb für FDFD jeweils das gleiche hochauflösende quasi-statische Gitter wie für die Quasi-Statik der Hybridmethode. Die Gesamt-Rechenzeit der Hybridmethode ergibt sich als Summe der folgenden Teilsimulationen: eine elektrostatische Berechnung, eine magneto-quasistatische Berechnung pro Frequenz und eine elektrostatische Berechnung für die Gleichstromanregung der Magneto-Quasistatik im quasi-statischen Gitter sowie entsprechend der Anzahl Tore einer Struktur viele Eigenwellenberechnungen und entsprechend der Anzahl N_E berücksichtigter Eigenwellen an den Toren viele dynamische Rechnungen pro Frequenz im dynamischen Gitter. Der rechenzeitintensivste Anteil der Hybridmethode ist die Magneto-Quasistatik; die Elektrostatik und der dynamische Anteil fallen dagegen kaum ins Gewicht. Mit der konventionellen Methode sind pro Frequenz genauso viele Feldberechnungen im hochauflösenden quasi-statischen Gitter notwendig, wie an den Toren Eigenwellen berücksichtigt werden. Eine einfache Auswertung ergibt, dass die Rechenzeit einer Feldberechnung der Magneto-Quasistatik näherungsweise 85% der der dynamischen Variante beträgt. Daraus ist zu schließen, dass die Matrix der Magneto-Quasistatik besser als die im dynamischen Fall konditioniert ist, da für ein gegebenes Gitter beide Matrizen die gleiche Dimension besitzen.

Da die Gesamt-Rechenzeit der Hybridmethode pro Frequenz vergleichbar ist mit der Rechenzeit für eine Feldberechnung der konventionellen Methode pro Frequenz, verhält sich die Rechenzeit der Hybridmethode näherungsweise wie

$$\text{Rechenzeit}_{\text{HMFD}} \approx \frac{\text{Rechenzeit}_{\text{FDFD}}}{N_E} \sim N_{qst}^{1,7} \quad (4.15)$$

zur Rechenzeit der konventionellen Methode FDFD bei N_E -Eigenwellen an den Toren. N_{qst} ist die Anzahl der Gitterzellen des hochauflösenden quasi-statischen Gitters und der

Exponent ergibt sich aus der Auswertung der Rechenzeit der konventionellen Methode FDFD in Abhängigkeit von den N -Gitterzellen eines Gitters G anhand von Abb. 4.25. Die Hybridmethode ist also gegenüber der konventionellen Methode umso effizienter, je mehr Feldberechnungen pro Frequenz erforderlich sind.

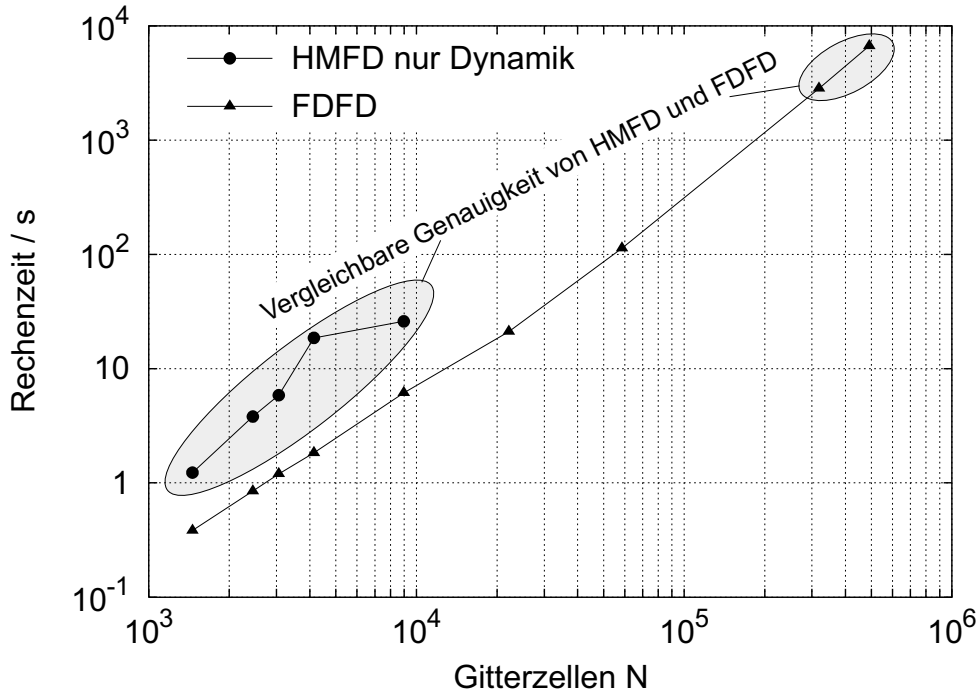


Abbildung 4.25: Mittlere Rechenzeit für eine Feldberechnung der dynamischen Rechnung von HMFD und der FDFD-Methode in Abhängigkeit der Anzahl N von Gitterzellen. Bei gleichem N ist die Rechenzeit der dynamischen Rechnung der Hybridmethode größer als die der FDFD-Methode, weil sich durch die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren die Kondition des Gleichungssystems der dynamischen Rechnung verschlechtert. Die Genauigkeit von FDFD ist aber erst für $N > 10^5$ mit der von HMFD für $N < 10^4$ vergleichbar (Bereiche vergleichbarer Genauigkeit sind hervorgehoben). Die Gesamtreeschenzeit von HMFD für eine Feldberechnung ist nach Gl. 4.15 mit $N_E = 1$ vergleichbar mit der von FDFD.

Für die praktische Nutzung der Hybridmethode HMFD stellt sich auch die Frage nach dem Einfluss der Berücksichtigung von Korrekturfaktoren auf die Rechenzeit der dyna-

mischen Rechnung von HMFD. Anhand des Vergleichs der mittleren Rechenzeit für eine Feldberechnung der dynamischen Rechnung mit (HMFD nur Dynamik) und ohne (FDFD) Korrekturfaktoren wird dies deutlich (siehe Abb. 4.25 für $N < 10^4$ Gitterzellen). Bei gleicher Auflösung ist die Rechenzeit von HMFD größer als die von FDFD, weil durch die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren die Kondition des Gleichungssystems der dynamischen Rechnung verschlechtert wird. Demgegenüber steht aber die höhere Genauigkeit der Hybridmethode für die betrachteten Auflösungen bis $N = 10^4$ Gitterzellen. Um mit der FDFD-Methode die gleiche Genauigkeit wie mit HMFD zu erzielen, sind um zwei bis drei Größenordnungen höhere Auflösungen erforderlich (siehe Abb. 4.25 für $N > 10^5$ Gitterzellen). Damit ist aber auch die Rechenzeit von FDFD um ein bis zwei Größenordnungen größer, wenn man nur die Rechenzeit der dynamischen Rechnung von HMFD betrachtet.

Anders als bei der Lösung des Eigenwertproblems lässt sich der Speicherbedarf der Hybridmethode bei dreidimensionalen Probleme und bei Verlusten gegenüber der konventionellen Methode nicht reduzieren. Magneto-quasistatisch werden für jede Gitterzelle eines Gitters G die drei Komponenten des elektrischen Feldes berücksichtigt. Erst dadurch, dass man Vorkenntnisse nicht mehr innerhalb des gesamten Rechengebietes einer Struktur sondern nur in Teilbereichen, in sog. Fenstern (siehe Abschnitt 4.4 und 4.5), berücksichtigt, lassen sich Einsparungen erzielen. Hiermit ist natürlich auch eine weitere Reduzierung der Rechenzeit verbunden.

Kapitel 5

Das Programmpaket HMFD

Die Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMFD) ist in Form eines FORTRAN Programmpaketes realisiert. Für die Gittergenerierung, die Elektrostatik und die Magneto-Quasistatik, die Berechnung von Korrekturfaktoren, das Wellenleiterproblem, die Berechnung dreidimensionaler Strukturen und das Postprocessing wie z.B. die Berechnung von Wellenwiderständen existieren einzelne Programme bzw. Unterprogramme, die entsprechend dem Flussdiagramm in Abb. 5.1 miteinander verknüpft sind. Dabei sind Programme, die einen Benutzereingriff erfordern, besonders gekennzeichnet.

Das Flussdiagramm ist in Pfeilrichtung zu durchlaufen. Ausgangspunkt ist immer der Gittergenerator GG1. Je nachdem, ob ein zweidimensionales (F2D: Wellenleiterproblem – ist ein Eigenwertproblem) oder ein dreidimensionales (F3D: Streumatrixberechnung) Problem gelöst und ob Korrekturfaktoren berechnet werden sollen, sind verschieden viele Berechnungsschritte erforderlich (es müssen unterschiedliche Programme ausgeführt werden; im Flussdiagramm (siehe Abb. 5.1) sind dazu unterschiedliche Pfade zu durchlaufen). Abgeschlossen wird eine Berechnung immer mit dem Postprocessing (Nachbereitung: PPF2D, PPF3D). Um zwei- und dreidimensionale Berechnungen durchzuführen sind, $GG1 \rightarrow F2D \rightarrow PPF2D$ und $GG1 \rightarrow F3D(F2D) \rightarrow PPF3D$ mögliche Pfade, wenn keine Korrekturfaktoren berücksichtigt werden sollen. $F3D(F2D)$ beschreibt die Abhängigkeit der Streumatrixberechnung F3D von F2D; es sind zweidimensionale Feldverteilungen für die dreidimensionalen Berechnungen erforderlich.

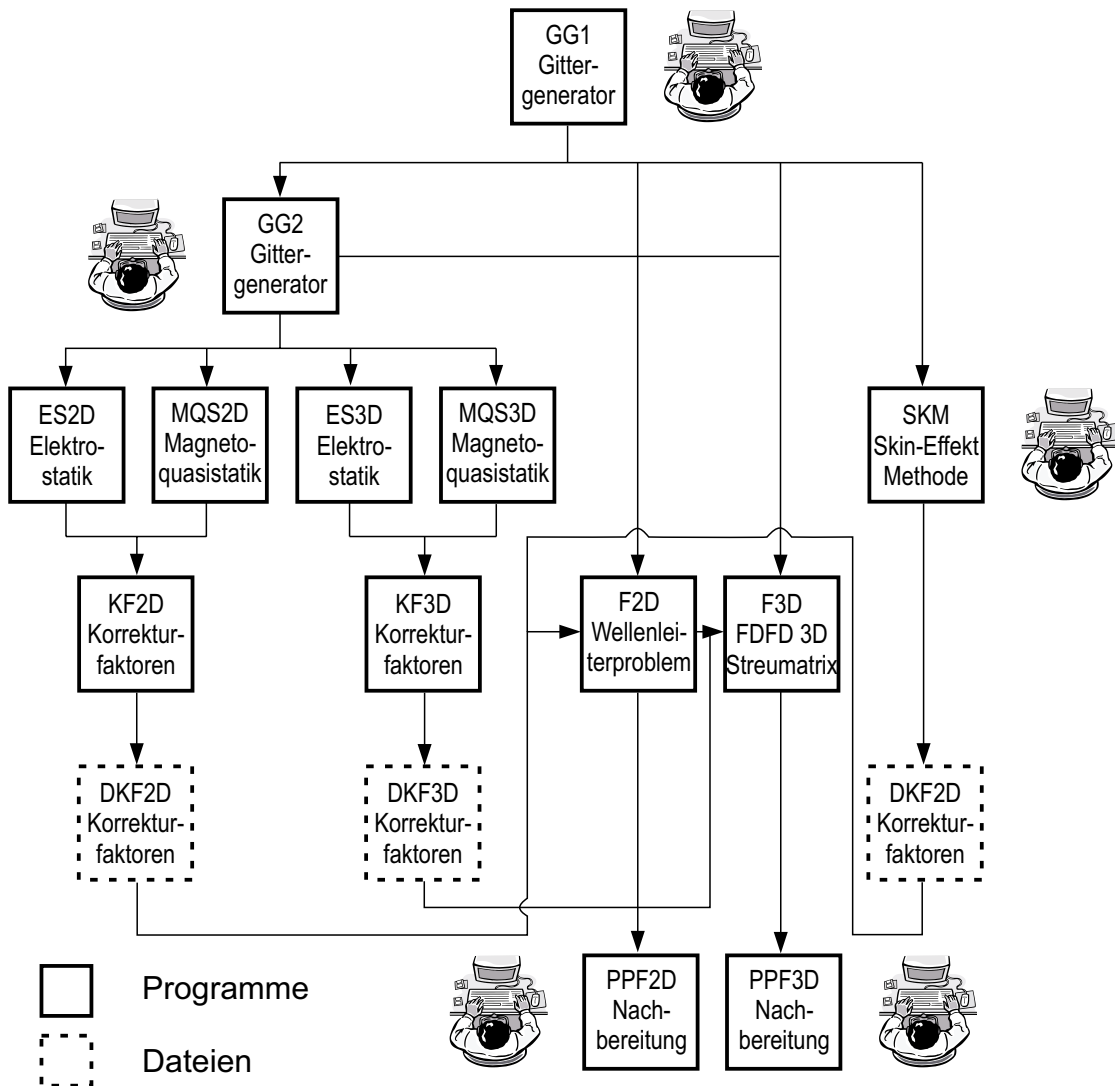


Abbildung 5.1: Flussdiagramm des Programmpakets HMF D (Programmsegmente, die den Benutzereingriff erfordern, sind durch das PC-Symbol gekennzeichnet).

