

# **Verbesserung der Effizienz der FDTD-Methode für die Analyse von koplanaren MMICs**

Ngoc-Hoa Huynh

# **Verbesserung der Effizienz der FDTD-Methode für die Analyse von koplanaren MMICs**

vorgelegt von  
Diplom-Ingenieur  
Ngoc-Hoa Huynh

vom Fachbereich 12 – Elektrotechnik der Technischen Universität Berlin zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften  
- Dr. Ing. –  
genehmigte Dissertation

Promotionsausschuß:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Mönich

Berichter: Prof. Dr.-Ing. Georg Böck

Berichter: Dr.-Ing. Wolfgang Heinrich

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 29. Mai 2000

Berlin 2000

D83

## **Danksagung**

Herrn Prof. Böck möchte ich herzlich dafür danken, daß er mir die Möglichkeit zur Promotion gegeben hat. Seine Anregungen haben die Arbeit verbessert.

Herrn Dr. Heinrich danke ich sehr für seine hervorragende Betreuung, sowohl fachlich als auch persönlich. Er hat stets Zeit für die zahlreichen Fachdiskussionen genommen und mir viel Freiraum bei der Arbeitsgestaltung gegeben. Mit seinem umfassenden Wissen und Engagement hat er maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Bei allen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen des Ferdinand-Braun-Instituts Berlin bedanke ich mich für ihre Unterstützung und Ratschläge. Mein Dank gilt insbesondere Andrea Jentsch, Thorsten Tischler und Matthias Rudolph, die durch Korrekturlesen viele Fehler beseitigt haben. Die Zeit am FBH war für mich sehr interessant und lehrreich. Die angenehme und konstruktive Arbeitsatmosphäre hat einen nicht unerheblichen Anteil am Erfolg der Arbeit beigetragen. Dafür danke ich allen recht herzlich.

## **Widmung**

Diese Arbeit widme ich in Liebe meinem Vater, der mit seiner Erziehung den Grundstein für meine Ausbildung gelegt hat, meiner Frau Tam, die mich stets aufopferungsvoll unterstützt hat und unserer Tochter Thanh-Van.

## Abstract (deutsch)

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Effizienzsteigerung der Finite-Differenzen-Methode im Zeitbereich (FDTD-Methode) im Hinblick auf die Analyse von passiven koplanaren Strukturen. Die FDTD-Methode ist ein numerisches Verfahren zur Berechnung elektromagnetischer Felder. Der numerische Aufwand bei der Simulation von koplanaren Monolithic Microwave Integrated Circuits (MMICs) mit der konventionellen Finite-Differenzen-Methode ist relativ hoch. Zur Verbesserung dieser Situation werden verschiedene Lösungsansätze vorgestellt:

- eine veränderte Darstellung der Feldgrößen im FDTD-Algorithmus, die Rechenzeit einspart
- die Behandlung von offenen Strukturen mittels der PML-Randbedingung (PML: Perfectly Matched Layer)
- die Berücksichtigung der Feldsingularitäten an metallischen Ecken und Kanten,

wobei der letzte Punkt den Schwerpunkt der Arbeit bildet.

Die Verwendung der PML-Randbedingung steigert die Genauigkeit des Verfahrens im Falle von offenen Randbedingungen, wie sie z.B. bei der Simulation von Abstrahlungseffekten auf Leitungen benötigt werden. Auf diese Weise wurde das Ausbreitungsverhalten der Kopplanarleitung (CPW) mit endlicher Masseleiterbreite im Frequenzbereich bis 1000 GHz berechnet.

Koplanare MMICs enthalten oft eine große Anzahl von metallischen Kanten und Ecken, an denen bei Annahme idealer Leiter Feldsingularitäten auftreten. Diese Stellen erhöhen den numerischen Aufwand, da sie eine feine Diskretisierung erfordern. Die Einbindung des Feldverhaltens der Singularitäten in das FDTD-Verfahren ermöglicht eine wesentlich effizientere Diskretisierung, so daß der numerische Aufwand drastisch reduziert wird. Die Ergebnisse zeigen, daß bei gleicher Genauigkeit die Rechenzeit um den Faktor 30 und der Speicherbedarf um den Faktor 5 reduziert werden kann. Der neue Ansatz läßt sich sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich anwenden.

## Abstract (englisch)

This work shows how one can increase the efficiency of the FDTD method (Finite Difference in Time Domain) for the analysis of passive coplanar structures. The FDTD method is a numerical approach for calculating electromagnetic fields. The numerical effort in the computation of coplanar monolithic microwave integrated circuits (MMICs) by means of the finite difference method is relatively high. In order to improve this situation, different approaches are presented:

- new formulation of the FDTD algorithm which saves CPU time
- PML boundary condition (Perfectly Matched Layer) for simulation of open structures
- incorporation of field singularities at metallic edges and corners which forms the main part of this work

The use of PML boundary condition increases the accuracy of the FDTD method when open structures are simulated. This fact enables us to investigate radiating effects of coplanar wave guide (CPW) with finite ground width up to 1000 GHz.

Coplanar MMICs include often a large number of metallic edges and corners, which increase the numerical effort because of the fine discretization. Incorporating the field behaviour at such locations leads to a more efficient discretization so that the numerical effort is significantly reduced. The results show that at the same accuracy the CPU time can be reduced by factor 30 and the memory by factor 5. The new approach can be applied both in time and frequency domain.

# Inhaltsangabe

1	Motivation und Überblick der Arbeit .....	7
2	Die FDTD-Methode .....	11
2.1	Überblick numerischer Methoden zur dreidimensionalen elektromagnetischen Simulation	11
2.2	Prinzip des FDTD-Verfahrens.....	12
2.3	Berechnung der S-Parameter.....	13
2.4	Effiziente Implementierung des FDTD-Algorithmus .....	15
2.4.1	Diskretisierung der Maxwellschen Gleichungen .....	15
2.4.2	Formulierung des FDTD-Algorithmus durch neue Rechengrößen EL, HL und Koeffizienten.....	16
3	Absorbierende Randbedingungen: PML für FDTD .....	20
3.1	Der PML-Ansatz .....	20
3.1.1	Die zweidimensionale TE-Welle im PML-Medium.....	20
3.1.2	Die dreidimensionale PML-Formulierung.....	24
3.1.3	Implementierung der PML-Formulierung in das FDTD-Verfahren.....	27
4	Ausbreitungsverhalten der koplanaren Leitung im Terahertzbereich .....	30
4.1	Ausbreitungsfähige Moden im Frequenzbereich bis 1 THz.....	31
4.1.1	Grundmoden.....	31
4.1.2	Oberflächenwellen .....	31
4.1.3	Höhere PPL-Moden bzw. Quasi-Hohlleitermoden.....	32
4.2	Untersuchte Struktur und Methode der Analyse .....	34
4.3	Simulationsergebnisse .....	36
5	Einbindung von Feldsingularitäten in das Finite-Differenzen-Verfahren.....	47
5.1	Die Methodik zur Erfassung der Feldsingularität .....	48
5.2	Die 2D-Feldsingularität.....	50
5.2.1	Feldverhalten.....	50
5.2.2	Bestimmung der Korrekturfaktoren.....	51

5.3	Die 3D-Feldsingularität.....	53
5.3.1	Numerische Bestimmung der Singularitätsfaktoren mit FDTD .....	53
5.3.2	Bestimmung der Korrekturfaktoren.....	57
5.4	Simulationsergebnisse.....	63
5.4.1	Die längshomogene koplanare Leitung .....	63
5.4.1.1	Unendlich dünne Metallisierung ( $t=0$ ) .....	64
5.4.1.2	Endliche Metallisierungsdicke ( $t=3\mu\text{m}$ ) .....	65
5.4.2	3D-Teststrukturen .....	66
5.4.2.1	Unendlich dünne Metallisierung ( $t=0$ ) .....	66
5.4.2.2	Endliche Metallisierungsdicke ( $t=80\mu\text{m}$ ) .....	70
5.4.3	Reale 3D-Struktur: der CPW-Leerlauf .....	75
5.5	Konvergenzverhalten.....	79
6	Zusammenfassung und Ausblick.....	83
7	Anhang.....	85
7.1	Effiziente Implementierung des FDTD-Algorithmus .....	85
7.2	Die PML-Gleichungen .....	92
7.3	Herleitung für Oberflächenwellen.....	95
7.4	Programmaufbau .....	97
8	Literatur .....	99

# 1 Motivation und Überblick der Arbeit

Die kommerzielle Nutzung des Frequenzbereichs zwischen 1 und 100 GHz hat in den letzten Jahren stark zugenommen. Wachstumstreiber ist nach wie vor die Mobilkommunikation, aber auch Kurzstreckenrichtfunk, Satellitenkommunikation und Sensorik (z.B. Abstandswarnradar für Kfz) zeigen wachsende Marktanteile. Die monolithische Integration der Mikrowellenschaltkreise spielt für diese Anwendungen eine wichtige Rolle. Sie erlaubt eine hohe Packungsdichte und ermöglicht eine kostengünstige Massenproduktion. Die fortschreitende Miniaturisierung sowie immer höhere Betriebsfrequenzen erhöhen jedoch andererseits die Komplexität der Hochfrequenzschaltungen. Probleme wie parasitäre Kopplungen und gegenseitige elektromagnetische Beeinflussung zwischen den einzelnen Baugruppen spielen daher eine größere Rolle beim Schaltungsentwurf. Die Genauigkeit der verwendeten Modelle muß ständig verbessert werden, um bei höheren Frequenzen, vor allem im Millimeterwellenbereich (30 - 300 GHz), den Anforderungen zu genügen. Eine genaue Kenntnis der Hochfrequenzeigenschaften der eingesetzten Schaltungskomponenten sowie ihrer Umgebung ist daher zwingend erforderlich. Durch umfassende feldtheoretische Simulation können diese Kenntnisse gewonnen werden, die Effizienz der eingesetzten Methoden bleibt aber noch immer weit hinter dem Bedarf zurück.

Eine weit verbreitete numerische Methode zur Berechnung elektromagnetischer Felder ist die Finite-Differenzen-Methode [1]. Sie ist flexibel in bezug auf die Geometrie und wird sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich angewendet (FDTD = Finite Difference in Time Domain, FDFD = Finite Difference in Frequency Domain) [2], [3], [4], [5], [6]. Das Verfahren ermöglicht eine genaue Modellierung von passiven Schaltungskomponenten, die beim Mikrowellenschaltungsentwurf eingesetzt werden. Packaging-Probleme lassen sich durch Simulation rechtzeitig erkennen und beseitigen. Die Entwicklungszeiten können erheblich verkürzt werden, da Nachbessern durch Redesigns entfällt bzw. auf ein Mindestmaß reduziert wird.

Bei der Berechnung von koplanaren MMICs (Monolithic Microwave Integrated Circuits) weist das gängige FD-Verfahren (Finite-Differenzen) jedoch noch eine zu geringe Effizienz auf, d.h. der numerische Aufwand ist für praktische Anwendungen höher als wünschenswert. Zur Verbesserung dieser Situation werden in der vorliegenden Arbeit verschiedene Modifikationen eingeführt und untersucht, die im folgenden erläutert werden:

- eine veränderte Darstellung der Feldgrößen im FDTD-Algorithmus, die Rechenzeit einspart.
- die Behandlung von offenen Strukturen mittels der PML-Randbedingung (Perfectly Matched Layer)
- die Berücksichtigung der Feldsingularitäten an metallischen Ecken und Kanten.