Um z.B. das Ausbreitungsverhalten einer Koplanarleitung zu bestimmen, muss ein Nutzer von HMF D zunächst die Abmessungen, die Materialverteilung, den interessierenden Frequenzbereich und die äußere Berandung (Randbedingungen) der Leitung festlegen. Mit Hilfe des Gittergenerators GG1 erzeugt er dann eine Diskretisierung an Hand der Leitungsabmessungen. Diese Diskretisierung wird zusammen mit der Materialverteilung, dem Frequenzbereich und den Randbedingungen in einer Datei abgespeichert, die dann

als Eingabe für das Wellenleiterproblem F2D dient. Ergebnisse des Wellenleiterproblems (Ausbreitungskonstanten und zweidimensionale Feldverteilungen) werden in einer Datei abgespeichert; sie können mit Hilfe von PPF2D weiter ausgewertet werden, um Wellenwiderstände, Ströme, Spannungen und Leistungen zu berechnen.

Um Berechnungen unter Berücksichtigung von Korrekturfaktoren durchzuführen, sind eine grobe Diskretisierung G1 und eine feine G2 erforderlich (siehe Kapitel 1). Sie werden mit Hilfe der Gittergeneratoren GG1 und GG2 erzeugt; falls Korrekturfaktoren analytisch berechnet werden sollen, wird das feine Gitter nicht benötigt (siehe weiter unten). Der Gittergenerator GG2 nutzt die Diskretisierung G1 als Eingabe, so dass praktisch ein Untergitter G2 von G1 generiert wird; das Gitter G2 unterteilt die Gitterzellen von G1 in feinere Zellen. Neben der Diskretisierung G2 wird die Anzahl Zellen des Gitters G2 in jeder Zelle des groben Gitters G1 in einer externen Datei abgespeichert, die als weitere Eingabedatei für F2D bzw. F3D dient. Die feine Diskretisierung G2 wird zusammen mit der Materialverteilung, dem Frequenzbereich und den Randbedingungen in einer Datei abgespeichert, die als Eingabe für die Elektrostatik- und Magneto-Quasistatikprogramme ES2D, MQS2D, ES3D bzw. MQS3D benutzt wird. Ausgaben der Elektrostatik- und Magneto-Quasistatik-Programme sind zwei- und dreidimensionale Potential- und Feldverteilungen, die von KF2D bzw. KF3D genutzt werden, um die zugehörigen Korrekturfaktoren zu berechnen; sie werden in den Dateien DKF2D bzw. DKF3D abgespeichert und von F2D bzw. F3D gelesen. Die Berechnung von Wellenleitern und dreidimensionalen Strukturen erfolgt somit nach folgenden Schemata (in Klammern eingeschlossene Argumente beschreiben Abhängigkeiten):

Wellenleiter: $GG1 \rightarrow F2D(GG2, DKF2D(KF2D)) \rightarrow PPF2D(DKF2D(KF2D))$
 3D: $GG1 \rightarrow F3D(F2D, GG2, DKF3D(KF3D)) \rightarrow PPF3D(DKF3D(KF3D))$

Die Berechnung von Korrekturfaktoren durch Auswerten analytischer Ausdrücke erfolgt mit Hilfe des Programms SKM (Skin-Effekt Methode). Im Flussdiagramm (siehe Abb. 5.1) ist der Pfad $GG1 \rightarrow F2D(DKF2D(SKM)) \rightarrow PPF2D(DKF2D(SKM))$ zu wählen.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Der Trend zu höheren Frequenzen von MMICs erfordert die Reduzierung der charakteristischen Abmessungen von aktiven und passiven Elementen. Dabei liegen typische Metallisierungsdicken in der Größenordnung der Skin-Eindringtiefe δ , so dass der Skin-Effekt bei der Analyse dieser Schaltungen nicht mehr vernachlässigt werden darf. Die FD-Berechnung passiver MMIC-Elemente erfordert deshalb die Berücksichtigung endlicher Leitfähigkeiten von Metallisierungen und damit die Auflösung der Skin-Eindringtiefe. Der numerische Aufwand (Speicherbedarf, Rechenzeit) der konventionellen FDFD-Methode wächst mit der geforderten Auflösung. Sie ist unter Berücksichtigung des Skin-Effekts in der Regel um eine Größenordnung höher, als wenn man ideale Leiter voraussetzt. Die vorliegende Arbeit stellt eine effizientere Formulierung der FDFD-Methode vor, die Hybridmethode der Finiten Differenzen (HMFDF). Dabei werden dynamische Rechnungen mit quasi-statischen Lösungen verknüpft. Die Berechnung passiver Komponenten erfolgt in zwei Schritten. Die Bereiche einer Struktur, die eine hohe Auflösung erfordern, werden zunächst in einem hochauflösenden Gitter quasi-statisch berechnet. In einem zweiten Schritt erfolgt die dynamische Rechnung unter Berücksichtigung der quasi-statischen Lösungen in einem wesentlich gröberen Gitter. Die Auflösung des quasi-statischen Gitters wird dabei durch die Skin-Eindringtiefe δ , die des dynamischen durch die kleinsten Strukturabmessungen bestimmt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Hybridmethode HMFD sowohl an zweidimensionalen (Wellenleiterproblem) als auch an dreidimensionalen Strukturen verifiziert. Die Ergebnisse in Kapitel 3 bestätigen die Gültigkeit des gewählten Ansatzes für das Wellenleiterproblem. Bei vergleichbarer Genauigkeit von HMFD und FDFD kann die Rechenzeit bis zu dem Faktor 100 und der Speicherbedarf bis zu dem Faktor 6 reduziert werden, wenn man HMFD verwendet (siehe Abschnitt 3.5 bis 3.7).

Die Grundwellen von Mehrmodenleitungen (Koplanarleitung, gekoppelte Mikrostreifenleitungen) besitzen unterschiedliche Feldverteilungen und damit unterscheiden sich auch ihre Korrekturfaktoren (siehe Abschnitt 3.6). In der Regel wird man deshalb die Grundwellen getrennt berechnen, wenn dieses möglich ist (siehe Abschnitt 3.5). Dieses Problem kann man aber auch umgehen, indem man Korrekturfaktoren nur in den Bereichen einer Struktur verwendet (Fensterkonzept) in denen die Grundwellen ähnliche Feldverteilungen besitzen (siehe Abschnitt 3.7). Dies trifft in vielen Fällen auf die Bereiche zu, die die höchste räumliche Auflösung erfordern und damit numerisch am kritischsten sind. Es handelt sich dabei in der Regel um die Metallisierungen einer MMIC-Leitung und deren Kanten.

Die Verknüpfung von quasi-statischen FD-Lösungen mit der FDFD-Methode ermöglicht eine signifikante Effizienzsteigerung der konventionellen FDFD-Methode. Demgegenüber steht aber ein erhöhter Aufwand bei der Bearbeitung, der die praktische Nutzung erschwert. Es sind zwei unterschiedliche Diskretisierungen und neben der dynamischen sind quasi-statische Berechnungen (Elektrostatik und Magneto-Quasistatik) erforderlich.

Vor diesem Hintergrund ist der analytische Ansatz zur Beschreibung von Leiterverlusten miniaturisierter Leitungen in der FDFD-Methode eine wichtige Alternative (siehe Abschnitt 3.8), die den bekannten Oberflächenimpedanzmethoden [16] überlegen ist, weil zweidimensionale Effekte an Metallkanten und Metallisierungsdicken t in der Größenordnung der Skin-Eindringtiefe δ erfasst werden. Dabei werden analytische Ausdrücke für die Korrekturfaktoren des elektromagnetischen Feldes in Leitern und an deren Kanten definiert. Sie sind unabhängig vom Wellentypen und damit lassen sich endliche Leitfähigkeiten in der FDFD-Methode berücksichtigen, ohne die Skin-Eindringtiefe auflösen zu müssen.

In der Regel genügt es, die gleiche Diskretisierung wie im Fall idealer Leiter zu verwenden. Darüber hinaus steht ein leicht zu automatisierendes Verfahren zur Verfügung, was für die praktische Nutzung besonders interessant ist.

Die Berechnung dreidimensionaler Strukturen mit der Hybridmethode HMFD unterscheidet sich vom zweidimensionalen Wellenleiterproblem dadurch, dass die Magneto-Quasistatik-Berechnung aufwendiger wird. Das Problem ist die Gleichstromanregung der FD-Magneto-Quasistatik, die mit Hilfe einer zusätzlichen FD-Berechnung bestimmt wird (siehe Abschnitt 4.2.1).

Die Feldverteilungen praktisch relevanter dreidimensionaler Strukturen sind i. Allg. immer eine Überlagerung verschiedener Wellentypen (siehe Abschnitt 4.1) mit unterschiedlichen Korrekturfaktoren. Für die praktische Nutzung ist die Hybridmethode deshalb in Verbindung mit dem Fensterkonzept von besonderem Interesse, weil dadurch wie im zweidimensionalen Fall nur die Bereiche einer Struktur quasi-statisch berechnet in denen unterschiedliche Wellen ähnliche Feldverteilungen besitzen (siehe Abschnitt 4.5).

Einige Strukturen (Kurzschluss, Leerlauf) können quasi-statisch nicht dreidimensional berechnet werden. Die Ergebnisse in den Abschnitten 4.3.1 und 4.4 verdeutlichen aber, dass bereits die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren, die denen des zweidimensionalen Wellenleiterproblems entsprechen, ausreichend ist und gute Verbesserungen bringt.

Im Vergleich zur zweidimensionalen Hybridmethode lassen sich bei dreidimensionalen Berechnungen nicht die gleichen Einsparungen an Rechenzeit und Speicherbedarf erzielen. Der Speicherbedarf ist vergleichbar mit dem der konventionellen FDFD-Methode. Hier lassen sich nur dann Einsparungen erzielen, wenn das Fensterkonzept zur Anwendung kommt. D. h., wenn man die quasi-statischen Berechnungen nur in Teilbereichen, in sog. Fenstern einer Struktur, durchführt. Die Rechenzeit von HMFD ist proportional zur hochauflösenden quasi-statischen Diskretisierung. Hier sind die Einsparungen umso größer je mehr Wellen an den Toren einer dreidimensionalen Struktur im dynamischen Fall berücksichtigt werden (siehe Abschnitt 4.1) und wenn das Fensterkonzept angewendet wird.

Vor dem Hintergrund dieser Arbeit und den bisherigen Arbeiten (siehe Abschnitt 1) lässt sich feststellen, dass das Themengebiet der Verknüpfung von quasi-statischen Lösungen

mit der FD-Methode, insbesondere für die Frequenzbereichsvariante FDFD, nun weitgehend untersucht ist und in einem nächsten Schritt die konkrete Nutzerschnittstelle eingerichtet werden muss. Die Nutzerschnittstelle ist die Voraussetzung für die effektive Nutzung der Methode.

Die Übertragung des Frequenzbereichsverfahrens HMFD auf das Zeitbereichsverfahren FDTD ist weiter zu untersuchen. Es ist aber davon auszugehen, dass eine einfache Übertragung problematisch ist. Unter Annahme endlicher Leitfähigkeiten sind die Korrekturfaktoren frequenzabhängig und damit komplexwertig. Die Berücksichtigung von Vorkenntnissen in den FDFD-Gleichungen kann aber auch so verstanden werden, als würde man die Materialeigenschaften einer zu Grunde liegenden Struktur verändern. Das Problem der Übertragbarkeit ist damit die Transformation (Faltung) frequenzabhängiger Materialparameter (ε , μ) in den Zeitbereich, die sehr aufwendig ist, da sie für jeden Zeitschritt erneut durchgeführt werden müsste. Im Gegensatz dazu ist bei Annahme idealer Leiter eine Übertragbarkeit in den Zeitbereich ohne zusätzlichen Aufwand möglich. In beiden Fällen müsste aber das Stabilitätskriterium (Courant-Kriterium) modifiziert werden.

Abschließend lässt sich festhalten, dass durch die Nutzung von Vorkenntnissen die Effizienz der Finiten-Differenzen-Methode verbessert wird. Die Effizienzsteigerung ist dabei umso bedeutender je mehr Vorkenntnisse berücksichtigt werden. Demgegenüber steht aber ein erhöhter Aufwand für das Preprocessing. Bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Frequenzbereichsverfahren HMFD sind quasi-statische Berechnungen zur Berücksichtigung von Leiterverlusten erforderlich. Dabei ist die Magneto-Quasistatik sehr komplex, weil i. Allg. ein Vektorproblem gelöst werden muss.

Für die praktische Nutzung ist besonders die analytische Form zur Beschreibung von Leiterverlusten interessant. Hier ist noch eine Erweiterung auf dreidimensionale Ausdrücke denkbar, die bisher auf Grund der Komplexität des Problems noch nicht realisiert wurde. Außerdem ist in vielen Fällen davon auszugehen (siehe Abschnitt 4.3.1 und 4.4), dass allein schon die Berücksichtigung der analytischen Ausdrücke für das Wellenleiterproblem auch für dreidimensionale Strukturen ausreichend ist. Dreidimensionale Effekte dürften in der Regel gegenüber zweidimensionalen Effekten von untergeordneter Bedeutung sein.

Eine Vielzahl von dreidimensionalen MMIC-Strukturen sind Zusammenschaltungen von Leitungen (Koplanarleitungen, Mikrostreifenleitungen). Nur an den Verbindungsstellen treten dreidimensionale Effekte auf. Entlang der Leitungen kann das elektromagnetische Feld aber zweidimensional beschrieben werden.

Anhang A

Theoretische Grundlagen

A.1 Maxwell'sche Gleichungen

Das makroskopische Verhalten elektromagnetischer Felder in raumladungsfreien Medien wird durch die Maxwell'schen Gleichungen beschrieben. Beschränkt man sich auf lineare Medien, so genügt es, den bei der Kreisfrequenz ω eingeschwungenen Zustand für die Phasoren des elektrischen und magnetischen Feldes zu kennen. Wir beschränken uns hier also auf rein sinusförmige Vorgänge, die entsprechend $e^{j\omega t}$ von der Zeit abhängen.

In integraler Form lauten die Maxwell'schen Gleichungen

$$\oint_{C(A)} \vec{H} d\vec{s} = \iint_A [j\omega \vec{D} + \vec{J}] d\vec{A}, \quad (\text{A.1})$$

$$\oint_{C(A)} \vec{E} d\vec{s} = - \iint_A j\omega \vec{B} d\vec{A}, \quad (\text{A.2})$$

$$\oiint_{A(V)} \left(\vec{D} - \frac{j}{\omega} \vec{J} \right) d\vec{A} = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\oiint_{A(V)} \vec{B} d\vec{A} = 0. \quad (\text{A.4})$$

\vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} und \vec{J} bezeichnen die Phasoren der elektrischen Feldstärke, der elektrischen Verschiebungsdichte, der magnetischen Feldstärke, der magnetischen Flussdichte und der elektrischen Stromdichte. Ihre Beträge sind Spitzenwerte der harmonischen Schwingung. A ist eine beliebige Fläche mit dem Normalenvektor $d\vec{A}$ und $C(A)$ ist die A begrenzende Kontur mit dem Normalenvektor $d\vec{s}$. $A(V)$ ist eine geschlossene das Volumen V begrenzende Fläche.

Die elektrische Stromdichte \vec{J} setzt sich aus zwei Teilen zusammen; aus der Leitungstromdichte \vec{J}_L und aus einer eingepägten Stromdichte \vec{J}_E :

$$\vec{J} = \vec{J}_L + \vec{J}_E . \quad (\text{A.5})$$

Die eingepägte Stromdichte bildet eine Quelle des elektromagnetischen Feldes.

In linearen, biaxialien, Medien sind die magnetische Flussdichte und die magnetische Feldstärke über einen Permeabilitätstensor $[\mu]$ sowie die elektrische Verschiebungsdichte und die elektrische Feldstärke über einen Dielektrizitätstensor $[\epsilon]$ miteinander verknüpft [57]:

$$\vec{H} = [\mu]^{-1} \vec{B} . \quad (\text{A.6})$$

$$\vec{D} = [\epsilon] \vec{E} , \quad (\text{A.7})$$

Der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld und der Leitungstromdichte \vec{J} in einem elektrischen Leiter wird durch den elektrischen Leitfähigkeitstensor $[\sigma]$ beschrieben:

$$\vec{J} = [\sigma] \vec{E} , \quad (\text{A.8})$$

Die Tensoren haben Diagonalgestalt und die Einträge auf der Hauptdiagonalen der Tensoren $[\epsilon]$ und $[\mu]$ sind i. Allg. komplexwertig und die in $[\sigma]$ reell. Dabei schließt ein komplexes ϵ in der Regel die Leitfähigkeit σ ein. Im Rahmen dieser Arbeit werden durch ein komplexes ϵ aber nur dielektrische Verluste berücksichtigt.

A.2 Elektrostatik

Elektrische Felder, die zeitlich konstant sind, werden durch die Maxwellgleichungen A.2 und A.3 unter Vernachlässigung der Zeitableitung $\partial/\partial t = j\omega$ in Gleichung A.2 beschrieben [52]. Gl. A.2 vereinfacht sich für diesen Fall zu

$$\oint_{C(A)} \vec{E} d\vec{s} = 0. \quad (\text{A.9})$$

Anders als im Abschnitt A.1 bezeichnen \vec{E} in Gl. A.9 und \vec{D} in Gl. A.3 reelle Feldvektoren der elektrischen Feldstärke und der elektrischen Verschiebungsdichte.

Das elektrostatische Feld ist wirbelfrei und kann aus einem skalaren Potential Φ durch Gradientenbildung berechnet werden. Es gilt

$$\vec{E} = -\mathbf{grad}\Phi. \quad (\text{A.10})$$

Die elektrische Feldstärke und Verschiebungsdichte sind entsprechend Gl. A.6 miteinander verknüpft; die Hauptdiagonalelemente des Tensors $[\epsilon]$ sind aber reellwertig.

Setzt man nun Gl. A.10 und Gl. A.7 in Gl. A.3 ein, so ergibt sich die Potentialgleichung

$$\iint_{A(V)} ([\epsilon]\mathbf{grad}\Phi) d\vec{A} = 0. \quad (\text{A.11})$$

A.3 Stationäres Strömungsfeld (Gleichstrom)

In einem elektrischen Leiter der Leitfähigkeit $[\sigma]$ muss die elektrische Stromdichte im stationären Fall quellenfrei sein:

$$\iint_{A(V)} \vec{J} d\vec{A} = 0. \quad (\text{A.12})$$

Gl. A.12 folgt aus der Kontinuitätsgleichung $\mathbf{div}\vec{J} = 0$ und unter Anwendung des Gaußschen Satzes [52].

Setzt man Gl. A.8 und Gl. A.10 in Gl. A.12 ein – ist erlaubt, weil das elektrostatische Feld wirbelfrei ist –, dann ergibt sich eine Potentialgleichung der Form

$$\oiint_{A(V)} ([\sigma] \mathbf{grad} \Phi) d\vec{A} = 0. \quad (\text{A.13})$$

Es ist zu beachten, dass Gl. A.13 der Gl. A.11 entspricht, wenn nur die Tensoren $[\sigma]$ und $[\epsilon]$ miteinander vertauscht werden.

A.4 Quasi-Stationäre Felder

Elektromagnetische Felder, die Gl. A.1 bis G. A.8 in Abschnitt A.1 unter Vernachlässigung der Zeitableitung der elektrischen Verschiebungsdichte $j\omega\vec{D}$ in Gl. A.1 erfüllen, bezeichnet man als quasi-statisch. Für Gl. A.1 gilt dann

$$\oint_{C(A)} \vec{H} d\vec{s} = \iint_A \vec{J} d\vec{A}. \quad (\text{A.14})$$

Quasi-stationäre Felder beschreiben zwar keine Wellenerscheinungen, aber sie genügen als Näherung für zeitabhängige elektromagnetische Felder, wenn die geometrischen Abmessungen einer Struktur sehr klein gegen die Wellenlänge bleiben [58]. Auch in Leitern¹ kann das elektromagnetische Feld quasi-statisch beschrieben werden. Felterscheinungen wie z.B. Feldsingularitäten an Kanten [60] und der Skin-Effekt [52] können mit guter Näherung beschrieben werden.

A.5 Eigenwellen verlustbehafteter Wellenleiter

O.B.d.A. gibt es in einem inhomogen gefüllten, aber in z -Richtung längshomogenen, quellenfreien Wellenleiter Lösungen für die Phasoren des elektromagnetischen Feldes \vec{E} und \vec{H} , die entsprechend $e^{-jk_z z}$ von z abhängen. Beschränkt man sich auf Wellenleiter, auf

¹Als Leiter werden solche Stoffe bezeichnet, bei denen im interessierenden Frequenzbereich die Leitungsstromdichte größer als die Verschiebungsstromdichte ist [59].

deren Berandung das elektromagnetische Feld entweder die Dirichlet²- und/oder die Neumann³-Bedingung erfüllt, dann lässt sich durch geeignetes Kombinieren der Gleichungen A.1–A.3 ein allgemeines Eigenwertproblem für das transversale elektrische Feld \vec{E}_t formulieren. Nichttriviale Lösungen dieses Eigenwertproblems sind Eigenwellen $\vec{E}_{t,i}$ mit den Ausbreitungskonstanten $k_{z,i}$. Der Index $i = 1, 2, \dots$ bezeichnet dabei die Nummerierung der Eigenwelle.

A.5.1 Orthogonalität

Die Eigenwellen $\vec{E}_{t,i}$ besitzen die Eigenschaften der Orthogonalität. Aus dem Lorentzschen Reziprozitätstheorem lässt sich die Orthogonalitätsbeziehung

$$\iint_A (\vec{E}_{t,i} \times \vec{H}_{t,j}) \cdot \vec{u}_z dA_z = 0 \quad (\text{A.15})$$

ableiten [48]. Sie ist gültig für zwei nicht entartete Eigenwellen $i \neq j$ mit $k_{z,i} \neq \pm k_{z,j}$.

Gl. A.15 wird in [48] für die Dirichlet-Randbedingung aufgestellt. Bei gleicher Argumentation lässt sie sich aber auch für die Neumann-Randbedingung bzw. für Kombinationen beider beweisen.

A.5.2 Leistungsfluss

Wenn die Phasoren \vec{E} und \vec{H} Spitzenwerte der elektromagnetischen Schwingung darstellen, dann berechnet sich der komplexe mittlere Leistungsfluss in z -Richtung einer Eigenwelle i aus

$$P_{z,i}(z) = \frac{1}{2} \iint_A (\vec{E}_{t,i} \times \vec{H}_{t,i}^*) e^{-2\alpha z} \cdot \vec{u}_z dA_z . \quad (\text{A.16})$$

²Elektrisch ideal leitende Berandung.

³Magnetisch ideal leitende Berandung.

A.5.3 Quasi-TEM-Wellen

Begriffsdefinition

Quasi-TEM-Wellen breiten sich auf Leitungen mit mindestens zwei voneinander galvanisch getrennten Leitungselektroden aus, wobei eine der Elektroden endliche Ausdehnung haben muss. Im Unterschied zu den reinen TEM-Leitungen ist der Leitungsquerschnitt aber mit einem inhomogenem Dielektrikum gefüllt [61]. Es sind im Prinzip hybride Wellen [59], die jedoch den TEM-Eigenschaften sehr nahe kommen. Das bedeutet, dass die Längskomponenten der elektrischen und magnetischen Felder klein bleiben gegenüber den transversalen Komponenten. Eine Quasi-TEM-Welle nähert sich umso mehr einer reinen TEM-Welle, je niedriger die Frequenz f ist.

Wellenwiderstand

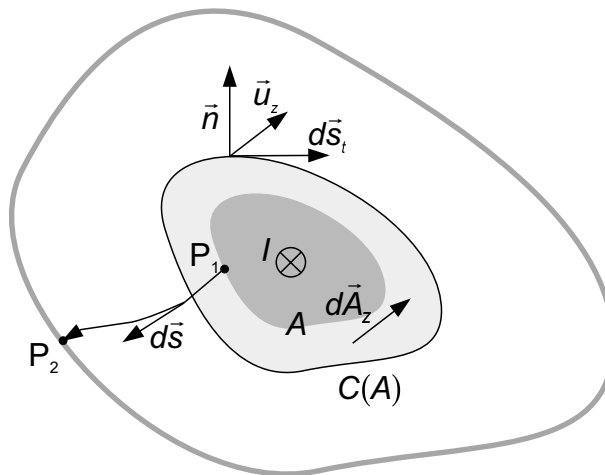


Abbildung A.1: Zur Definition von Strom und Spannung nach Gl. A.18 – Gl. A.20.