Der letztgenannte Punkt hängt mit der räumlichen Auflösung zusammen. Da sich das elektromagnetische Feld an den metallischen Kanten und Ecken konzentriert, muß man dort feiner diskretisieren, um die erforderliche Genauigkeit zu erzielen. Diese kritischen Stellen werden als Feldsingularitäten

(Bild 1.1) bezeichnet, da hier bestimmte Komponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes theoretisch<sup>(1)</sup> unendlich groß werden.

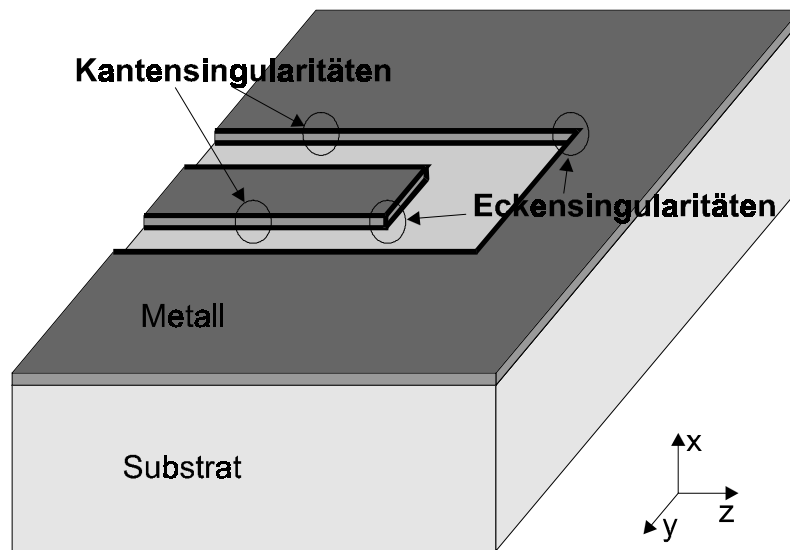


Bild 1.1: Feldsingularitäten in koplanaren MMICs

Das Problem besteht darin, daß die Gitterverfeinerung für die konventionelle FD-Diskretisierung nicht nur lokal an den Singularitäten erscheint, sondern sich über die gesamte Anordnung erstreckt (Bild 1.2). Es wird also unnötig in Gebieten fein diskretisiert, in denen es nicht erforderlich ist. Die Folge ist eine Erhöhung des Speicherbedarfs und damit verbunden der Rechenzeit. Unter Umständen kommt es so gar zur Verschlechterung der Simulationsergebnisse, und zwar dann, wenn der Fehler aufgrund der Gitterdiskontinuität außerhalb des Singularitätsbereichs größer als der Diskretisierungsfehler ist, der durch den hohen Gradient der Feldsingularität verursacht wird.

---

<sup>(1)</sup> im Falle ideal spitzer Ecken bzw. Kanten

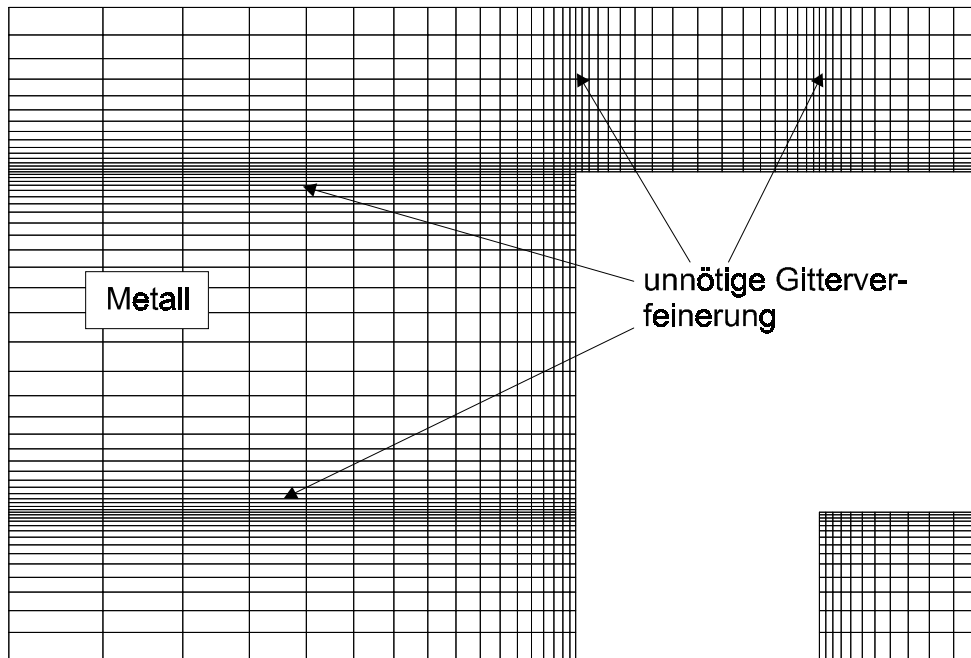


Bild 1.2: Konventionelle FD-Diskretisierung an metallischen Kanten und Ecken (Ausschnitt koplanarer Leerlauf in Draufsicht, Diskretisierung im Schlitzbereich nicht dargestellt)

Um dieses Problem zu lösen, kann man zwei Strategien in Betracht ziehen: Subgridding oder Einbindung von Feldsingularitäten. Beim ersten Ansatz wird das Volumen im Bereich der kritischen Stelle sukzessiv feiner diskretisiert [7], [8], [9]. Die hohe Gitterauflösung findet also nur an den Orten statt, wo sie notwendig ist. Beim anderen Verfahren wird die Kenntnis des Feldverhaltens an Singularitäten ausgenutzt und in den Algorithmus in Form von Korrekturfaktoren implementiert. Es findet also implizit eine Korrektur des Diskretisierungsfehlers statt. Dieser Ansatz ist insofern attraktiver als der erste, da der Speicherplatzbedarf trotz Verbesserung der Genauigkeit nicht erhöht wird. Bisherige Untersuchungen [10], [11], [12], [13] betreffen allerdings nur zweidimensionale Singularitäten, die auch als „Kanten“-Singularitäten bezeichnet werden. In diesen Fällen werden die transversalen Feldkomponenten (senkrecht zur Kante) singulär, nicht jedoch die longitudinalen. Diese Arbeit geht darüber hinaus, indem dreidimensionale Singularitäten, sogenannte „Ecken“-Singularitäten, eingehend analysiert werden. Die Eckensingularitäten bestehen aus unterschiedlichen metallischen Leiterecken, die durch Geometrie- und Materialparameter spezifiziert werden. Der Ansatz zur Einbindung von Feldsingularitäten kann für die FDTD- und die FDFD-Methode angewendet werden. Das singuläre Feldverhalten bleibt frequenzunabhängig, da die räumliche Änderung des Feldes in der Nähe der Singularität die zeitliche Änderung überwiegt.

Ein zweites Problem bei der Simulation stellen die Berandungen der Struktur dar. Mit Hilfe der FD-Gleichungen lassen sich die Felder an offenen Rändern nicht berechnen, da man dazu Felder außerhalb des Rechenvolumens einbeziehen müßte. Um offene Strukturen zu simulieren, werden deshalb sogenannte absorbierende Randbedingungen verwendet. Die Effizienz der Methode im Zeitbereich hängt unmittelbar von der Qualität solcher Randbedingungen ab. Noch bis vor einigen Jahren konnte das FDTD-Verfahren nur qualitativ beschränkt eingesetzt werden, da die verwendeten absorbie-

renden Randbedingungen [14], [15] nicht sehr effektiv waren. Erst durch die PML-absorbierende Randbedingung (Perfectly Matched Layer), die von Berenger im Jahre 1993 [16] veröffentlicht wurde, hat sich die Genauigkeit des Verfahrens enorm verbessert. Berengers ursprüngliche Version der Randbedingung berücksichtigt jedoch nicht Medien mit unterschiedlichen Dielektrika. Sie wird daher in der vorliegenden Arbeit erweitert, um Strukturen mit geschichtetem Dielektrikum berechnen zu können (siehe auch [17], [18]).

Zur Gliederung der Arbeit: das folgende Kapitel beschreibt in groben Zügen das verwendete FDTD-Verfahren. Eine effizientere Implementierung der Methode läßt sich durch Einführung von neuen Rechengrößen und Koeffizienten erzielen. Kapitel 3 widmet sich der Analyse der PML-absorbierenden Randbedingung. Der ursprüngliche Ansatz von Berenger wird erläutert und für die Berechnung von geschichteten Dielektrika erweitert. Als Anwendungsbeispiel dieser absorbierenden Randbedingung wird im anschließenden Kapitel das Ausbreitungs- und Abstrahlungsverhalten der offenen CPW-Leitung (Coplanar Wave Guide) im Terahertzbereich (100 - 1000 GHz) untersucht. Das 5. Kapitel behandelt die Einbindung von Feldsingularitäten in die FD-Methode. Zunächst wird das singuläre Feldverhalten von metallischen  $E_c$ -Wellen (3D) bestimmt. Daraus lassen sich Korrekturfaktoren gewinnen, die in den Algorithmus implementiert werden. Die Verifizierung des neuen Ansatzes erfolgt durch die Simulation verschiedener Leitungsstrukturen. Das letzte Kapitel faßt die erzielten Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf die zukünftige Entwicklung.

## 2 Die FDTD-Methode

### 2.1 Überblick numerischer Methoden zur dreidimensionalen elektromagnetischen Simulation

Die Bedeutung der numerischen Methoden zur Charakterisierung und Modellierung von passiven MMIC-Strukturen hat in den letzten Jahrzehnten stetig zugenommen. Der Grund dafür ist die zunehmende Komplexität der planaren Schaltungen in der Mikrowellen- und Millimeterwellentechnik. Die herkömmliche meßtechnische Charakterisierung ist oft kostenintensiv, da viele Teststrukturen hergestellt werden müssen. Im Millimeterwellenbereich stößt sie aufgrund der eingeschränkten Genauigkeit an ihre Grenzen. Numerische Methoden sind daher notwendig, um diese Lücken zu schließen. Die numerischen Verfahren müssen allerdings effizient bezüglich Genauigkeit, Rechenzeit, Flexibilität, Speicherbedarf sein. Weitverbreitete Methoden zur Berechnung beliebiger 3D-Strukturen sind Finite-Elemente- (FEM), Transmission-Line-Matrix-(TLM) und Finite-Differenzen-Methode.

Bei der Finite-Elemente-Methode (z.B. [19]-[22]) wird die Lösung durch Minimierung eines Funktionals gefunden. Das gesamte Rechengebiet wird bei diesem Verfahren in Elemente variabler Größen und Form diskretisiert, die im 3D-Fall üblicherweise Tetraeder sind. Die Approximation der unbekanntenen Funktion, die im allgemeinen das Skalar- oder Vektorpotential darstellt, innerhalb eines Elements erfolgt im einfachsten Fall durch einen linearen Ansatz. Ansätze höherer Ordnungen sind möglich. Die Form der Diskretisierung erlaubt einen sehr vielseitigen Ansatz in der Berechnung komplexer Geometrien.

Die TLM-Methode (z.B. [23], [24]) basiert auf dem Huygenschen Prinzip der Wellenausbreitung. Die räumliche Modellierung des elektromagnetischen Feldes erfolgt durch verteilte Netzwerke. Die elektrischen und magnetischen Felder werden in Spannungen und Ströme abgebildet. Die gesamte Struktur besteht aus vielen Netzwerken, sogenannten TLM-Knoten, die durch ihre eigenen Streumatrizen beschrieben werden. Zur Berechnung wird eine Anregungsfunktion beliebiger Form verwendet. Aus den primären Ergebnissen, die zeitabhängig sind, ergeben sich durch FFT (Fast Fourier Transform) frequenzabhängige sekundäre Größen.