Bei reinen TEM-Wellen, die sich in z-Richtung ausbreiten, berechnet sich der Wellenwiderstand Z_L eindeutig aus [61]

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{2P_{z,i}}{|I|^2} = \frac{|U|^2}{2P_{z,i}^*}. \quad (\text{A.17})$$

Die Amplituden der Spannung U und des Stromes I sind Scheitelwerte und $P_{z,i} = UI^*/2$ ist die in z -Richtung von der Eigenwelle i transportierte Leistung, die man mit Hilfe von Gleichung A.16 berechnen kann. Der Strom I ist z -gerichtet und berechnet sich aus Gleichung A.1 entsprechend (vgl. Abbildung A.1)

$$I = \oint_{C(A)} \vec{H} d\vec{s}_t, \quad d\vec{s}_t = (\vec{u}_z \times \vec{n}) ds_t. \quad (\text{A.18})$$

Die elektrische Spannung ist das Integral

$$U = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}_{t,i} d\vec{s} \quad (\text{A.19})$$

über das transversale elektrische Feld $\vec{E}_{t,i}$ in einer Querschnittsebene des Wellenleiters zwischen zwei Punkten auf zwei getrennten Leitungselektroden (vgl. Abb. A.1).

Für Nicht-TEM-Wellen sind Strom und Spannung nicht mehr eindeutig zu bestimmen und jede der drei Definitionen in Gl. A.17 liefert andere Werte. Der Wellenwiderstand wird unendlich vieldeutig. Bei Quasi-TEM-Wellen in technisch relevanten Frequenzbereichen weichen die einzelnen Werte aber nur geringfügig voneinander ab und je niedriger die Frequenz, desto geringer ist der Unterschied.

Bei endlicher Leitfähigkeit der Leitungselektroden kann der elektrische Längsstrom auch aus der elektrischen Stromdichte \vec{J}_z oder der elektrischen Feldstärke \vec{E}_z und der Leitfähigkeit σ_z entsprechend

$$I = \iint_A \vec{J}_z \vec{u}_z dA_z = \iint_A \sigma_z \vec{E}_z \vec{u}_z dA_z \quad (\text{A.20})$$

berechnet werden (vgl. Abb. A.1). Generell ist festzuhalten, dass sich bei endlicher Leitfähigkeit auch in einem homogen gefüllten Wellenleiter wegen der mit der Stromdichte verknüpften z -Komponente des E-Feldes keine reine TEM-Welle mehr ausbreiten kann.

Anhang B

Finite-Differenzen Gleichungen

B.1 Gitter-Maxwell-Gleichungen

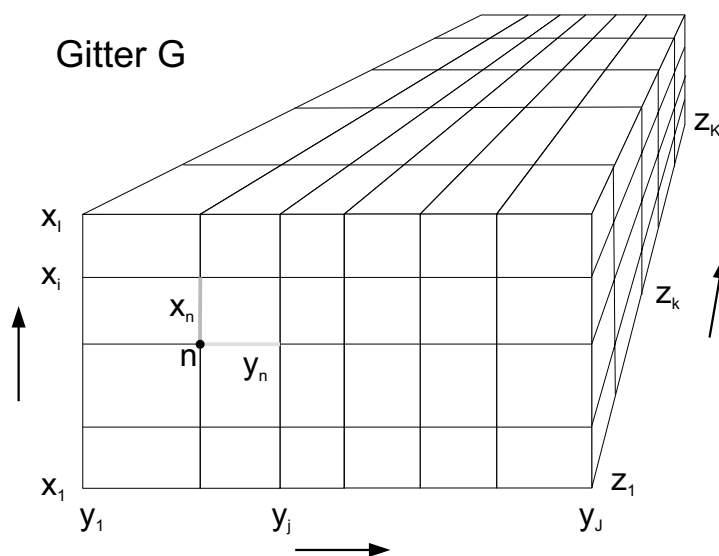


Abbildung B.1: Dreidimensionales kartesisches Gitter G.

Um die Gitter-Maxwell-Gleichungen Gl. 2.1 – Gl. 2.4 sowie die diskreten Materialgleichungen Gl. 2.5 bis Gl. 2.7 aufzustellen, wird ein dreidimensionales kartesisches Gitter

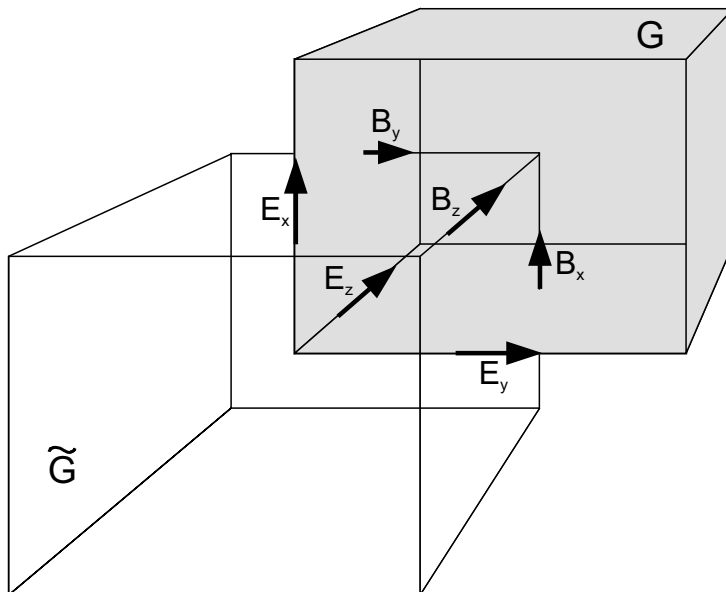


Abbildung B.2: Anordnung der Komponenten der elektrischen Feldstärke und magnetischen Flussdichte im Yee-Gitter.

$$G\{(x_i, y_j, z_k) \in V \subseteq \mathbb{R}^3; i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K\} \quad (\text{B.1})$$

definiert (siehe Abb. B.1), in dem die Komponenten der elektrischen Feldstärke E und der magnetischen Flussdichte B nach dem *Yee*-Schema [41] angeordnet sind (siehe Abb. B.2). Die Gitterknoten sind entsprechend

$$n = 1 + (i - 1)M_x + (j - 1)M_y + (k - 1)M_z, \quad (\text{B.2})$$

$$n = 1, \dots, N = IJK, \quad (\text{B.3})$$

fortlaufend durchnummeriert, wobei gewöhnlich $M_x = 1$, $M_y = I$ und $M_z = IJ$ gewählt wird.

Auf den Kanten (mit n entsprechend Gl. B.3)

$$\Delta x_n = \begin{cases} x_{i+1} - x_i & \text{für } \begin{cases} i = 1, \dots, I-1; \\ j = 1, \dots, J; \\ k = 1, \dots, K. \end{cases} \\ 0; & \text{für } i = I \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

– Δy_n und Δz_n sind entsprechend vereinbart – der Elementarquader $V_n = \Delta x_n \Delta y_n \Delta z_n$ sind als Unbekannte elektrische Spannungen $e_{x,n}, e_{y,n}, e_{z,n}$ – Linienintegrale über die elektrische Feldstärke – definiert. Analog dazu wird auf den Elementarflächen $A_{x,n} = \Delta y_n \Delta z_n$, $A_{y,n} = \Delta x_n \Delta z_n$ und $A_{z,n} = \Delta x_n \Delta y_n$ aller Quader der magnetische Fluss, der diese Flächen durchdringt, als Berechnungsgröße angenommen. Für eine beliebige x-Komponente des magnetischen Flusses $b_{x,n}$ ergibt sich dann mit Gl. A.2 und nach Abb. B.3

$$e_{y,n} - e_{y,n+M_z} + e_{z,n+M_y} - e_{z,n} = -j\omega b_{x,n} . \quad (\text{B.5})$$

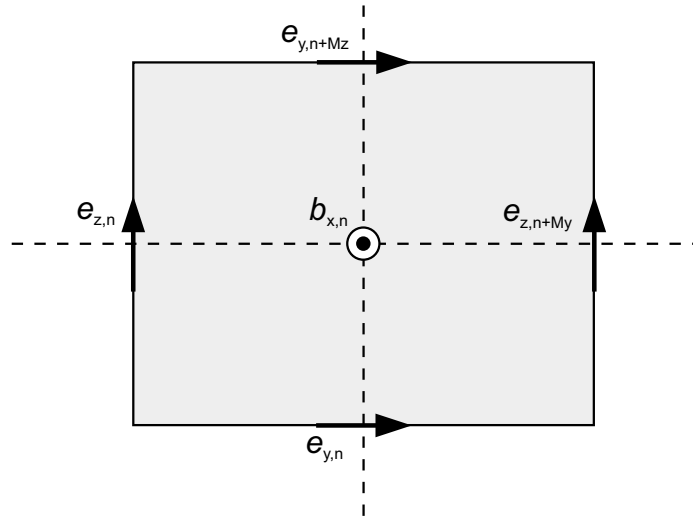


Abbildung B.3: Anordnung elektrischer Spannungen und des magnetischen Flusses an einer Elementarfläche $A_{x,n}$.

Für die y- und z-Komponenten des magnetischen Flusses $b_{y,n}, b_{z,n}$ lassen sich entsprechende Gleichungen aufstellen. Vereinbart man die Vektoren

$$\vec{e} = (e_{x,1}, \dots, e_{x,n}, \dots, e_{y,n}, \dots, e_{z,n}, \dots, e_{z,N})^T \quad (\text{B.6})$$

und

$$\vec{b} = (b_{x,1}, \dots, b_{x,n}, \dots, b_{y,n}, \dots, b_{z,n}, \dots, b_{z,N})^T \quad (\text{B.7})$$

der Dimension $3N$ aller unbekanntten Spannungen und Flüsse, dann lässt sich die Menge aller Gleichungen wie Gl. B.5 in Form der Matrixgleichung 2.2

$$C\vec{e} = -j\omega\vec{b}, \quad (\text{B.8})$$

zusammenfassen.

Dabei beschreibt die $3N \times 3N$ -Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -P_z & P_y \\ P_z & 0 & -P_x \\ -P_y & P_x & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

(vom englischen Begriff *curl*) die Topologie des **rot**-Operators in einem Gitter G . Sie ist aus $N \times N$ -Untermatrizen P_x , P_y und P_z zusammengesetzt. Diese Untermatrizen

$$P_{x,y,z} := (P_{x,y,z})_{m,p} = \begin{cases} -1 & : p = m, \\ +1 & : p = m + M_{x,y,z}, \quad m, p = 1, N \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

besitzen Bandstruktur mit den Elementen 0, +1 und -1.

Bedingt durch die besondere Anordnung der Feldkomponenten im Gitter G wird ein duales Gitter

$$\tilde{G}\{(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j, \tilde{z}_k) \in V \subseteq \mathbb{R}^3; i = 1, \dots, I-1; j = 1, \dots, J-1; k = 1, \dots, K-1\} \quad (\text{B.11})$$

mit $\tilde{x}_i = (x_{i+1} - x_i)/2$, $\tilde{y}_j = (y_{j+1} - y_j)/2$ und $\tilde{z}_k = (z_{k+1} - z_k)/2$ definiert. Auf den Kanten der dualen Elementarquader sind die Komponenten der magnetischen Flussdichte B angeordnet und die dualen Elementarflächen werden von den Komponenten des elektrischen Feldes E durchsetzt. Als integrale Größen sind in diesem Gitter Linienintegrale über die magnetische Feldstärke H , und Flächenintegrale über die elektrische Verschiebungsdichte D sowie über die elektrische Stromdichte J vereinbart, die wie die Komponenten von Gl. B.6 und Gl. B.7 in Vektoren \vec{h} , \vec{d} und \vec{i} zusammengefasst werden, so dass sich mit

$$\tilde{C} = C^T \quad (\text{B.12})$$

Gleichung 2.1

$$\tilde{C}\vec{h} = j\omega\vec{d} + \vec{i}, \quad (\text{B.13})$$

ergibt, die Gl. A.1 entspricht.

Die Vektoren

$$\vec{h} = D_\mu^{-1}\vec{b}, \quad (\text{B.14})$$

$$\vec{d} = D_\epsilon\vec{e}, \quad (\text{B.15})$$

$$\vec{i} = D_\sigma\vec{e}, \quad (\text{B.16})$$

sind über $3N \times 3N$ -Diagonalmatrizen D_μ , D_ϵ und D_σ mit \vec{b} und \vec{e} verknüpft. Diese diskreten Gleichungen entsprechen den Materialgleichungen A.6. . . A.8 mit dem Unterschied, dass sie integrale Größen verknüpfen, so dass für die Diagonalelemente

$$(D_\mu)_{u,n} = A_{u,n} \left/ \left(\frac{\Delta u_{n-M_u}}{2\mu_{u,n-M_u}} + \frac{\Delta u_n}{2\mu_{u,n}} \right) \right., \quad (\text{B.17})$$

$$(D_\varepsilon)_{u,n} = \frac{\varepsilon_{u,n}A_{u,n} + \varepsilon_{u,n-M_v}A_{u,n-M_v} + \varepsilon_{u,n-M_w}A_{u,n-M_w} + \varepsilon_{u,n-M_v-M_w}A_{u,n-M_v-M_w}}{4\Delta u_n}, \quad (\text{B.18})$$

$$(D_\sigma)_{u,n} = \frac{\sigma_{u,n}A_{u,n} + \sigma_{u,n-M_v}A_{u,n-M_v} + \sigma_{u,n-M_w}A_{u,n-M_w} + \sigma_{u,n-M_v-M_w}A_{u,n-M_v-M_w}}{4\Delta u_n} \quad (\text{B.19})$$

gilt. Dabei ist $u = x, y, z$, $v = y, z, x$ und $w = z, x, y$.