Die Finite-Differenzen-Methode [1]-[6] basiert auf einer Differenzen- bzw. Integraldarstellung der Maxwell-Gleichungen. Die Berechnung der elektromagnetischen Felder erfolgt beim FDFD-Verfahren im Frequenzbereich, beim FDTD-Verfahren im Zeitbereich. Die gesamte Struktur wird dazu in Elementarquader unterteilt. Während die FDFD-Methode in einem bestimmten Frequenzpunkt die Ergebnisse liefert, ermöglicht die FDTD-Methode die Simulation in einem größeren Fre-

quenzbereich. Mittels FFT lassen sich die Ergebnisse vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformieren.

Jede der vorgestellten Methoden hat ihre Vor- und Nachteile in der Berechnung von dreidimensionalen Strukturen. Für die Analyse koplanarer passiver Schaltungskomponenten hat sich die Finite-Differenzen-Methode als sehr leistungsstark erwiesen. Sie ist flexibel in der Berechnung verschiedener Geometrien und berücksichtigt unterschiedliche Materialparameter. Ein entscheidender Vorteil der FD-Methode ist die direkte Umsetzung der Maxwell-Gleichungen.

## 2.2 Prinzip des FDTD-Verfahrens

In diesem Kapitel wird die FDTD-Methode im Hinblick auf die S-Parameter-Darstellung von Schaltungen beschrieben.

Das Finite-Differenzen-Verfahren wurde im Jahre 1966 von Yee vorgestellt [1]. Die elektromagnetischen Felder werden mit Hilfe der diskretisierten Maxwell-Gleichungen berechnet. Dazu wird die gesamte Struktur in Elementarquader unterteilt, auf denen die elektrischen und magnetischen Feldkomponenten in einem versetzten Gitter (Bild 2.1) zueinander stehen (sogenannte Yee-Zelle).

Im Folgenden wird von der Integraldarstellung der Maxwell'schen Gleichungen ausgegangen. Die beiden ersten Maxwell'schen Gleichungen lassen sich unter der Bedingung der Quellen- und Verlustfreiheit wie folgt beschreiben:

$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \iint \dot{\vec{D}} d\vec{F} \quad (2.1)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\iint \dot{\vec{B}} d\vec{F} \quad (2.2)$$

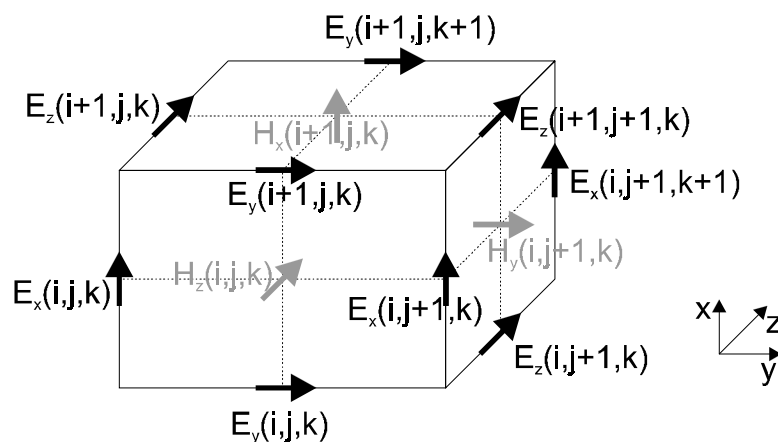


Bild 2.1: Anordnung der elektrischen und magnetischen Felder in der Elementarzelle (Yee-Zelle)

Die zugehörigen Materialgleichungen für ein homogenes und isotropes Medium lauten:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}\end{aligned}\quad (2.3)$$

Wenn man die Gleichungen (2.1) und (2.2) in Raum und Zeit diskretisiert, ergibt sich das Finite-Differenzen-Schema im Zeitbereich. Die Linienintegrale werden durch Multiplikation der Feldstärke mit der dazugehörigen Kantenlänge, die Flächenintegrale durch Multiplikation der Feldstärke mit der dazugehörigen Fläche ersetzt. Die zeitliche Ableitung wird durch den Differenzenquotienten approximiert.

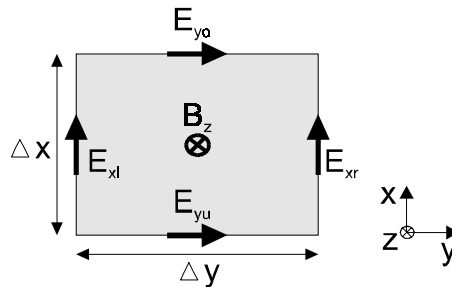


Bild 2.2: Diskretisierung der 2. Maxwell-Gleichung für die z-Komponente

Diskretisiert man z.B. die z-Komponente der 2. Maxwell-Gleichung (2.2), so ergibt sich:

$$E_{xl}^n \Delta x + E_{yo}^n \Delta y - E_{xr}^n \Delta x - E_{yu}^n \Delta y = - \frac{B_z^{n+1/2} - B_z^{n-1/2}}{\Delta t} \Delta x \Delta y \quad (2.4)$$

Die zugehörige Elementarzelle ist in Bild 2.2 dargestellt. Der obere Index n kennzeichnet den Zeitpunkt, zu dem die Feldstärke berechnet wird. Der Zeitschritt  $\Delta t$  ist durch das Courant-Kriterium nach oben begrenzt. Der größtmögliche Wert hängt von den kleinsten Kantenlängen und der höchsten Ausbreitungsgeschwindigkeit (normalerweise der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum) ab:

$$\Delta t_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x_{\min}^2} + \frac{1}{\Delta y_{\min}^2} + \frac{1}{\Delta z_{\min}^2}}} \cdot \frac{1}{c} \quad (2.5)$$

Zur Anregung der Struktur wird im betrachteten Fall am jeweiligen Tor die Feldverteilung einer Mode eingepreßt.

### 2.3 Berechnung der S-Parameter

Die S-Parameter dienen zur Charakterisierung der Hochfrequenzeigenschaften der Schaltungskomponenten. Die FDTD-Methode wurde zur Berechnung von planaren Strukturen erfolgreich angewendet (z.B. [25]-[27]).

Das FDTD-Verfahren berechnet die Felder im Zeitbereich. Um frequenzabhängige Größen zu erhalten, transformiert man mit Hilfe von FFT (Fast Fourier Transform) die Ergebnisse in den Frequenzbereich.

Bild 2.3 stellt eine typische Konfiguration zur Berechnung der S-Parameter an einem Zweitor dar. Die zu berechnende Struktur besteht aus Leiter 1, Diskontinuität und Leiter 2. Die Anordnung wird an Ein- und Ausgang mit PML-Wänden abgeschlossen. Auf die PML-absorbierenden Randbedingungen wird im nächsten Kapitel näher eingegangen. Um Abstrahlungseffekte zu berücksichtigen, können auch seitlich absorbierende Randbedingungen eingesetzt werden.

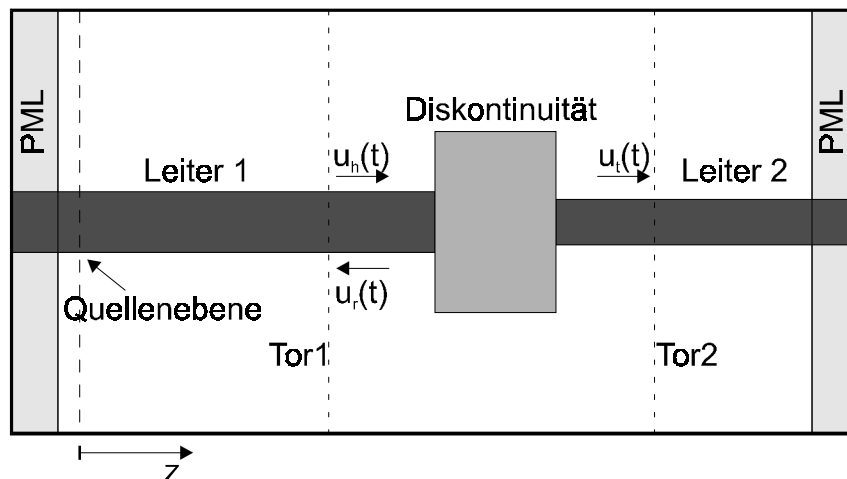


Bild 2.3: Berechnung der S-Parameter für ein Zweitor

An der Quellenebene wird die elektromagnetische Welle angeregt. Dies geschieht entweder durch Einprägen einer Spannung oder einer Feldverteilung der erwünschten Mode. Sie wird dem zu berechnenden Feld überlagert. Dadurch wird die von einer Diskontinuität reflektierte Welle von der Quelle nicht gestört. In negativer z-Richtung wird die angeregte Welle durch die PML-Schicht absorbiert. Von der Diskontinuität wird sie dann zum Teil reflektiert. Am Tor 1 überlagert sich die hinlaufende Welle  $u_h(t)$  mit der reflektierten Welle  $u_r(t)$ . Um die beiden Wellenanteile voneinander zu trennen, ist eine zusätzliche Simulation der längshomogenen Speiseleitung (Leiter 1) notwendig. Aus dieser Berechnung ergibt sich die hinlaufende Welle. Sie ist dann von der gesamten Welle abzuziehen, um den reflektierten Anteil zu bekommen. Ein Teil der hinlaufenden Welle erreicht das Tor 2 und wird als transmittierte Welle  $u_t(t)$  detektiert.

Die Reflexions- und Transmissionsfaktoren lassen sich wie folgt berechnen:

$$S_{11} = \frac{FFT(u_r(t))}{FFT(u_h(t))} \quad (2.6)$$

$$S_{21} = \frac{FFT(u_t(t))}{FFT(u_h(t))} \quad (2.7)$$

Als Anregungsfunktion wird häufig der Gauß-Impuls verwendet, da er eine stetig differenzierbare Funktion darstellt und ein begrenztes Frequenzband anregt. Seine Fouriertransformierte ist wiederum gaußförmig mit der Mittenfrequenz  $f=0$ .

## 2.4 Effiziente Implementierung des FDTD-Algorithmus

Bei der Implementierung des FDTD-Algorithmus wird auf folgende Aspekte Wert gelegt:

- Geringe Rechenzeit und Speicherbedarf.
- Hohe Flexibilität bzgl. der zu untersuchenden Strukturgeometrie.
- Leichte Erweiterbarkeit sowie Kompatibilität zu F3D-Software (vorhandenes institutseigenes FDFD-Tool (Finite Difference in Frequency Domain)).

Daraus ergeben sich drei Gesichtspunkte für die Programmierung:

1. Anstelle der Differentialform wird die Integralform der Maxwell-Gleichungen verwendet.
2. Anstatt der Felder E und B werden neue integrale Rechengrößen EL und HL eingeführt, um die Rechenzeit zu reduzieren.
3. Gemeinsame Koeffizienten werden benutzt, um die Kompatibilität zu F3D zu gewährleisten und die Programmpflege zu erleichtern.