Um die Maxwellgleichung A.4 in den Gitterraum zu transformieren, integriert man die magnetische Flussdichte über die Oberfläche jedes Elementarquaders V_n (siehe Abbildung B.4). Dazu werden die magnetischen Flüsse $b_{x,n}$, $b_{y,n}$ und $b_{z,n}$ entsprechend

$$b_{x,n+Mx} - b_{x,n} + b_{y,n+My} - b_{y,n} + b_{z,n+Mz} - b_{z,n} = 0 \quad (\text{B.20})$$

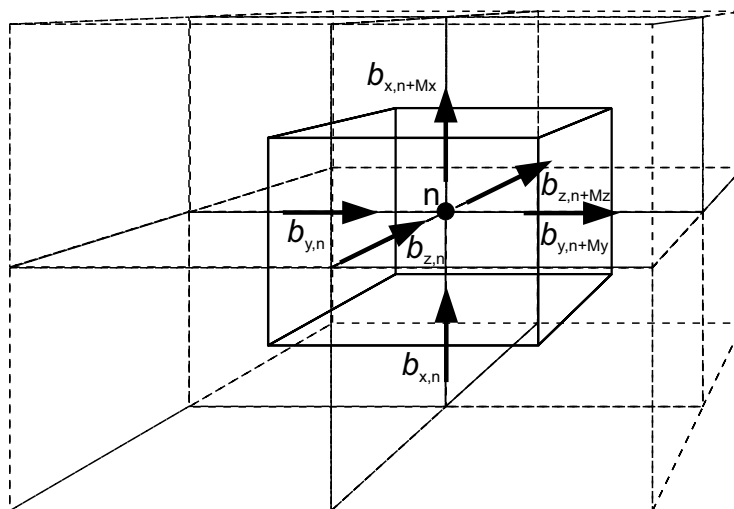


Abbildung B.4: Elementarvolumen V_n (durchgezogen) und Anordnung von Flussdichtekomponenten im Gittersystem $G-\tilde{G}$. Das duale Gitter ist gestrichelt eingezeichnet.

aufsummiert. Fasst man alle N Gleichungen zusammen, so ergibt sich Gl. 2.4

$$S\vec{b} = 0 \quad (\text{B.21})$$

mit der Matrix

$$S = (P_x | P_y | P_z) , \quad (\text{B.22})$$

die die Topologie des **div**-Operators im Gitter G beschreibt.

Eine entsprechende Integration der elektrischen Fluss- und Stromdichte über die Elementarquader des dualen Gitters \tilde{G} führt auf

$$\tilde{S} \left(\vec{d} - \frac{j}{\omega} \vec{i} \right) = 0 , \quad (\text{B.23})$$

mit

$$\tilde{S} = (-P_x^T | -P_y^T | -P_z^T) . \quad (\text{B.24})$$

Die Gleichungen 2.1 – 2.4 sind exakte Darstellungen der Gleichungen A.1 – A.4 im diskreten Raum (Gittersystem $G-\tilde{G}$). Erst zusammen mit den diskretisierten Materialgleichungen 2.5...2.7 tritt eine Diskretisierung auf.

Eine hervorzuhebende Eigenschaft der Gitter-Maxwell-Gleichungen ist, dass sich analytische Eigenschaften wie **div rot** $\equiv 0$ eins zu eins in den Gitterraum übertragen lassen [15], so dass beispielsweise

$$\mathbf{div\ rot} \equiv 0 \Leftrightarrow SC = \tilde{S}\tilde{C} = 0 , \quad (\text{B.25})$$

$$\mathbf{rot\ grad} \equiv 0 \Leftrightarrow CS^T = \tilde{C}^T S^T = 0 \quad (\text{B.26})$$

gilt.

B.2 Eigenwellen im Gitter

B.2.1 Eigenwertgleichungen im Gitter

Mit Gl. 2.15, Gl. 2.11, Gl. 2.14 und Gl. 2.16 in Gl. 2.10 ergibt sich das nicht-lineare Eigenwertproblem in ω .

$$\left(\tilde{C} D_\mu^{-1} C - \omega^2 D'_\varepsilon + j\omega D'_\sigma \right) \vec{e}' = 0 \quad (\text{B.27})$$

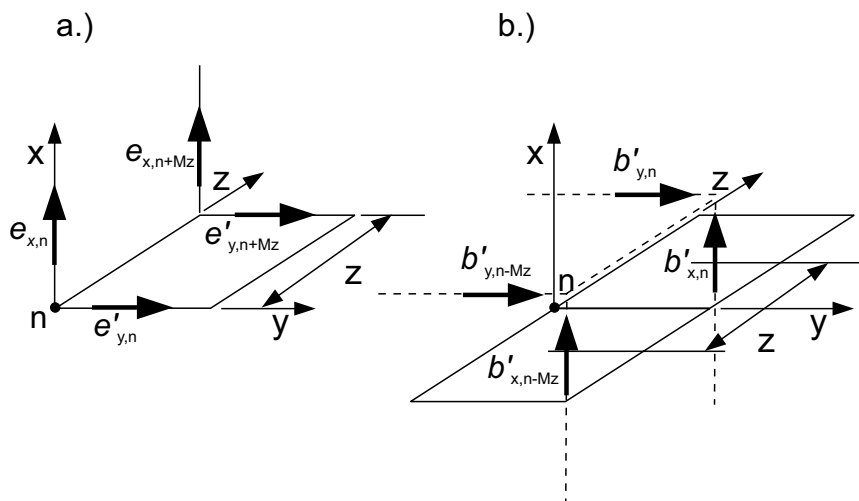


Abbildung B.5: Zur Herleitung der Gleichungen B.28 und B.29.

O.B.d.A. wird die z -Abhängigkeit $e^{-jk_z z}$ der Eigenwellen in einem in z -Richtung längshomogenen Wellenleiter berücksichtigt, indem P_z und P_z^T in \tilde{C} und C durch

$$P_z = - (1 - e^{-jk_z \Delta z}) E \quad (\text{B.28})$$

und

$$P_z^T = - (1 - e^{jk_z \Delta z}) E \quad (\text{B.29})$$

ersetzt werden, so dass $C \neq \tilde{C}^T$ gilt; E ist die Einheitsmatrix .

Gl. B.28 und Gl. B.29 ergeben sich anhand von Abb. B.5.a. $e'_{y,n}$ und $e'_{y,n+M_z}$ sind entsprechend

$$e'_{y,n+M_z} = e'_{y,n} e^{-jk_z \Delta z} \quad (\text{B.30})$$

miteinander verknüpft, so dass sich für eine beliebige x-Komponente des magnetischen Flusses $b'_{x,n}$ mit Gl. A.2 gilt

$$e'_{y,n} (1 - e^{-jk_z \Delta z}) + e'_{z,n+M_y} - e'_{z,n} = -j\omega b'_{x,n} . \quad (\text{B.31})$$

Fasst man alle x-Komponenten des magnetischen Flusses im Gittersystem $G-\tilde{G}$ in einem Vektor zusammen, dann ergibt sich damit Gl. B.28. In entsprechender Weise lässt sich Gl. B.28 auch anhand der y-Komponenten des magnetischen Flusses herleiten.

Gl. B.29 ergibt sich nach Abb. B.5.b mit Gl. A.1 und

$$b'_{x,n-M_z} = b'_{x,n} e^{jk_z \Delta z} \quad (\text{B.32})$$

bzw.

$$b'_{y,n-M_z} = b'_{y,n} e^{jk_z \Delta z} . \quad (\text{B.33})$$

Setzt man die Gleichungen B.29 und 2.15 in Gl. 2.12 ein, so ist

$$\vec{e}_z = \frac{1}{1 - e^{jk_z \Delta z}} \left(D'_{\varepsilon,z} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,z} \right)^{-1} \begin{pmatrix} P_x^T (D'_{\varepsilon,x} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,x}) \\ P_y^T (D'_{\varepsilon,y} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}'_x \\ \vec{e}'_y \end{pmatrix} . \quad (\text{B.34})$$

Berücksichtigt man die Gleichungen B.28, B.29 und B.34 in Gl. B.27, dann gilt für die Transversalkomponenten der elektrischen Spannungen \vec{e}'_t im Gittersystem $G-\tilde{G}$ die Eigenwertgleichung

$$D'_{\mu_r, yx} [A' - k_0^2 D'_{\varepsilon_r, t} + j\omega \mu_0 D'_{\sigma_t}] \vec{e}'_t = -\gamma(k_z) \vec{e}'_t \quad (\text{B.35})$$

mit den Eigenvektoren \vec{e}'_t und den Eigenwerten $\gamma(k_z)$ (siehe auch Abschnitt 3.2).

Für die Koeffizienten der Matrix A' gilt:

$$A'_{xx} = P_y^T D'_{\mu_r, z}{}^{-1} P_y + D'_{\mu_r, y}{}^{-1} P_x D'_{\varepsilon_r, z}{}^{-1} P_x^T D'_{\varepsilon_r, x} , \quad (\text{B.36})$$

$$A'_{xy} = -P_y^T D'_{\mu_r, z}{}^{-1} P_x + D'_{\mu_r, y}{}^{-1} P_x D'_{\varepsilon_r, z}{}^{-1} P_y^T D'_{\varepsilon_r, y} , \quad (\text{B.37})$$

$$A'_{yx} = -P_x^T D'_{\mu_r, z}{}^{-1} P_y + D'_{\mu_r, x}{}^{-1} P_y D'_{\varepsilon_r, z}{}^{-1} P_x^T D'_{\varepsilon_r, x} , \quad (\text{B.38})$$

und

$$A'_{yy} = P_x^T D'_{\mu_r, z}{}^{-1} P_x + D'_{\mu_r, x}{}^{-1} P_y D'_{\varepsilon_r, z}{}^{-1} P_y^T D'_{\varepsilon_r, y} . \quad (\text{B.39})$$

Im allgemeinen Fall anisotroper homogener oder inhomogener Materialverteilung ist A' eine unsymmetrische, komplexe, dünn besetzte Matrix der Dimension $2N \times 2N$ mit $N = IJ$ (zur Definition von N siehe Anhang B.1). Bedingt durch die Berücksichtigung von Korrekturfaktoren liegt praktisch immer eine anisotrope inhomogene Materialverteilung vor (siehe Abschnitt 2.1).

B.2.2 Orthogonalität im Gitter

Um die Orthogonalität von Eigenwellen im Gittersystem $G-\tilde{G}$ mit Gl. 3.9 zu prüfen, müssen die elektrischen (Linienintegrale über die elektrische Feldstärke E) und magnetischen Spannungen (Linienintegrale über die magnetische Feldstärke H) im selben Querschnitt angeordnet sein. Mit Gl. A.1 gilt im Gittersystem $G-\tilde{G}$

$$h'_{y, n-Mz} - h'_{y, n} + h'_{z, n} - h'_{z, n-My} = j\omega d'_{x, n} + i'_{x, n} . \quad (\text{B.40})$$

Substituiert man $h'_{y, n-Mz} = \underline{h}'_{y, n} e^{jk_z \frac{\Delta z}{2}}$ und $h'_{y, n} = \underline{h}'_{y, n} e^{-jk_z \frac{\Delta z}{2}}$ (siehe Abb. B.6), dann ergibt sich für die y-Komponenten in Gl. B.40

$$h'_{y,n-Mz} - h'_{y,n} = \underline{h}'_{y,n} \left(e^{jk_z \frac{\Delta z}{2}} - e^{-jk_z \frac{\Delta z}{2}} \right) = 2j \sin(k_z \frac{\Delta z}{2}) \approx jk_z \Delta z, \quad (\text{B.41})$$

wenn $|k_z \frac{\Delta z}{2}| \ll 1$.

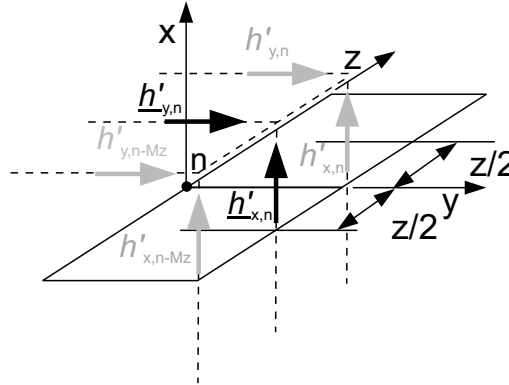


Abbildung B.6: Zur Herleitung von Gl. B.42.

Fasst man alle x-Komponenten $d'_{x,n}$ und $i'_{x,n}$ in Vektoren zusammen, so ergibt sich

$$P_z^T = jk_z \Delta z E \quad (\text{B.42})$$

mit der Einheitsmatrix E ; Gl. B.42 lässt sich auch anhand der y-Komponenten von d' und i' bestimmen.

Nach Gl. 2.11 ist

$$(-P_y | P_x | 0) \vec{e}' = -j\omega \vec{b}'_z. \quad (\text{B.43})$$

Substituiert man $\vec{b}'_z = D'_{\mu,z} \vec{h}'_z$ nach Gl. 2.14 und löst nach \vec{h}'_z auf, dann ist

$$\vec{h}'_z = \frac{j}{\omega} D'_{\mu,z} \left(-P_y \vec{e}'_x + P_x \vec{e}'_y \right). \quad (\text{B.44})$$

Setzt man nun die Gleichungen B.42 und B.44 in Gl. 2.10 ein und berücksichtigt Gl. 2.15 und Gl. 2.16, dann folgt für die j-te Eigenwelle

$$\vec{h}'_{t,j} = \begin{pmatrix} \vec{h}'_{x,j} \\ \vec{h}'_{y,j} \end{pmatrix} = \frac{1}{k_{z,j} \Delta z \omega \mu_0} \begin{pmatrix} Y'_{xx} & Y'_{xy} \\ Y'_{yx} & Y'_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}'_{x,j} \\ \vec{e}'_{y,j} \end{pmatrix} \quad (\text{B.45})$$

mit

$$Y'_{xx} = -P_x^T D_{\mu_r,z}^{-1} P_y, \quad (\text{B.46})$$

$$Y'_{xy} = -k_0^2 D'_{\varepsilon_r,y} + j\omega\mu_0 D'_{\sigma,y} + P_x^T D_{\mu_r,z}^{-1} P_x, \quad (\text{B.47})$$

$$Y'_{yx} = k_0^2 D'_{\varepsilon_r,x} - j\omega\mu_0 D'_{\sigma,x} - P_y^T D_{\mu_r,z}^{-1} P_y \quad (\text{B.48})$$

und

$$Y'_{yy} = P_y^T D_{\mu_r,z}^{-1} P_x. \quad (\text{B.49})$$

B.2.3 Leitungs-Wellenwiderstand von Quasi-TEM-Wellen im Gitter

In Abschnitt 3.3 werden zwei unterschiedliche Methoden beschrieben, um den Leitungsstrom $I'_{z,i}$ zu berechnen.

Berechnet man den Leitungsstrom aus der elektrischen Stromdichte, dann wird nach Gl. 3.16 ein Oberflächenintegral über die elektrischen Spannungen $\underline{e}'_{z,i}$ berechnet. Aus Gl. 2.12 mit Gl. B.42, Gl. 2.15 und Gl. 2.16 folgt

$$\underline{e}'_{z,i} = (G_{zx}|G_{zy})\vec{e}'_{t,i} \quad (\text{B.50})$$

mit

$$G_{zx} = -\frac{1}{jk_z \Delta z} \left(D'_{\varepsilon,z} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,z} \right)^{-1} P_x^T \left(D'_{\varepsilon,x} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,x} \right) \quad (\text{B.51})$$

und

$$G_{zy} = -\frac{1}{jk_z \Delta z} \left(D'_{\varepsilon,z} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,z} \right)^{-1} P_y^T \left(D'_{\varepsilon,y} - \frac{j}{\omega} D'_{\sigma,y} \right). \quad (\text{B.52})$$

Alternativ berechnet man $I'_{z,i}$ mit dem Durchflutungssatz und damit nach Gl. 3.18.

Die transversalen magnetischen Spannungen berechnen sich nach Gl. 3.10 oder nach Gl. 3.19.

Gl. 3.19 ergibt sich aus Gl. 2.11 mit Gl. 2.14, wenn man zudem

$$P_z = -jk_z \Delta z E \quad (\text{B.53})$$

mit $|k_z \frac{\Delta z}{2}| \ll 1$ berücksichtigt und die magnetischen Transversalkomponenten $h'_{x,y}$ sowie die elektrischen Spannungen e'_z mit $e^{jk_z \frac{\Delta z}{2}}$ multipliziert.

B.2.4 Magneto-Quasistatik im Gitter (2D)

Nach Gl. 3.20 ist

$$(P_y^T | -P_x^T) \vec{h}_t = D_{\sigma,z} (\vec{e}_z + \vec{e}_{z,0}) \quad (\text{B.54})$$

mit $\vec{h}_t = (\vec{h}_x, \vec{h}_y)^T$. Aus Gl. 3.21 folgt mit Gl. 2.5

$$\vec{h}_t = \frac{j}{\omega} \begin{pmatrix} D_{\mu,x}^{-1} & 0 \\ 0 & D_{\mu,y}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_y \\ -P_x \end{pmatrix} \vec{e}_z. \quad (\text{B.55})$$

Setzt man Gl. B.55 in Gl. B.54 ein, dann ergibt sich das lineare Gleichungssystem

$$(P_y^T D_{\mu,r,x}^{-1} P_y + P_x^T D_{\mu,r,y}^{-1} P_x + j\omega\mu_0 D_{\sigma,z}) \vec{e}_z = -j\omega\mu_0 D_{\sigma,z} \vec{e}_{z,0}. \quad (\text{B.56})$$

Die dünn besetzte Systemmatrix $(P_y^T D_{\mu_r,x}^{-1} P_y + P_x^T D_{\mu_r,y}^{-1} P_x + j\omega\mu_0 D_{\sigma,z})$ im \mathbb{R}^N mit $N = IJ$ (zur Definition von N siehe Anhang B.1) ist symmetrisch und i. Allg. komplexwertig. Die Betrachtungen in dieser Arbeit sind auf nicht-magnetische Materialien beschränkt; in diesem Fall sind nur die Hauptdiagonalelemente komplexwertig. Das longitudinale elektrische Feld und damit \vec{e}_z ist implizit quellenfrei.

B.2.5 Elektrostatik im Gitter (2D)

Setzt man Gl. 2.6 in Gl. 2.3 ein und berücksichtigt $P_z^T = 0$ (denn $\partial/\partial z \equiv 0$) und $\vec{i} \equiv 0$, dann ergibt sich

$$(-P_x^T | -P_y^T) \begin{pmatrix} D_{\varepsilon,x} & 0 \\ 0 & D_{\varepsilon,y} \end{pmatrix} \vec{e}_t = 0. \quad (\text{B.57})$$

Mit Gl. 3.23 in Gl. B.57 erhält man die zweidimensionale Gitterpotentialgleichung

$$(P_x^T D_{\varepsilon_r,x} P_x + P_y^T D_{\varepsilon_r,y} P_y) \vec{\varphi} = 0 \quad (\text{B.58})$$

mit $\vec{\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_N)^T$ und $N = IJ$.

Die dünn besetzte Systemmatrix $(P_x^T D_{\varepsilon_r,x} P_x + P_y^T D_{\varepsilon_r,y} P_y)$ ist symmetrisch und reellwertig. Aufgrund der positiven Eigenschaften der Systemmatrix (reellwertig, symmetrisch, positiv-definit) ist das lineare Gleichungssystem sehr gut konditioniert.

B.3 Dreidimensionales Randwertproblem im Gitter

B.3.1 Wellengleichung im Gitter (3D)

Löst man Gl. 2.11 nach \vec{b}' auf und setzt in Gl. 2.14 ein, dann folgt

$$\vec{h}' = \frac{j}{\omega} D_{\mu}^{-1} C \vec{e}'. \quad (\text{B.59})$$

Substituiert man nun \vec{h}' in Gl. 2.10 durch B.59 unter Berücksichtigung der Gleichungen 2.15 und 2.16, dann ergibt sich die Wellengleichung

$$(\tilde{C}D'_{\mu r^{-1}}C - k_0^2D'_{\varepsilon r} + j\omega\mu_0D'_\sigma)\vec{e}' = \vec{r}', \quad (\text{B.60})$$

wobei \vec{r}' eine beliebige Anregung darstellt.

Die Quellenfreiheit des elektrischen Feldes kann genutzt werden, um die Kondition des Gleichungssystem B.60 zu verbessern [39, 18]. Man setzt zunächst die Gleichungen 2.15 und 2.16 in Gl. 2.12 ein, so dass

$$\tilde{S}(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)\vec{e}' = 0 \quad (\text{B.61})$$

gilt. Dann multipliziert man Gl. B.61 von links mit $(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)S^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}}^{-1}$ (für $D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}}^{-1}$ siehe Anhang C.2), so dass man das lineare Gleichungssystem

$$(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)S^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)\vec{e}' = 0 \quad (\text{B.62})$$

erhält.

Die Multiplikation mit einem skalaren Faktor ϕ und die Addition zu der linken Seite von Gl. B.60 ergibt

$$(\tilde{C}D'_{\mu r^{-1}}C - k_0^2D'_{\varepsilon r} + j\omega\mu_0D'_\sigma + \phi\mu_0(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma))\tilde{S}^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)\vec{e}' = \vec{r}'. \quad (\text{B.63})$$

Ersetzt man nun noch \vec{e}' durch $\vec{e}' = D_S'^{-\frac{1}{2}}\vec{e}'$ und multipliziert Gl. B.63 von links mit $D_S'^{\frac{1}{2}}$, dann ergibt sich das lineare Gleichungssystem dreidimensionaler elektrischer Felder

$$D_S'^{\frac{1}{2}}(\tilde{C}D'_{\mu r^{-1}}C - k_0^2D'_{\varepsilon r} + j\omega\mu_0D'_\sigma + \phi\mu_0(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma))\tilde{S}^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)D_S'^{\frac{1}{2}}\vec{e}' = D_S'^{\frac{1}{2}}\vec{r}'. \quad (\text{B.64})$$

$D'_S{}^{\frac{1}{2}}(\tilde{C}D'_{\mu r}{}^{-1}C - k_0^2 D'_{\varepsilon r} + j\omega\mu_0 D'_\sigma + \phi\mu_0(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma))\tilde{S}^T D_{\tilde{V}\varepsilon\mu}^{-1} \tilde{S}(D'_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D'_\sigma)D'_S{}^{\frac{1}{2}}\vec{e}'$ ist symmetrisch. Dies ist von Vorteil, da dadurch der Speicherbedarf eines Computerprogrammes nahezu halbiert werden kann.

B.3.2 Magneto-Quasistatik im Gitter (3D)

Entsprechend Gl. A.14 im Kontinuum vereinfacht sich Gl. 2.1 zu

$$\tilde{C}\vec{h} = \vec{i}, \quad (\text{B.65})$$

wenn man den elektrischen Verschiebungsstrom $j\omega\vec{d}$ vernachlässigt.

Löst man Gl. 2.2 nach \vec{b} auf und setzt diese unter Berücksichtigung von Gl. 2.5 in Gl. B.65 ein, dann führt dies auf das lineare Gleichungssystem

$$\tilde{C}D_\mu^{-1}C\vec{e} + j\omega\vec{i} = 0. \quad (\text{B.66})$$

Beachtet man weiterhin, dass sich der elektrische Strom \vec{i} entsprechend Gl. A.5 in einen Leiterstrom \vec{i}_L und einen eingepprägten Strom \vec{i}_E aufteilt, dann lässt sich für Gl. B.66 unter Berücksichtigung von $\vec{i}_L = D_\sigma\vec{e}$ und $\vec{i}_E = D_\sigma\vec{e}_E$ schreiben:

$$(\tilde{C}D_\mu^{-1}C + j\omega D_\sigma)\vec{e} = -j\omega D_\sigma\vec{e}_E. \quad (\text{B.67})$$

Der Vektor \vec{e}_E stellt hier eine eingepprägte Spannung dar.

Die Systemmatrix $\tilde{C}D_\mu^{-1}C + j\omega D_\sigma$ ist symmetrisch, denn $j\omega D_\sigma$ hat Diagonalgestalt und $\tilde{C}D_\mu^{-1}C$ ist wegen $C = \tilde{C}^T$ symmetrisch.

In nicht idealleitenden Materialien müssen die elektrische Verschiebung \vec{d} und der Strom \vec{i} die Gl. $\tilde{S}\left(\vec{d} - \frac{j}{\omega}\vec{i}\right) = 0$ erfüllen. Diese Eigenschaft (siehe auch Abschnitt B.3.1) kann genutzt werden, um die Kondition des Gleichungssystems B.67 zu verbessern.