### 2.4.1 Diskretisierung der Maxwellischen Gleichungen

Die herkömmliche FDTD-Methode verwendet die Differentialform der Maxwell-Gleichungen sowie die Felder E und H als Rechengrößen. Der Nachteil dieses Ansatzes liegt darin, daß bei Anwendung von nichtäquidistantem Gitter (graded mesh) und unterschiedlicher Materialbelegung der elektrische Fluß ungenau berechnet wird. Da die Größe H unstetig an der Trennfläche sein kann, ist sie bei Änderung von  $\mu_r$  undefiniert. Aus diesen Gründen wird die Integralform der Maxwell-Gleichungen benutzt. Als Rechengrößen dienen E und B.

Zur Veranschaulichung werden im folgenden die z-Komponenten der 1. und 2. Maxwellischen Gleichung diskretisiert. Gleichung (2.1) wird umgewandelt in:

$$\oint \frac{1}{\mu} \vec{B} d\vec{s} = \iint \epsilon \dot{E} d\vec{F} \quad (2.8)$$

Gleichung (2.2) bleibt unverändert. Bild 2.4 stellt die zugehörigen Feldkomponenten dar.

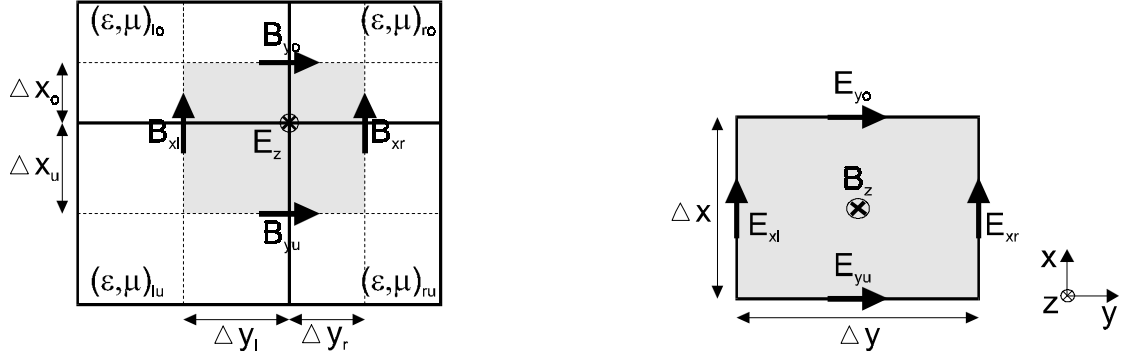


Bild 2.4: Anwendung der beiden Maxwell-Gleichungen auf eine Elementarzelle

Die räumliche und zeitliche Diskretisierung der beiden Maxwell-Gleichungen (2.8) und (2.2) ergibt:

$$\begin{aligned}
 & B_{xl}^{n+1/2} \left( \frac{\Delta x_u}{\mu_{lu}} + \frac{\Delta x_o}{\mu_{lo}} \right) + B_{yo}^{n+1/2} \left( \frac{\Delta y_l}{\mu_{lo}} + \frac{\Delta y_r}{\mu_{ro}} \right) - B_{xr}^{n+1/2} \left( \frac{\Delta x_u}{\mu_{ru}} + \frac{\Delta x_o}{\mu_{ro}} \right) - B_{yu}^{n+1/2} \left( \frac{\Delta y_l}{\mu_{lu}} + \frac{\Delta y_r}{\mu_{ru}} \right) \\
 &= \frac{E_z^{n+1} - E_z^n}{\Delta t} (\epsilon_{lu} \Delta x_u \Delta y_l + \epsilon_{lo} \Delta x_o \Delta y_l + \epsilon_{ro} \Delta x_o \Delta y_r + \epsilon_{ru} \Delta x_u \Delta y_r)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

$$E_{xl}^n \Delta x + E_{yo}^n \Delta y - E_{xr}^n \Delta x - E_{yu}^n \Delta y = - \frac{B_z^{n+1/2} - B_z^{n-1/2}}{\Delta t} \Delta x \Delta y \tag{2.10}$$

Man erkennt, daß unterschiedliche Materialbelegung und verschiedene Gitterabmessungen (Kantenlänge und Fläche) vollständig berücksichtigt werden. Die restlichen x- und y-Feldkomponenten lassen sich auf ähnliche Weise ermitteln.

#### 2.4.2 Formulierung des FDTD-Algorithmus durch neue Rechengrößen EL, HL und Koeffizienten

Der Nachteil der Implementierung des FDTD-Algorithmus in der Form der Gleichungen (2.9) und (2.10) liegt darin, daß mehrere Multiplikationen, die ja mehr CPU-Zeit als Additionen verbrauchen, pro Zeitschritt durchgeführt werden. Diese Gleichungen lassen sich mit Hilfe der neuen Rechengrößen EL und HL so umformulieren, daß die Anzahl der Multiplikationen reduziert wird. Diese neuen Größen stellen die Wegintegrale der mit Korrekturfaktoren gewichteten elektrischen und magnetischen Felder dar:

$$EL_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^{n+1}(i, j, k) \cdot \Delta z(k) \cdot CLE_z(i, j, k) \tag{2.11}$$

$$HL_z^{n+1/2}(i, j, k) = B_z^{n+1/2}(i, j, k) \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} + \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} \right] \cdot CLM_z(i, j, k) \tag{2.12}$$

Die Indizes  $i, j$  und  $k$  kennzeichnen die Position im Finite-Differenzen-Gitter (siehe auch Bild 2.1). CLE und CLM sind die sogenannten Korrekturfaktoren der elektrischen und magnetischen Linienintegrale. Auf diese Korrekturfaktoren, die das Feldverhalten an Singularitäten beschreiben, wird in Kapitel 5 ausführlich eingegangen. Im konventionellen Fall nehmen sie den Wert 1 an.

Die benötigten Parameter wie Materialien, Gitterabstände, Zeitschritt und Korrekturfaktoren lassen sich zu Koeffizienten zusammenfassen. Solche Koeffizienten erleichtern auch die Erweiterbarkeit des Programms, da der Kern des Programms (Solver) unverändert bleiben kann und nur die Koeffizienten geändert werden. Außerdem wird die Kompatibilität zu F3D gewährleistet, da dort die gleichen Koeffizienten verwendet werden können.

Im Hinblick auf die PML-Randbedingungen, die verlustbehaftete Materialien anwenden, müssen die Maxwell-Gleichungen (2.8) und (2.2) erweitert werden:

$$\oint \frac{1}{\mu} \vec{B} d\vec{s} = \iint \left( \epsilon \dot{\vec{E}} + \sigma \vec{E} \right) d\vec{F} \quad (2.13)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = - \iint \left( \dot{\vec{B}} + \sigma^* \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) d\vec{F} \quad (2.14)$$

$\sigma$  kennzeichnet die elektrische und  $\sigma^*$  die magnetische Leitfähigkeit. Unter Verwendung der neuen Rechengrößen EL und HL lassen sich die Gl. (2.13) und (2.14) nach einigen Umrechnungen (ausführliche Herleitung siehe Anhang 8.1) wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} & HL_{xl}^{n+1/2} + HL_{yo}^{n+1/2} - HL_{xr}^{n+1/2} - HL_{yu}^{n+1/2} \\ &= CEPF_z \cdot \frac{EL_z^{n+1} - EL_z^n}{\Delta t} + CSIE_z \cdot \frac{EL_z^{n+1} + EL_z^n}{2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} & EL_{xl}^n + EL_{yo}^n - EL_{xr}^n - EL_{yu}^n \\ &= -CMYF_z \cdot \frac{HL_z^{n+1/2} - HL_z^{n-1/2}}{\Delta t} - CSIM_z \cdot \frac{HL_z^{n+1/2} + HL_z^{n-1/2}}{2} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die neu eingeführten Koeffizienten werden als FD-Koeffizienten bezeichnet, da sie sich zwischen Zeit- und Frequenzbereichsverfahren (FDTD und FDFD) nicht unterscheiden. Sie lauten:

$$CEPF_z = \frac{\epsilon \cdot \Delta F_e \cdot CFE_z}{\Delta l_e \cdot CLE_z} \quad (2.17)$$

$$CSIE_z = \frac{\sigma \cdot \Delta F_e \cdot CFE_z}{\Delta l_e \cdot CLE_z} \quad (2.18)$$

$$CMYF_z = \frac{\mu \cdot \Delta F_m \cdot CFM_z}{\Delta l_m \cdot CLM_z} \quad (2.19)$$

$$CSIM_z = \frac{\sigma^* \cdot \Delta F_m \cdot CFM_z}{\Delta l_m \cdot CLM_z} \quad (2.20)$$

$\Delta F_e$ ,  $\Delta l_e$  bzw.  $\Delta F_m$ ,  $\Delta l_m$  stehen für die Flächen und Kantenlängen, über die das zugehörige elektrische bzw. magnetische Feld integriert wird. CFE und CFM sind die Korrekturfaktoren der elektrischen und magnetischen Flächenintegrale.

Löst man die Gleichungen (2.15) und (2.16) nach den Größen  $EL_z^{n+1}$  und  $HL_z^{n+1/2}$  auf, erhält man die endgültige Form des neuen FDTD-Algorithmus:

$$EL_z^{n+1}(i, j, k) = C1E_z(i, j, k) \cdot EL_z^n(i, j, k) + C2E_z(i, j, k) \cdot \left( HL_x^{n+1/2}(i, j-1, k) + HL_y^{n+1/2}(i, j, k) - HL_x^{n+1/2}(i, j, k) - HL_y^{n+1/2}(i-1, j, k) \right) \quad (2.21)$$

$$HL_z^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_z(i, j, k) \cdot HL_z^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_z(i, j, k) \cdot \left( EL_x^n(i, j, k) + EL_y^n(i+1, j, k) - EL_x^n(i, j+1, k) - EL_y^n(i, j, k) \right) \quad (2.22)$$

Man erkennt sofort die Kompaktheit und Übersichtlichkeit der neuen Formulierung. Es sind nun nur noch zwei Multiplikationen pro Iterationsschritt notwendig. Die FD-Koeffizienten  $CEPF_z$ ,  $CSIE_z$ ,  $CMYF_z$  und  $CSIM_z$  sind in den Koeffizienten  $C1E_z$ ,  $C2E_z$ ,  $C1M_z$  und  $C2M_z$  enthalten. Diese werden als FDTD-Koeffizienten bezeichnet und lauten:

$$C1E_z = \frac{1 - \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}} \quad C2E_z = \frac{\frac{\Delta t}{CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}} \quad (2.23)$$

$$C1M_z = \frac{1 - \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}} \quad C2M_z = \frac{\frac{\Delta t}{CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}} \quad (2.24)$$

Die verbleibenden x- und y-Komponenten der Maxwell-Gleichungen können auf ähnliche Weise in das neue Finite-Differenzen-Schema überführt werden. Die für die Implementierung endgültige FDTD-Formulierung lautet in Matrixform:

$$\left[ EL^{n+1} \right] = \left[ C1E \right] \cdot \left[ EL^n \right] + \left[ C2E \right] \cdot \left[ \sum HL^{n+1/2} \right] \quad (2.25)$$

$$\left[ HL^{n+1/2} \right] = \left[ C1M \right] \cdot \left[ HL^{n-1/2} \right] + \left[ C2M \right] \cdot \left[ \sum EL^n \right] \quad (2.26)$$

Die Vektoren haben jeweils drei Komponenten x, y und z. Die Gleichungen (2.25), (2.26) sind im Anhang 7.1 in detaillierter Form dargestellt.

Beim FDTD-Algorithmus werden die elektrischen und magnetischen Feldkomponenten (hier EL und HL) iterativ jeweils um einen halben Zeitschritt versetzt berechnet. Deswegen wird das Verfahren auch als „leapfrog“-Algorithmus bezeichnet. Zum Zeitpunkt  $n+1$  läßt sich die elektrische Feldkomponente aus ihrem eigenen Wert zum Zeitpunkt  $n$  und aus den Werten der umliegenden magnetischen Feldkomponenten zum Zeitpunkt  $n+1/2$  berechnen. Analog läßt sich die magnetische Feldkomponente zum Zeitpunkt  $n+1/2$  aus ihrem eigenen Wert zum Zeitpunkt  $n-1/2$  und aus den umliegenden elektrischen Feldkomponenten zum Zeitpunkt  $n$  berechnen.

### 3 Absorbierende Randbedingungen: PML für FDTD

Die Modellierung des offenen Raumes erfordert bei der Finite-Differenzen-Methode Randbedingungen, die die hinausgehende Welle absorbieren. Als Stand der Technik gelten die PML-Bedingungen (Perfectly Matched Layer). Die erste Veröffentlichung durch Berenger im Jahr 1994 [16] hat auf diesem Gebiet weltweit starkes Interesse hervorgerufen [28]-[35]. Der große Vorteil des PML-Ansatzes liegt in seiner hohen Effizienz. Im Vergleich zu anderen absorbierenden Bedingungen [14], [15] liegt die Absorptionsrate um Vielfaches höher. Da im FDTD-Verfahren die absorbierenden Randbedingungen die Genauigkeit entscheidend beeinflussen, wird mit Hilfe des PML-Ansatzes die Effizienz signifikant verbessert.

#### 3.1 Der PML-Ansatz

Der PML-Ansatz basiert darauf, daß ein künstliches Medium erzeugt wird, das die hinausgehende Welle ohne Reflexion an der Trennfläche absorbiert. Das PML-Medium ist anisotrop und sowohl elektrisch als auch magnetisch leitend. Es hat den gleichen Wellenwiderstand wie der des PML-freien Mediums, unabhängig vom Einfallswinkel und von der Frequenz der hinausgehenden Welle. Um dieses Ziel zu erreichen wird in der ursprünglichen Formulierung des PML-Ansatzes [16], [36] jede Feldkomponente in zwei Subkomponenten zerlegt, der sogenannte „splitting“-Ansatz. Man hat dadurch einen Freiheitsgrad mehr in der Wahl der Leitfähigkeit. Die Wellenwiderstandsanpassung spezifiziert die Leitfähigkeitsparameter. In neueren Veröffentlichungen wird die reflexionsfreie Absorption dadurch erzielt, daß anisotrope Materialien (als diagonale Tensoren) eingeführt werden [32], [33], [34]. Man erspart sich die Komponentenerlegung, was die Frequenzbereichsdarstellung erleichtert.

In dieser Arbeit wird der „splitting“-Ansatz im Hinblick auf die Analyse von koplanaren Strukturen mit geschichtetem Medium untersucht.

##### 3.1.1 Die zweidimensionale TE-Welle im PML-Medium

Um die Theorie der PML-Technik zu erläutern, wird die Ausbreitung der TE-Welle im PML-Medium für den zweidimensionalen Fall betrachtet. In Anlehnung an Berengers erste Veröffentlichung wird die dort verwendete Notation übernommen. Die Herleitung erfolgt hier nur für den Freiraum. Für ein dielektrisches Medium wird die Größe  $\epsilon_0$  durch  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  ersetzt.

Die Maxwell-Gleichungen für eine TE-Welle mit den Feldkomponenten  $E_x$ ,  $E_y$  und  $H_z$  lauten im Freiraum:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3.2)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (3.3)$$

Die Größen  $\sigma$  und  $\sigma^*$  stehen für elektrische und magnetische Leitfähigkeiten.

Wenn die Bedingung

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (3.4)$$

erfüllt wird, dann ist der Wellenwiderstand des verlustbehafteten Freiraums gleich dem des verlustfreien Freiraums. Keine Reflexion wird hervorgerufen, wenn die Welle senkrecht die Trennschicht der beiden Medien überquert. Wenn die Welle jedoch schräg einfällt, wird sie zum Teil reflektiert. Um dieses Problem zu lösen, setzt Berenger eine Komponentenzerlegung an. Die  $H_z$ -Komponente wird in zwei Subkomponenten  $H_{zx}$  und  $H_{zy}$  aufgespalten, wobei  $H_z$  die Summe von  $H_{zx}$  und  $H_{zy}$  ist. Die Maxwell-Gleichungen (3.1), (3.2) und (3.3) gehen in die PML-Gleichungen über:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad (3.6)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (3.7)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (3.8)$$

Man sieht, daß die Leitfähigkeiten nun anisotrop sind. Die Gl. (3.5)-(3.8) repräsentieren sowohl das physikalische als auch das künstlich erzeugte Medium. Wenn nämlich  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$  und  $\sigma_x^* = \sigma_y^* = \sigma^*$  gelten, gehen die Gl. (3.5)-(3.8) in (3.1)-(3.3) über. Die PML-Gleichungen können also als Verallgemeinerung der Maxwell-Gleichungen betrachtet werden.

Die Aufgabe besteht nun darin, die Leitfähigkeiten des PML-Mediums so zu wählen, daß die Wellenwiderstandsanpassung unabhängig vom Einfallswinkel der aus dem Vakuum kommenden und auf die PML-Schicht auftreffenden Welle gewährleistet ist.

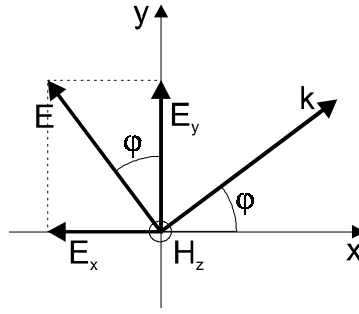


Bild 3.1: Zweidimensionale TE-Welle

Dazu betrachtet man eine zweidimensionale harmonische TE-Welle, die sich in der x-y-Ebene ausbreitet und deren elektrische Feldkomponente mit der y-Achse den Winkel  $\varphi$  bildet (Bild 3.1). Ihre Feldkomponenten lassen sich wie folgt ausdrücken:

$$E_x = -E_0 \sin \varphi e^{j\omega(t-k_x x - k_y y)} \quad (3.9)$$

$$E_y = E_0 \cos \varphi e^{j\omega(t-k_x x - k_y y)} \quad (3.10)$$

$$H_{zx} = H_{zx0} e^{j\omega(t-k_x x - k_y y)} \quad (3.11)$$

$$H_{zy} = H_{zy0} e^{j\omega(t-k_x x - k_y y)} \quad (3.12)$$

wobei  $k_x$  und  $k_y$  die komplexen Ausbreitungskonstanten in x- und y-Richtung sind. Werden die Feldkomponenten (3.9)-(3.12) in die PML-Gleichungen (3.5)-(3.8) eingesetzt, erhält man:

$$\varepsilon_0 E_0 \sin \varphi - j \frac{\sigma_y}{\omega} E_0 \sin \varphi = k_y (H_{zx0} + H_{zy0}) \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_0 E_0 \cos \varphi - j \frac{\sigma_x}{\omega} E_0 \cos \varphi = k_x (H_{zx0} + H_{zy0}) \quad (3.14)$$

$$\mu_0 H_{zx0} - j \frac{\sigma_x^*}{\omega} H_{zx0} = k_x E_0 \cos \varphi \quad (3.15)$$

$$\mu_0 H_{zy0} - j \frac{\sigma_y^*}{\omega} H_{zy0} = k_y E_0 \sin \varphi \quad (3.16)$$

Löst man Gl. (3.15) und (3.16) nach  $H_{zx0}$  und  $H_{zy0}$  auf und setzt sie in Gl. (3.13) und (3.14) ein, reduziert sich das System auf zwei Gleichungen:

$$\varepsilon_0 \mu_0 \left(1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}\right) \sin \varphi = k_y \left( \frac{k_x \cos \varphi}{1 - j \frac{\sigma_x^*}{\mu_0 \omega}} + \frac{k_y \sin \varphi}{1 - j \frac{\sigma_y^*}{\mu_0 \omega}} \right) \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 \left(1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}\right) \cos \varphi = k_x \left( \frac{k_x \cos \varphi}{1 - j \frac{\sigma_x^*}{\mu_0 \omega}} + \frac{k_y \sin \varphi}{1 - j \frac{\sigma_y^*}{\mu_0 \omega}} \right) \quad (3.18)$$

Um dieses Gleichungssystem nach den beiden Ausbreitungskonstanten  $k_x$  und  $k_y$  zu lösen, wird zunächst Gl. (3.17) durch Gl. (3.18) dividiert:

$$\frac{k_y}{k_x} = \frac{\left(1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}\right) \sin \varphi}{\left(1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}\right) \cos \varphi} \quad (3.19)$$

Nun kann man diese Gleichung nach  $k_x$  bzw.  $k_y$  auflösen und in Gl. (3.17) bzw. (3.18) einsetzen. Man erhält dann jeweils eine quadratische Gleichung für  $k_x$  und  $k_y$ . Für jede quadratische Gleichung gibt es zwei Lösungen unterschiedlichen Vorzeichens, die von der Ausbreitungsrichtung der Welle abhängen. Wählt man das positive Vorzeichen, ergibt sich:

$$k_x = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{G} \left(1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}\right) \cos \varphi \quad (3.20)$$

$$k_y = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{G} \left(1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}\right) \sin \varphi \quad (3.21)$$

wobei

$$G = \sqrt{w_x \cos^2 \varphi + w_y \sin^2 \varphi} \quad (3.22)$$

und

$$w_x = \frac{1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}}{1 - j \frac{\sigma_x^*}{\mu_0 \omega}} \quad w_y = \frac{1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}}{1 - j \frac{\sigma_y^*}{\mu_0 \omega}} \quad (3.23)$$

Wenn jede Feldkomponente durch  $\psi$  ersetzt wird, läßt sich ein allgemeiner Ausdruck der PML-Gleichungen (3.9)-(3.12) mit Hilfe der berechneten Ausbreitungskonstanten in Gl. (3.20) und (3.21) angeben:

$$\psi = \psi_0 e^{j\omega \left( t - \frac{x \cos \varphi + y \sin \varphi}{cG} \right)} e^{-\frac{\sigma_x \cos \varphi}{\epsilon_0 c G} x} e^{-\frac{\sigma_y \sin \varphi}{\epsilon_0 c G} y} \quad (3.24)$$

wobei  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  für die Lichtgeschwindigkeit steht.

Zur Berechnung des Wellenwiderstandes im PML-Medium werden die Ausbreitungskonstanten aus Gl. (3.20) und (3.21) in Gl. (3.15) und (3.16) eingesetzt. Addiert man dann die beiden Subkomponenten  $H_{zx0}$  und  $H_{zy0}$  zu  $H_0$ , läßt sich der Wellenwiderstand angeben:

$$Z = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{G} \quad (3.25)$$

Damit der Wellenwiderstand des PML-Mediums gleich dem des Vakuums ist, muß  $G$  winkelunabhängig gleich 1 sein. Aus der Definition von  $G$  in Gl. (3.22) und (3.23) ergeben sich folgende Bedingungen für die Anpassung:

$$\frac{\sigma_x}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_x^*}{\mu_0} \quad \frac{\sigma_y}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_y^*}{\mu_0} \quad (3.26)$$

Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, kann die Welle aus dem Vakuum auf die PML-Schicht auftreffen, ohne reflektiert zu werden, und zwar unabhängig vom Einfallswinkel und von der Frequenz.