Entsprechend Abschnitt B.3.1 ergibt sich ohne Berücksichtigung von Korrekturfaktoren

$$(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma)\tilde{S}^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma)\vec{e} = 0. \quad (\text{B.68})$$

Die Multiplikation mit einem Faktor ϕ und Addition mit der linken Seite von Gl. B.67 führt auf das lineare Gleichungssystem

$$(\tilde{C}D_\mu^{-1}C + j\omega D_\sigma + \phi(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma)\tilde{S}^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma))\vec{e} = -j\omega D_\sigma \vec{e}_E \quad (\text{B.69})$$

für die elektrische Spannung \vec{e} .

Um diese Gleichung in einem Computerprogramm zu realisieren, wird sie von rechts mit $D_S^{\frac{1}{2}}$ und μ_0 multipliziert. Führt man als neue unbekannte Größe $\vec{e} = D_S^{-\frac{1}{2}}\vec{e}$ ein, dann ergibt sich das lineare Gleichungssystem (mit symmetrischer Systemmatrix)

$$D_S^{\frac{1}{2}}(\tilde{C}D_\mu^{-1}C + j\omega D_\sigma + \phi(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma)\tilde{S}^T D_{\tilde{V}_{\varepsilon\mu}}^{-1} \tilde{S}(D_\varepsilon - \frac{j}{\omega}D_\sigma))D_S^{\frac{1}{2}}\mu_0\vec{e} = -j\omega\mu_0 D_S^{\frac{1}{2}}D_\sigma \vec{e}_E. \quad (\text{B.70})$$

B.3.3 Elektrostatik im Gitter (3D)

Elektrostatische Felder sind wirbelfrei (siehe Gl. A.9). Auch die Lösung der Finite-Differenzen-Gleichungen im dualen Gittersystem für den stationären Fall erfüllt die Gitter-Maxwell-Gleichung 2.2 unter Vernachlässigung der Zeitableitung, so dass gilt:

$$C\vec{e} = 0. \quad (\text{B.71})$$

Der Vektor \vec{e} ist dabei entsprechend Gl. B.6 definiert.

Vereinbart man Potentialwerte $(\varphi_n; n = 1, \dots, N;)$ in den Knoten des Gitters G (siehe Gl. 2.8), dann kann das elektrostatische Feld entsprechend Gl. A.10 aus einer Gitter-Gradientengleichung für das elektrostatische Potential

$$\vec{e} = -\tilde{S}^T \vec{\varphi} \quad (\text{B.72})$$

berechnet werden. Dabei sind im Vektor $\vec{\varphi}$ alle Potentialwerte φ_n entsprechend

$$\vec{\varphi} = (\varphi_1, \dots, \varphi_N) \quad (\text{B.73})$$

zusammengefasst.

Setzt man Gl. B.72 und Gl. 2.6 in Gl. 2.3 ein, so erhält man die Gitter-Potentialgleichung

$$-\tilde{S}D_\varepsilon\tilde{S}^T\vec{\varphi} = 0, \quad (\text{B.74})$$

die Gl. A.11 entspricht.

B.3.4 Stationäres Strömungsfeld im Gitter (3D)

Im stationären Fall ($\partial/\partial t = 0$) gilt: Da das Matrizenprodukt $\tilde{S}\tilde{C}$ im dualen Gitter \tilde{G} identisch Null ist, folgt aus Gleichung 2.1

$$\tilde{S}\vec{i} = 0. \quad (\text{B.75})$$

Dieses ist die Gitter-Kontinuitätsgleichung für den elektrischen Strom \vec{i} . Sie entspricht Gl. A.12.

Gl. B.75 führt mit Gl. B.72 und Gl. 2.7 auf die Gitterpotentialgleichung

$$-\tilde{S}D_\sigma\tilde{S}^T\vec{\varphi} = 0. \quad (\text{B.76})$$

Diese Gleichung hat die gleiche Gestalt wie Gl. B.74. Die Diagonalmatrizen D_ε und D_σ sind duale Größen. Mit Gl. B.74 lässt sich also das elektrostatische Potential im Dielektrikum und mit Gl. B.76 das Potential in elektrischen Leitern berechnen.

Anhang C

Formelzeichen, Formeln, Abkürzungsverzeichnis

C.1 Liste der wichtigsten Formelzeichen

$A_{u,n}$	- Elementarfläche $A_{u,n} = \Delta v_n \cdot \Delta w_n$ in $G - \tilde{G}$
\vec{B}	- magnetische Flussdichte
$B_{u,n}$	- Komponente der magnetischen Flussdichte in $G - \tilde{G}$
\vec{b}	- magnetischer Fluss in $G - \tilde{G}$
$b_{u,n}$	- Komponente des magnetischen Flusses in $G - \tilde{G}$
cf	- Flächenkorrekturfaktor
cl	- Linienkorrekturfaktor
C	- Topologie des rot -Operators in G
\tilde{C}	- Topologie des rot -Operators in \tilde{G}
\vec{D}	- elektrische Flussdichte
$D_{u,n}$	- Komponente der elektrischen Flussdichte in $G - \tilde{G}$
\vec{d}	- elektrischer Fluss in $G - \tilde{G}$
$d_{u,n}$	- Komponente des elektrischen Flusses in $G - \tilde{G}$
\vec{E}	- elektrische Feldstärke
E_n	- Normalkomponente der elektrischen Feldstärke

E_t	-	Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke
$E_{u,n}$	-	Komponente der elektrischen Feldstärke in $G - \tilde{G}$
\vec{e}	-	elektrische Spannung in G in $G - \tilde{G}$
$e_{u,n}$	-	Komponente der elektrischen Spannung in $G - \tilde{G}$
f	-	Frequenz
\vec{H}	-	magnetische Feldstärke
$H_{u,n}$	-	Komponente der magnetischen Feldstärke in $G - \tilde{G}$
\vec{h}	-	magnetische Spannung in $G - \tilde{G}$
$h_{u,n}$	-	Komponente der magnetischen Spannung in $G - \tilde{G}$
\vec{i}	-	elektrischer Strom in $G - \tilde{G}$
$i_{u,n}$	-	Komponente des elektrischen Stromes in $G - \tilde{G}$
Im	-	Imaginärteil
\vec{J}	-	elektrische Stromdichte
\vec{J}_E	-	eingeprägte elektrische Stromdichte
$J_{u,n}$	-	Komponente der elektrischen Stromdichte in $G - \tilde{G}$
j	-	$j = \sqrt{-1}$
G	-	Gitter
\tilde{G}	-	duales Gitter
$G - \tilde{G}$	-	duales Gittersystem
k_z	-	komplexe Ausbreitungskonstante $k_z = \beta - j\alpha$
k_0	-	Kreiswellenzahl im Vakuum $k_0 = 2\pi\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$
Re	-	Realteil
S	-	Topologie des div -Operators in G
\tilde{S}	-	Topologie des div -Operators in \tilde{G}
u, v, w	-	$u = x, y, z, v = y, z, x, w = z, x, y$
V	-	beliebiges Volumen
V_n	-	Elementarvolumen $V_n = \Delta x_n \Delta y_n \Delta z_n$ in $G - \tilde{G}$
v	-	siehe u
w	-	siehe u
Z_W	-	komplexer Leitungs-Wellenwiderstand

α	- Dämpfungskonstante
β	- Phasenkonstante
δ	- Skin-Effekt-Eindringtiefe $\delta = \sqrt{2/\mu_0\sigma\omega}$
ε	- komplexe Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$
ε_0	- Dielektrizitätskonstante des Vakuums
ε_r	- komplexe relative Dielektrizitätskonstante (nur dielektrische Verluste)
$\varepsilon_{r,eff}$	- effektive relative Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_{r,eff} = (\beta/\beta_0)^2$
$\varepsilon_{u,n}$	- komplexe Dielektrizitätskonstante in $G - \tilde{G}$
λ	- Wellenlänge
μ	- Permeabilitätszahl $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
μ_r	- relative Permeabilitätskonstante
μ_0	- Permeabilitätskonstante des Vakuums
$\mu_{u,n}$	- Permeabilitätszahl in $G - \tilde{G}$
σ	- elektrische Leitfähigkeit
$\sigma_{u,n}$	- elektrische Leitfähigkeit in $G - \tilde{G}$
Φ	- elektrostatisches Potential
φ	- elektrostatisches Potential in $G - \tilde{G}$
ω	- Kreisfrequenz

C.2 Liste der wichtigsten Formeln

$$\begin{aligned}
 b_{u,n} &= B_{u,n} \cdot (A_{u,n} + A_{u,n-M_v} + A_{u,n-M_w} + A_{u,n-M_v-M_w})/4 \\
 b'_{u,n} &= b_{u,n} \cdot cfm_{u,n} \\
 (D_\varepsilon)_{u,n} &= (\varepsilon_{u,n}A_{u,n} + \varepsilon_{u,n-M_v}A_{u,n-M_v} + \varepsilon_{u,n-M_w}A_{u,n-M_w} + \\
 &\quad \varepsilon_{u,n-M_v-M_w}A_{u,n-M_v-M_w})/(4\Delta u_n) \\
 (D_{\varepsilon_r})_{u,n} &= (D_\varepsilon)_{u,n}/\varepsilon_0 \\
 (D'_\varepsilon)_{u,n} &= (D_\varepsilon)_{u,n} \cdot cfe_{u,n}/cle_{u,n} \\
 (D'_{\varepsilon_r})_{u,n} &= (D'_\varepsilon)_{u,n}/\varepsilon_0 \\
 (D_\mu)_{u,n} &= A_{u,n} / \left(\frac{\Delta u_{n-M_u}}{2\mu_{u,n-M_u}} + \frac{\Delta u_n}{2\mu_{u,n}} \right) \\
 (D_{\mu_r})_{u,n} &= (D_\mu)_{u,n}/\mu_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(D'_\mu)_{u,n} &= (D_\mu)_{u,n} \cdot cfm_{u,n}/clm_{u,n} \\
(D'_{\mu_r})_{u,n} &= (D'_\mu)_{u,n}/\mu_0 \\
(D_\sigma)_{u,n} &= (\sigma_{u,n}A_{u,n} + \sigma_{u,n-M_v}A_{u,n-M_v} + \sigma_{u,n-M_w}A_{u,n-M_w} + \\
&\quad \sigma_{u,n-M_v-M_w}A_{u,n-M_v-M_w})/(4\Delta u_n) \\
(D'_\sigma)_{u,n} &= (D_\sigma)_{u,n} \cdot cfe_{u,n}/cle_{u,n} \\
(D_{\tilde{V}_{\varepsilon\varepsilon\mu}})_n &= (V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n} + V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_x} + V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_y} + V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_z} + \\
&\quad V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_x-M_y} + V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_x-M_z} + V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_y-M_z} + \\
&\quad V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n-M_x-M_y-M_z})/8 \\
d_{u,n} &= D_{u,n} \cdot A_{u,n} \\
d'_{u,n} &= d_{u,n} \cdot cfe_{u,n} \\
e_{u,n} &= E_{u,n} \cdot \Delta u_n \\
e'_{u,n} &= e_{u,n} \cdot cle_{u,n} \\
h_{u,n} &= B_{u,n} \cdot (D_\mu)_{u,n}^{-1} \\
h'_{u,n} &= h_{u,n} \cdot clm_{u,n} \\
i_{u,n} &= J_{u,n} \cdot A_{u,n} \\
i'_{u,n} &= i_{u,n} \cdot cfe_{u,n} \\
V_{\varepsilon\varepsilon\mu,n} &= V_n \cdot \bar{\varepsilon}_n^2 \cdot \bar{\mu}_n
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\varepsilon}_n &= ((\varepsilon_{x,n} - \frac{j}{\omega}\sigma_{x,n}) + (\varepsilon_{y,n} - \frac{j}{\omega}\sigma_{y,n}) + (\varepsilon_{z,n} - \frac{j}{\omega}\sigma_{z,n}))/3 \\
\bar{\mu}_n &= (\mu_{x,n} + \mu_{y,n} + \mu_{z,n})/3
\end{aligned}$$

C.3 Abkürzungsverzeichnis

Au	- Gold (lat. Aurum)
CPW	- Koplanarleitung, Koplanarleitungswelle - engl.: Coplanar Waveguide, Coplanar Waveguide Mode
CPS	- Schlitzleitungswelle - engl.: Coplanar Waveguide
FD	- Finite Differenzen - engl.: Finite Differences

- FDFD - Frequenzbereichsmethode der Finiten Differenzen
- engl.: Finite-Differences Frequency-Domain
- FDTD - Zeitbereichsmethode der Finiten Differenzen
- engl.: Finite-Differences Time-Domain
- GaAs - Gallium-Arsenid (III-V-Verbindungshalbleiter)
- HMFD - Hybridmethode der Finiten Differenzen
- engl.: Hybrid-Method Finite Differences
- InP - Indium-Phosphid (III-V-Verbindungshalbleiter)
- MMIC - Monolithic Microwave Integrated Circuit
- OR-E - Orthogonalreihenansatz
- engl.: Mode Matching
- TE - Transversal-Elektrisch
- TM - Transversal-Magnetisch
- TEM - Transversal-Elektro-Magnetisch