Die Welle im PML-Medium für den Anpassungsfall ( $G=1$ ) läßt sich ausdrücken:

$$\psi = \psi_0 e^{j\omega \left( t - \frac{x \cos \varphi + y \sin \varphi}{c} \right)} e^{-\frac{\sigma_x \cos \varphi}{\epsilon_0 c} x} e^{-\frac{\sigma_y \sin \varphi}{\epsilon_0 c} y} \quad (3.27)$$

Der 1. exponentielle Term stellt die normale ausbreitungsfähige Welle im Vakuum dar. Die Ausbreitungskonstante steht senkrecht zum E-Feld und liegt in der x-y-Ebene. Durch die beiden letzten Terme wird die Welle exponentiell und richtungsabhängig gedämpft. Üblicherweise erfolgt die Dämpfung im PML-Medium nur in einer Richtung, so daß entweder  $\sigma_x$  oder  $\sigma_y$  gleich Null ist.

Für die zweidimensionale TM-Welle kann analog das gleiche Ergebnis der Anpassung für den Wellenwiderstand hergeleitet werden.

### 3.1.2 Die dreidimensionale PML-Formulierung

Im 3D-Fall werden alle sechs Feldkomponenten aufgespalten. Es entsteht dann ein Satz von 12 Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} &= \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} &= -\frac{\partial(H_{yx} + H_{yz})}{\partial z} \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} &= \frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} &= -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} &= \frac{\partial(H_{yx} + H_{yz})}{\partial x} \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} &= -\frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial y}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
\mu_0 \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} &= -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \\
\mu_0 \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} &= \frac{\partial(E_{yx} + E_{yz})}{\partial z} \\
\mu_0 \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} &= -\frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} \\
\mu_0 \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yx} &= \frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \\
\mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} &= -\frac{\partial(E_{yx} + E_{yz})}{\partial x} \\
\mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} &= \frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial y}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Mit  $E_x = E_{xz} + E_{xy}$ ,  $E_y = E_{yz} + E_{yx}$ , ...,  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$ .

Für die Anpassung des Wellenwiderstandes müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$\frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_x^*}{\mu_0} \quad \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_y^*}{\mu_0} \quad \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_z^*}{\mu_0} \tag{3.30}$$

Für ein PML-Medium im Dielektrikum kann analog die Anpassungsbedingung hergeleitet werden:

$$\frac{\sigma_{xr}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_x^*}{\mu_0} \quad \frac{\sigma_{yr}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_y^*}{\mu_0} \quad \frac{\sigma_{zr}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_z^*}{\mu_0} \tag{3.31}$$

Aufgrund der Stetigkeitsbedingung der tangentialen Komponenten an der Trennfläche müssen die Gleichungen (3.30) und (3.31) gleich sein (siehe auch Gl. (3.24)). Es ergibt sich folgende Beziehung:

$$\frac{\sigma_x}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{x1}}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_{x2}}{\epsilon_2} = \dots \quad (3.32)$$

Die magnetischen Leitfähigkeiten sind von der Änderung des Dielektrikums nicht betroffen, da  $\mu$  sich nicht ändert. Wenn alle Anpassungsbedingungen in Gl. (3.30)-(3.32) erfüllt werden, kann die Welle von der PML-Schicht reflexionsfrei absorbiert werden.

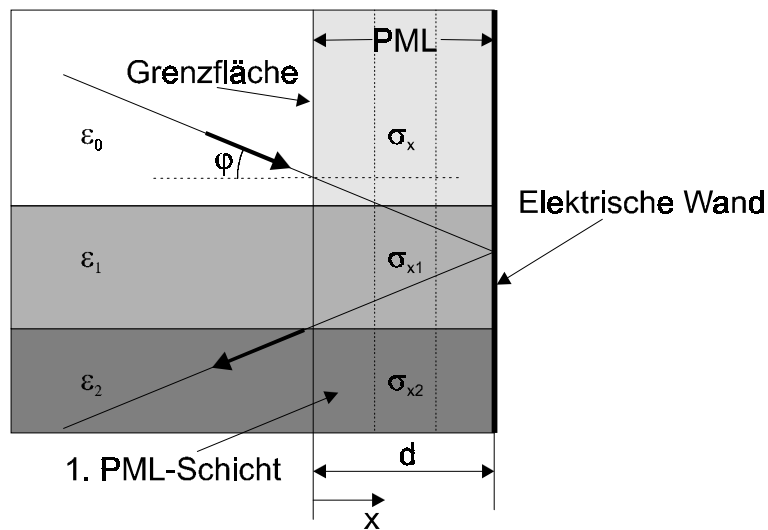


Bild 3.2: PML-Randbedingung für geschichtetes Dielektrikum

An dieser Stelle sei bemerkt, daß die perfekte Anpassung nur im Kontinuum ihre Gültigkeit hat. Bei numerischer Anwendung (wie beim Finite-Differenzen-Verfahren) kommt es an der Trennfläche immer zu Reflexionen. Im Finite-Differenzen-Gitter stehen die E- und H-Feldkomponenten um eine halbe Kantenlänge versetzt zueinander. Es gibt daher strenggenommen keine ebene Wellenfront. Beim FDTD-Verfahren werden damit z.B. die E-Feldkomponenten der „ebenen“ Wellenfront beim Auftreffen auf die PML-Schicht gedämpft, während die zugehörigen H-Feldkomponenten noch unberührt bleiben. Diese werden erst einen halben Zeitschritt später gedämpft. Ein aus einer Schicht bestehendes PML-Medium würde daher ein unbefriedigendes Ergebnis liefern. Das PML-Medium besteht in der Regel aus mehreren Schichten, die mit einem bestimmten Leitfähigkeitsprofil versehen sind. In der ersten Schicht ist die Leitfähigkeit am kleinsten und nimmt dann nach außen hin zu (siehe auch Bild 3.2). Damit erreicht man ein optimales Absorptionsverhalten, da die numerische Reflexion an der ersten Schicht am kritischsten ist und die Welle erst mit zunehmender Entfernung von der Grenzfläche stärker gedämpft wird. Hierzu sei angemerkt, daß diese Problematik in der Frequenzbereichsformulierung vermieden werden kann.

Aus Gl. (3.27) kann man ablesen, daß eine Welle, die auf ein zur x-Achse senkrecht stehendes PML-Medium (Bild 3.2) auftrifft, um den Faktor  $e^{-\frac{\sigma_x \cos \varphi}{\epsilon_0 c} x}$  gedämpft wird. Von der elektrischen Wand, die das PML-Medium abschließt, wird die Welle reflektiert und erfährt nochmals die gleiche Dämpfung auf dem Rückweg, bevor sie das Medium verläßt. Der gesamte Dämpfungsfaktor bzw. Reflexionsfaktor lautet daher:

$$R = e^{-2 \frac{\sigma_x \cos \varphi}{\epsilon_0 c} x} \quad (3.33)$$

Für die Leitfähigkeit  $\sigma_x$  wird aus den genannten Gründen das folgende Profil als Funktion von x gewählt:

$$\sigma_x(x) = \sigma_{x \max} \left( \frac{x}{d} \right)^n \quad (3.34)$$

wobei  $\sigma_{x \max}$  für die maximale Leitfähigkeit (in der letzten Schicht), d für die Dicke des PML-Mediums und n für die Anstiegsstärke der Leitfähigkeit (meist wird n=2 gewählt) steht. Aus dem

Produkt  $\sigma_x \cdot x$  im Exponent der Gl. (3.33) wird nun das Integral  $\int_0^d \sigma_x(x) dx$ :

$$R = e^{-2 \frac{\cos \varphi}{\epsilon_0 c} \int_0^d \sigma_x(x) dx} \quad (3.35)$$

Bei vorgegebenem Dämpfungsfaktor  $R_0 = R(\varphi=0)$  läßt sich  $\sigma_{x \max}$  durch Einsetzen der Gl. (3.34) in Gl.(3.35) bestimmen:

$$\sigma_{x \max} = -\frac{(n+1)\epsilon_0 c}{2d} \ln R_0 \quad (3.36)$$

Damit erhält man das Leitfähigkeitsprofil in Abhängigkeit der Entfernung zur Grenzfläche:

$$\sigma_x(x) = -\frac{(n+1)\epsilon_0 c}{2d} \cdot \ln R_0 \cdot \left( \frac{x}{d} \right)^n \quad (3.37)$$

Es hat sich gezeigt, daß Reflexionsfaktoren  $R_0$  zwischen 0.1% und 1% zu optimalen Ergebnissen führen.

### 3.1.3 Implementierung der PML-Formulierung in das FDTD-Verfahren

Da die Maxwell-Gleichungen in Integralform (siehe Kapitel 2) verwendet werden, müssen die PML-Gleichungen ebenfalls in Integralform umformuliert werden. Stellvertretend erfolgt die Umwandlung für die z-Komponente. Die Komponentenerlegung der beiden Maxwell-Gleichungen in Integralform ergibt:

$$\oint \frac{1}{\mu} \vec{B}_y d\vec{s} = \iint \left( \varepsilon \dot{\vec{E}}_{zx} + \sigma_x \vec{E}_{zx} \right) d\vec{F} \quad (3.38)$$

$$\oint \frac{1}{\mu} \vec{B}_x d\vec{s} = \iint \left( \varepsilon \dot{\vec{E}}_{zy} + \sigma_y \vec{E}_{zy} \right) d\vec{F}$$

$$\oint \vec{E}_y d\vec{s} = - \iint \left( \dot{\vec{B}}_{zx} + \sigma_x^* \frac{1}{\mu} \vec{B}_{zx} \right) d\vec{F} \quad (3.39)$$

$$\oint \vec{E}_x d\vec{s} = - \iint \left( \dot{\vec{B}}_{zy} + \sigma_y^* \frac{1}{\mu} \vec{B}_{zy} \right) d\vec{F}$$

bzw. in diskretisierter Form (siehe auch Bild 3.3):

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta y_m}{\mu_o} \right) \left( B_{yzo}^{n+1/2} + B_{yxo}^{n+1/2} \right) - \left( \frac{\Delta y_m}{\mu_u} \right) \left( B_{yxu}^{n+1/2} + B_{yxu}^{n+1/2} \right) \\ &= (\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) \frac{E_{zx}^{n+1} - E_{zx}^{n-1}}{\Delta t} + (\sigma_x \Delta x_m \Delta y_m) E_{zx}^n \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta x_m}{\mu_l} \right) \left( B_{xzl}^{n+1/2} + B_{xyl}^{n+1/2} \right) - \left( \frac{\Delta x_m}{\mu_r} \right) \left( B_{xzl}^{n+1/2} + B_{xyl}^{n+1/2} \right) \\ &= (\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) \frac{E_{zy}^{n+1} - E_{zy}^{n-1}}{\Delta t} + (\sigma_y \Delta x_m \Delta y_m) E_{zy}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( E_{yzo}^n + E_{yxo}^n - E_{yxu}^n - E_{yxu}^n \right) \Delta y_e \\ &= - \left( \frac{B_{zx}^{n+1/2} - B_{zx}^{n-1/2}}{\Delta t} + \sigma_x^* \frac{1}{\mu} \frac{B_{zx}^{n+1/2} + B_{zx}^{n-1/2}}{2} \right) \Delta x_e \Delta y_e \\ & \left( E_{xyl}^n + E_{xzl}^n - E_{xyl}^n - E_{xzl}^n \right) \Delta x_e \\ &= - \left( \frac{B_{zy}^{n+1/2} - B_{zy}^{n-1/2}}{\Delta t} + \sigma_y^* \frac{1}{\mu} \frac{B_{zy}^{n+1/2} + B_{zy}^{n-1/2}}{2} \right) \Delta x_e \Delta y_e \end{aligned} \quad (3.41)$$

wobei die in Klammern dargestellten Produkte in Gl. (3.40) im einzelnen lauten:

$$\begin{aligned} (\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) &= \varepsilon_{lu} \Delta x_u \Delta y_l + \varepsilon_{lo} \Delta x_o \Delta y_l + \varepsilon_{ro} \Delta x_o \Delta y_r + \varepsilon_{ru} \Delta x_u \Delta y_r \\ (\sigma_x \Delta x_m \Delta y_m) &= \sigma_{xlu} \Delta x_u \Delta y_l + \sigma_{xlo} \Delta x_o \Delta y_l + \sigma_{xro} \Delta x_o \Delta y_r + \sigma_{xru} \Delta x_u \Delta y_r \\ (\sigma_y \Delta x_m \Delta y_m) &= \sigma_{ylu} \Delta x_u \Delta y_l + \sigma_{ylo} \Delta x_o \Delta y_l + \sigma_{yro} \Delta x_o \Delta y_r + \sigma_{yru} \Delta x_u \Delta y_r \end{aligned} \quad (3.42)$$

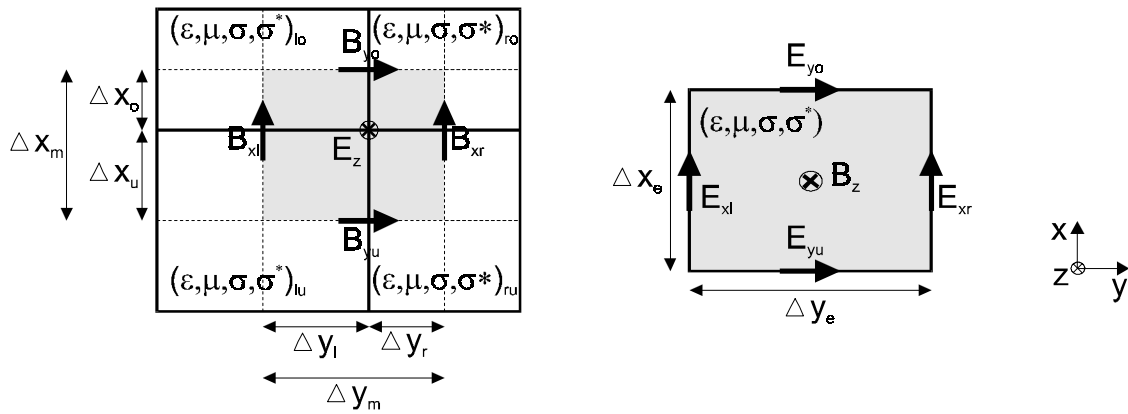


Bild 3.3: Anwendung der PML-Gleichungen auf die Elementarzelle

Als nächster Schritt werden die nun in Integralform vorliegenden PML-Gleichungen (3.40), (3.41) durch die neuen Rechengrößen EL und HL sowie die FD- bzw. FDTD-Koeffizienten (zur Definition siehe Kapitel 2) ausgedrückt. Auf eine ausführliche Herleitung wird hier verzichtet, da bereits im vorhergehenden Kapitel das Prinzip erklärt wurde. Als endgültige Form für die Implementierung erhält man einen Satz von 12 Gleichungen, die im Anhang 8.2 detailliert beschrieben werden.

## 4 Ausbreitungsverhalten der koplanaren Leitung im Terahertzbereich

Das Interesse am Terahertzbereich (100-1000 GHz) ist in den letzten Jahren gestiegen. Dieser Frequenzbereich ist zur Zeit noch weitgehend ungenutzt. Er verspricht in naher Zukunft jedoch interessante Anwendungen, insbesondere auf dem Gebiet der Radioastronomie sowie zur Detektion von Materie, z.B. von atmosphärischen Gasen, im Zusammenhang mit globalen Umweltbeobachtungen. Die Eignung rührt daher, daß die meisten Molekülresonanzen in dieses Frequenzspektrum fallen. Hinzu kommt, daß erste Halbleiterbauelemente mit Grenzfrequenzen oberhalb von 100 GHz verfügbar sind. Dadurch rücken MMIC-Schaltungen in diesem Frequenzbereich ins Blickfeld.

Geeignete Wellenleiterstrukturen bilden die Basis für solche Anwendungen. Die CPW-Leitung (Bild 4.1) spielt hier eine wichtige Rolle. Die entscheidenden Vorteile gegenüber den anderen Leitungskonzepten sind die Möglichkeit zur Miniaturisierung sowie kostengünstige Herstellung. Außerdem hat sich dieser Leitungstyp im Mikrowellenbereich etabliert und braucht für höhere Frequenzen nur entsprechend skaliert zu werden.

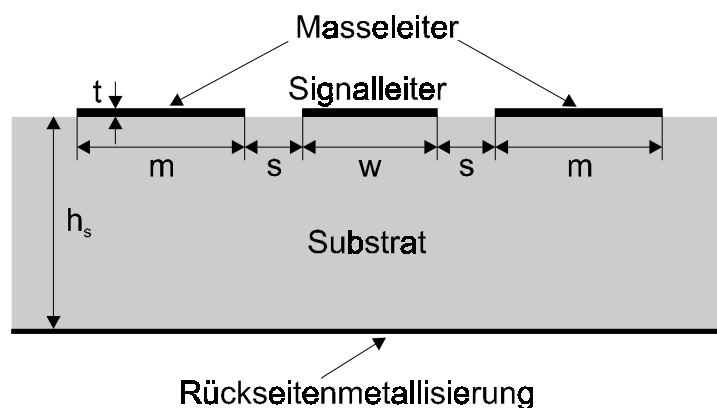


Bild 4.1: Koplanare Leitung mit Rückseitenmetallisierung

Mit Hilfe der PML-absorbierenden Randbedingungen lassen sich Abstrahlungseffekte analysieren. Dadurch ist man in der Lage das Ausbreitungsverhalten bzgl. Dispersion und Dämpfung der koplanaren Leitung mit Rückseitenmetallisierung (Bild 4.1) im Frequenzbereich bis 1 THz zu untersuchen.

In der Vergangenheit wurden analytische Approximationen formuliert, um die Dispersion und das Abstrahlungsverhalten der CPW-Leitung zu beschreiben [37], [38]. Die Formeln wurden durch elektrooptische Messungen im Frequenzbereich bis 1 THz verifiziert. In [39] wird die Dispersion mit der FDTD-Methode im Frequenzbereich bis 300 GHz berechnet, jedoch nicht die Dämpfung. Die Abstrahlungseffekte für koplanare Leitungen mit endlich breiten Masseleitern wurden in [40], [41]

untersucht, allerdings nur qualitativ. Es fehlt an quantitativen Aussagen, die im Folgenden mit Hilfe von elektromagnetischer Simulation gewonnen werden.

Die Untersuchung wird mittels der FDTD-Methode unter Nutzung der PML-Randbedingung durchgeführt. Sie soll klären, wie das Ausbreitungsverhalten der CPW-Leitung durch die lateralen Abmessungen bestimmt wird, insbesondere durch die Breite des Masseleiters [42].

## 4.1 Ausbreitungsfähige Moden im Frequenzbereich bis 1 THz

Zum allgemeinen Verständnis werden zunächst die ausbreitungsfähigen Moden beschrieben, die auf der koplanaren Struktur im Frequenzbereich bis 1 THz auftreten können.

### 4.1.1 Grundmoden

Auf der koplanaren Leitung mit Rückseitenmetallisierung (Bild 4.1) können sich zwei Grundmoden (bei magnetischer Wand in der Mitte des Signalleiters) ausbreiten: die erwünschte CPW-Mode und die unerwünschte PPL-Mode (Parallel Plate Line) [43]. Bei der CPW-Mode konzentriert sich das Feld im Schlitzbereich zwischen Signal- und Masseleitern (Bild 4.2 (a)), während sich bei der PPL-Mode das Feld nahezu vollständig im Substrat zwischen der oberen und unteren Metallisierung befindet (Bild 4.2 (b)).

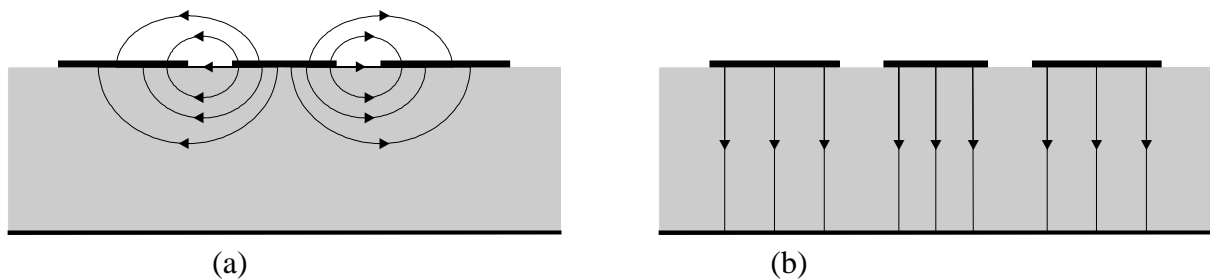


Bild 4.2: Elektrisches Feldbild der (a) CPW- und (b) PPL-Mode

Trifft die CPW-Mode auf eine Leitungsdiskontinuität, koppelt sie in die PPL-Mode. Diese Kopplung wird als parasitäre Modenkopplung bezeichnet. Sie kann die Funktionsfähigkeit der Hochfrequenzschaltungen durch Nebensprechen und Rückkopplung erheblich beeinträchtigen.

### 4.1.2 Oberflächenwellen

Für die Oberflächenwellen [44] dient das Substrat als dielektrische Schicht auf der leitenden metallischen Rückseite als Wellenleiter (Bild 4.3).

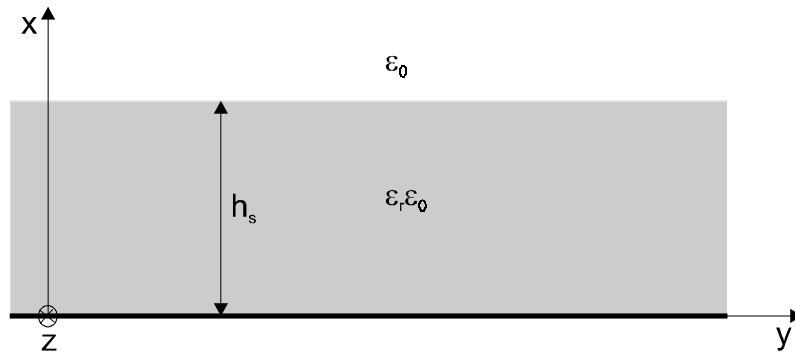


Bild 4.3: Dielektrikum auf ideal leitender Ebene als Wellenleiter für Oberflächenwellen

Oberflächenwellen können sich in beliebiger Richtung parallel zur Substratoberfläche ausbreiten. Sie lassen sich in TM- und TE-Typen unterteilen (Transversal-magnetisch und Transversal-elektrisch). Bei der TM-Welle besitzt nur das elektrische Feld, bei der TE-Welle nur das magnetische Feld Längskomponenten (Feldbilder siehe [47]). Die Feldkomponenten verlaufen innerhalb des Substrats sinus- bzw. cosinusförmig, außerhalb des Substrats klingen sie in x-Richtung exponentiell ab.