Literaturverzeichnis

- [1] GUDMUNDSON, M.: WCDMA – The third generation radio access. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 1, 1999, S. 7–11
- [2] OLIPHANT, M. W.: The mobile phone meets the Internet. In: *IEEE Spectrum* (1999), August, S. 20–28
- [3] MIKKONEN, P.: Modern 60 GHz radio link. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 3, 1999, S. 83–86
- [4] MCCLELLAND, S.: The international broadband wireless jigsaw. In: *Microwave Journal* 43 (2000), September, S. 74–93
- [5] MILLER, B.: Satellites free the Mobile Phone. In: *IEEE Spectrum* (1998), März, S. 26–35
- [6] EVANS, J. V.: Satellite systems for personal communications. In: *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 39 (1997), Juni, Nr. 3, S. 17–20
- [7] KERSENBRÖCK, T. v. ; MUSCH, T. ; SCHIEK, B. ; HEIDE, P.: Novel 77 GHz low-cost automotive radar module with Fractional-PLL frequency linearizer. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 2, 1999, S. 5–8
- [8] FREDRICK, J. D. ; QIAN, Y. ; ITOH, T.: A novel single card FMCW radar transceiver with on board monopulse processing. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 2, 1999, S. 1–4

- [9] MARUHASHI, K. [u. a.]: Miniature front-end MMIC's for 76-GHz-band automotive radar applications. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 2, 1999, S. 9–12
- [10] STEENSTRA, H. T. ; MULLER, F. L. ; SWART, P. J. F.: Multistatic FMCW radar for collision avoidance applications, optimization of the antenna configuration and improvement of the data processing. In: *29th European Microwave Conference Proceedings* Bd. 2, 1999, S. 13–16
- [11] MINK, J. W. ; SCHWERING, F. K.: *Special Issue on Numerical Methods*. Bd. 33. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics, Oktober 1985
- [12] EL-GHAZALY, S. M. ; SORRENTINO, R. ; STEER, M. B.: *Special Issue on Global Modeling of Millimeter-Wave Circuits and Devices*. Bd. 47. IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics, Juni 1999
- [13] NOSICH, A. I.: The method of analytical regularization in wave-scattering and eigenvalue problems: Foundations and review of solutions. In: *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 41 (1999), Nr. 3, S. 34–49
- [14] ITOH, T.: *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. New York : John Wiley and Sons, 1989
- [15] WEILAND, T. [u. a.]: Maxwell's Grid Equations. In: *FREQUENZ* 44 (1990), Nr. 1, S. 9–16
- [16] TAFLOVE, A.: *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. 2. London : Artech House, 1995
- [17] HARRINGTON, R. F.: *Field Computation by Moment Methods*. Florida : Krieger Publishing Company, 1968
- [18] BEILENHOF, K. ; HEINRICH, W. ; HARTNAGEL, H. L.: Improved Finite-Difference formulation in frequency domain for three-dimensional scattering problems. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 40 (1992), S. 540–546

- [19] HEINRICH, W.: *Beiträge zur Simulation monolithisch integrierter Höchstfrequenzschaltun*, TH Darmstadt, Habilitation, 1993
- [20] MUR, G.: The modeling of singularities in the Finite-Difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 29 (1981), Oktober, S. 1073–1077
- [21] MEI, K. K. ; CANGELLARIS, A. C.: Applications of field singularities at wedges and corners to time domain finite difference or finite element methods of field computations. In: *Radio Science* 22 (1987), Dezember, S. 1239–1246
- [22] RAILTON, C. J. ; MCGEEHAN, J. P.: Analysis of microstrip discontinuities using the finite difference time domain technique. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest*, 1989, S. 1009–1012
- [23] SHORTHOUSE, D. B. ; RAILTON, C. J.: Incorporation of static singularities in the finite-difference domain technique with application to microstrip structures. In: *European Microwave Conference Proceedings*, 1990, S. 531–536
- [24] SHORTHOUSE, D. B. ; RAILTON, C. J.: The incorporation of field singularities in the finite-difference approximation. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 40 (1992), Mai, Nr. 5, S. 986–994
- [25] BEILENHOFF, K. ; HEINRICH, W.: Treatment of field singularities in the Finite-Difference approximation. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest* Bd. 2, 1993, S. 979–982
- [26] CRADDOCK, I. J. ; RAILTON, C. J.: A new technique for the stable incorporation of static field solutions in the FDTD method for the analysis of thin wires and narrow strips. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 46 (1998), August, S. 1091–1096
- [27] HUYNH, N.-H. ; HEINRICH, W.: FDTD accuracy improvement by incorporation of 3D edge singularities. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest* Bd. 4, 1999, S. 1573–1576

- [28] HUYNH, N.-H. ; HEINRICH, W.: Efficient Finite-Difference description of 3D edge singularities for coplanar MMICs including metalization thickness. In: *29th European Microwave Conference Proceedings 2* (1999), S. 419–422
- [29] RAILTON, C. J.: The inclusion of fringing capacitance and inductance in the FDTD for the robust accurate treatment of material discontinuities. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* (2000), Dezember, S. 2283–2288
- [30] LINDENMEIER, S. ; RUSSEK, P. ; HEINRICH, W.: Hybrid dynamic-static finite-difference approach for MMIC design. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest*, 1996, S. 197–200
- [31] LINDENMEIER, S.: *Finite Differenzen-Methoden zur Modellierung planarer Hochfrequenzschaltungen*, TU München, Dissertation, 1996
- [32] LINDENMEIER, S. ; RUSSEK, P. ; HEINRICH, W.: Applications of the hybrid dynamic-static finite difference approach on 3D-MMIC structures. In: *13th annual review of progress in applied computational electromagnetics*. Monterey, USA, 1997, S. 1182–1189
- [33] LINDENMEIER, S. ; HEINRICH, W.: Design of planar circuit structures with an efficient magneto-static field solver. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest*, 1997, S. 1807–1810
- [34] LAUER, A. ; WOLFF, I.: A conducting sheet model for efficient wide band FDTD analysis of planar waveguides and circuits. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest 4* (1999), S. 1589–1592
- [35] THIEL, W.: A surface impedance approach for modeling transmission line losses in FDTD. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 10 (2000), März, S. 89–91
- [36] COPERICH, K. M. ; RUEHLI, A. E. ; CANGELLARIS, A.: Enhanced skin effect for partial-element equivalent-circuit (PEEC) models. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 48 (2000), September, S. 1435–1442

- [37] WEILAND, T.: Eine Methode zur Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für sechskomponentige Felder auf diskreter Basis. In: *Archiv für Elektronik und Übertragung (AEÜ)* 31 (1977), Nr. 3, S. 116–120
- [38] WEILAND, T.: On the numerical solution of Maxwell's equations and applications in the field of accelerator physics. In: *Particle Accelerators* 15 (1984), S. 245–292
- [39] WEILAND, T.: On the unique numerical solution of Maxwellian eigenvalue problems in three dimensions. In: *Particle Accelerators* 17 (1985), S. 227–242
- [40] PODĚBRAD, O.: *Finite Integration der Maxwell'schen Gleichungen auf lokal verfeinerten orthogonalen Gittern*, TU Darmstadt, Dissertation, 2001
- [41] YEE, K. S.: Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 14 (1966), Mai, S. 302–307
- [42] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. 23. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1987
- [43] BLADEL, J. v.: *Singular Electromagnetic Fields and Sources*. Oxford : Clarendon Press, 1991
- [44] MEIXNER, J.: The behaviour of electromagnetic fields at edges / New York University. 1954 (EM-72). – Research Report
- [45] GEISEL, J. ; MUTH, K.-H. ; HEINRICH, W.: The behavior of the electromagnetic field at edges of media with finite conductivity. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 40 (1992), Januar, S. 158–161
- [46] MEINKE, H. ; GUNDLACH, F. W.: *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Bd. 1. 5. Berlin : Springer-Verlag, 1992
- [47] HEINRICH, W.: Full-wave analysis of conductor losses on MMIC transmission lines. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 38 (1990), Oktober, S. 1468–1472

- [48] COLLIN, R. E.: *Field Theory of Guided Waves*. 2. Piscataway : IEEE Press, 1991
- [49] BEILENHOFF, K.: *Simulation und Modellierung von Leitungsdiskontinuitäten und -Verzweigungen für monolithisch integrierte Millimeterwellenschaltungen*, TH Darmstadt, Dissertation, 1995
- [50] MAKAROV, G.I. ; OSIPOV, A.V.: Structure of Meixner's series. In: *Radiophysics and Quantum Electronics* 29 (1986), S. 544–549
- [51] TAKAGI, E. ; HOUSHMAND, B. ; ITOH, T.: Practical metal loss implementation for microstrip line structure using SIBC in FDTD simulation. In: *IEEE International Microwave Symposium Digest* 3 (1997), S. 1531–1534
- [52] BLUME, S.: *Theorie elektromagnetischer Felder*. 2. Heidelberg : Hüthig Buch Verlag, 1988
- [53] CHRIST, A.: *Streumatrixberechnung mit dreidimensionalen Finite-Differenzen für Mikrowellen-Chip-Verbindungen und deren CAD-Modelle*, TH Darmstadt, Dissertation, 1988
- [54] UNGER, H.-G.: *Elektromagnetische Wellen auf Leitungen*. 3. Heidelberg : Hüthig Buch Verlag, 1991
- [55] PEHL, E.: *Mikrowellentechnik*. Bd. 1. 2. Heidelberg : Hüthig Verlag, 1987
- [56] BEILENHOFF, K. ; KLINGBEIL, H. ; HEINRICH, W. ; HARTNAGEL, H. L.: Open and short circuits in coplanar MMIC's. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technics* 41 (1993), September, S. 1534–1536
- [57] MROZOWSKI, M.: *Guided Electromagnetic Waves*. New York : John Wiley & Sons Inc., 1997
- [58] SOMMERFELD, A.: *Vorlesungen über theoretische Physik : Elektrodynamik*. Bd. 3. 4. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1988
- [59] UNGER, H.-G.: *Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik*. Bd. 1. 2. Heidelberg : Hüthig Buch Verlag, 1988

- [60] MEIXNER, J.: The behaviour of electromagnetic fields at edges. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 20 (1972), Juli, S. 442–446
- [61] HOFFMANN, R. K.: *Integrierte Mikrowellenschaltungen*. Berlin : Springer-Verlag, 1983

Liste der eigenen Veröffentlichungen

1. Busse, G. ; Hoffmeister, M. ; Kunze, M. ; Jacob, A. F.: Properties of chiral filled circular cylindrical resonators. In: *Proceedings of Chiral'95*, 1995, State-College, PA, S. 135-138
2. Kunze, M. ; Himdi, M. ; Daniel, J.P.: Transition verticale large bande en utilisant des lignes microruban couplées par fente. In: *10ièmes JNM Actes de la conférence*, 1997, St. Malo, France, S. 316-317
3. Kunze, M. ; Heinrich, W.: Efficient FD formulation for lossy waveguide analysis based on quasi-static-field characteristics. In: *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 9 (1999), S. 499-501
4. Kunze, M. ; Heinrich, W.: Modified FD formulation for conductor-loss calculation in MMIC coplanar waveguides. In: *European Microwave Conference Proceedings*, Bd. 2, 1999, S. 423-426
5. Kunze, M. ; Heinrich, W.: Efficient analytical description of metal loss in finite-difference waveguide analysis. In: *European Microwave Conference Proceedings*, Bd. 1, 2000, S. 71-74
6. Kunze, M. ; Heinrich, W.: Analytical description of metal loss in finite-difference transmission-line analysis. In: *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.* 50 (2002), S. 1275-1279
7. Kunze, M. ; Heinrich, W.: 3D hybrid finite-difference method for lossy structures based on quasi-static field solutions. In: *IEEE International Microwave Symposium*

Digest, 2002, S. 1881-1884

8. Kunze, M. ; Heinrich, W.: Hybrid dynamic-quasi-static finite-difference analysis of MMIC components with non-ideal conductivity. In: *AEÜ International Journal of Electronics and Communications* 57 (2003), S. 137-146

Lebenslauf

Zur Person

Name: Marco Kunze
Geburtsdatum: 28.05.1969
Geburtsort: Bremen, Deutschland.
Familienstand: verheiratet mit Xiangshan Tian-Kunze,
einen Sohn Adrian Fei.

Kurzbiographie

seit 01.08.97 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Ferdinand-Braun-Institut
für Höchsthfrequenztechnik (FBH) in Berlin, Deutschland.
11.1995 - 07.1997 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität von Rennes
1, Laboratoire Antennes & Réseaux (LAR), Frankreich.
10.1989 - 10.1995 Studium der Elektrotechnik mit dem Studienschwerpunkt
Hochfrequenztechnik an der TU-Braunschweig, Deutschland.
31.05.89 Abitur in Bremen, Deutschland.