Um die Ausbreitungskonstanten der TM- und TE-Wellen zu bestimmen, wird die Wellengleichung gelöst. Die Berechnung läßt sich durch den Separationsansatz durchführen [44], [45], [46]. Die partielle Differentialgleichung der Wellengleichung kann man dann in gewöhnliche Differentialgleichungen überführen, die gelöst werden können, wenn die entsprechenden Stetigkeitsbedingungen an der Trennfläche zwischen zwei unterschiedlichen Medien ausgewertet werden.

Die Herleitung für die TM- und TE-Welle kann z.B. in [44] nachgelesen werden. Im Anhang wird der TM-Fall ausführlich erläutert. Die Grenzfrequenzen für die beiden Wellentypen lauten:

$$f_{g, TM_n} = \frac{c_0 n}{2h_s \sqrt{\epsilon_r - 1}}, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.43)$$

$$f_{g, TE_n} = \frac{c_0 (1 + 2n)}{4h_s \sqrt{\epsilon_r - 1}}, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.44)$$

Man erkennt, daß die  $TM_0$ -Welle für alle Frequenzen  $f > 0$  ausbreitungsfähig ist. Alle anderen Wellen können sich nur oberhalb der zugehörigen Grenzfrequenzen ausbreiten.

### 4.1.3 Höhere PPL-Moden bzw. Quasi-Hohlleitermoden

Neben den Oberflächenwellen sind im Terahertzbereich mit der PPL-Mode verwandte höhere Moden (sogenannte höhere PPL-Moden) der Leitungsstruktur ausbreitungsfähig. Sie können als Quasi-Hohlleitermoden betrachtet werden, indem man die Schlitze in der Metallisierung vernachlässigt, wodurch sich eine Microstripstruktur ergibt. Wenn man das Bandleitungsmodell (Bild 4.4) der Mic-

rostripleitung [47] zugrunde legt, kann die Struktur seitlich durch magnetische Wände modelliert werden. Oben und unten ist sie durch elektrische Wände begrenzt. Aufgrund des Streufeldes an den Leiterkanten ist die Breite  $b$  des Modells etwas größer als die Leiterbreite (sie entspricht der effektiven Leiterbreite). Das Bandleitungsmodell ist mit einem fiktiven Dielektrikum gefüllt, das die relative Permittivität  $\epsilon_{r,eff}$  der Microstrip hat.

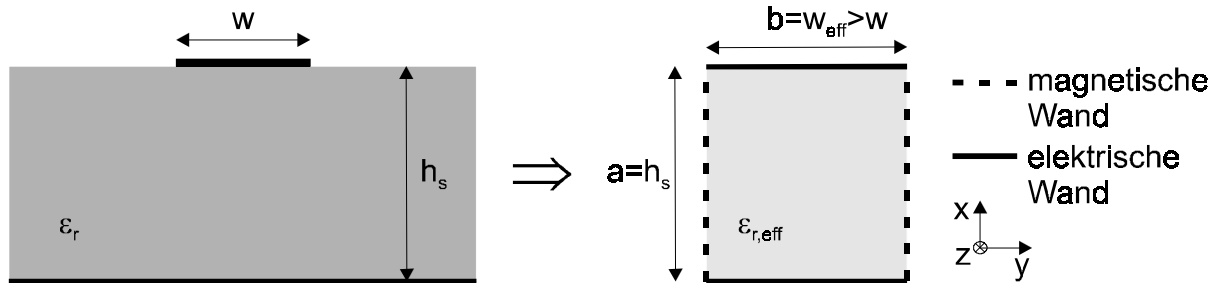


Bild 4.4: Bandleitungsmodell für die Microstripleitung

Das Bandleitungsmodell verhält sich also wie ein Rechteckhohlleiter. Die Moden lassen sich wiederum in TM- und TE-Typen unterteilen. Die Ausbreitungskonstante der Moden lautet:

$$k_z = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon_{r,eff} \epsilon_0 - (k_x^2 + k_y^2)} \quad (4.45)$$

mit  $k_x = \frac{m\pi}{a}$ ,  $k_y = \frac{n\pi}{b}$  und  $n = 0,1,2,\dots$

In normierter Form kann man sie wie folgt ausdrücken:

$$\left(\frac{k_z}{k_0}\right)^2 = \epsilon_{r,eff} - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_0^2} \quad (4.46)$$

Die Grenzfrequenzen sind für beide Modentypen identisch:

$$f_{g,mn} = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{r,eff}}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad \text{mit } n = 0,1,2,\dots \quad (4.47)$$

Überträgt man dieses Modell auf die koplanare Struktur, dann besteht die gesamte effektive Breite in erster Näherung aus Signalleiterbreite  $w$ , zweimal der Schlitzbreite  $s$  und zweimal der Masseleiterbreite  $m$ .

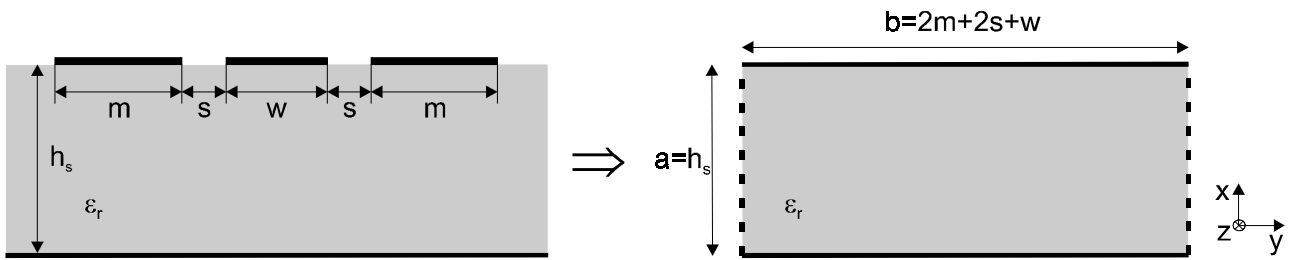


Bild 4.5: Bandleitungsmodell für die untersuchte CPW-Struktur

Die zugehörige Ausbreitungskonstante läßt sich mit Hilfe der Gl. (4.45) bzw. (4.46) ermitteln.

## 4.2 Untersuchte Struktur und Methode der Analyse

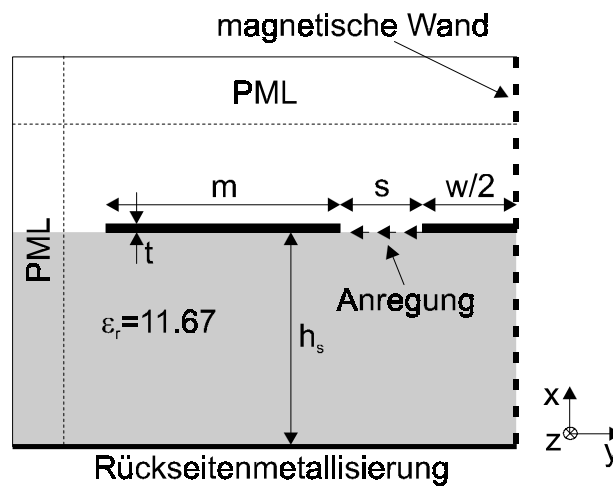


Bild 4.6: Die untersuchte CPW-Struktur

Die in Bild 4.6 dargestellte CPW-Struktur wird mit Hilfe der FDTD-Methode untersucht. Als Substrat dient hochohmiges Silizium. Andere Materialien können verwendet werden, ohne daß sich die prinzipielle Charakteristik der Leitung ändert. Die Substratdicke beträgt  $380 \mu\text{m}$ . Sie ist damit relativ groß gegenüber dem als „ground-to-ground spacing“ bezeichneten Abstand  $2s+w$ . Die CPW-Charakteristik wird daher nicht beeinträchtigt. Bei den Untersuchungen werden die Signalleiterbreite  $w$  und Schlitzbreite  $s$  konstant gehalten ( $w=16\mu\text{m}$ ,  $s=12\mu\text{m}$ ), während die Masseleiterbreite  $m$  verändert wird. Die Leiterdicke wird, falls nicht explizit erwähnt, als unendlich dünn modelliert.

Die PML-Schichten, die sich seitlich und oberhalb der CPW-Leitung befinden, modellieren den unendlich ausgedehnten Raum. Dadurch können Abstrahlungseffekte untersucht werden. Aufgrund der Symmetrie wird nur die Hälfte der Struktur berechnet. Leiter- und Substratverluste sind nicht berücksichtigt. Die Metalle sind ideal leitend.

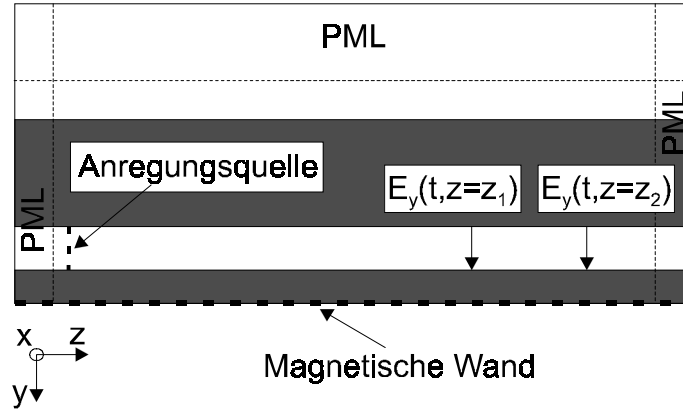


Bild 4.7: Abtastung der elektrischen Felder entlang der Ausbreitungsrichtung zur Berechnung der Ausbreitungskonstante der CPW-Mode

Um die CPW-Mode anzuregen, wird im Schlitzbereich zwischen Signalleiter und Masseleiter das elektrische Feld eingepreßt (Bild 4.6). Neben der CPW-Mode ist auch die PPL-Mode für alle Frequenzen ausbreitungsfähig. Diese Mode hat jedoch den Hauptanteil des elektrischen Feldes in x-Richtung (Bild 4.2 (b)). Durch das Einprägen des elektrischen Feldes in y-Richtung im Schlitzbereich kann die unerwünschte Anregung auf ein Minimum reduziert werden. Sie wird um so schwächer, je größer der Abstand zwischen der oberen und unteren Metallisierung ist. Die Substratdicke der untersuchten Anordnung wird daher so gewählt, daß die Anregung der PPL-Mode vernachlässigbar gering bleibt.

Die Struktur wird mit einem nichtäquidistanten Gitter (graded mesh) überzogen. An den Leiterkanten, wo die Feldgradienten am größten sind, wird der Raum feiner diskretisiert. Die Dispersion und die Dämpfung der CPW-Mode lassen sich aus den elektrischen Feldern berechnen, die sich an zwei Stellen  $z=z_1$  und  $z=z_2$  entlang der Leitung befinden [25], [39].

Die komplexe Ausbreitungskonstante  $\gamma$  berechnet sich wie folgt:

$$e^{-\gamma(z_2-z_1)} = \frac{E_y(\omega, z = z_2)}{E_y(\omega, z = z_1)} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{z_2 - z_1} \ln \frac{E_y(\omega, z = z_2)}{E_y(\omega, z = z_1)} \quad (4.48)$$

mit  $z_2 > z_1$ , wobei  $E_y(\omega, z = z_1)$  und  $E_y(\omega, z = z_2)$  die Fouriertransformierten der elektrischen Feldkomponente im Schlitzbereich entlang der z-Achse sind (Bild 4.7). Die effektive Permittivität (Dispersion) läßt sich aus dem Imaginärteil der Ausbreitungskonstante  $\gamma = \alpha + j\beta$  berechnen:

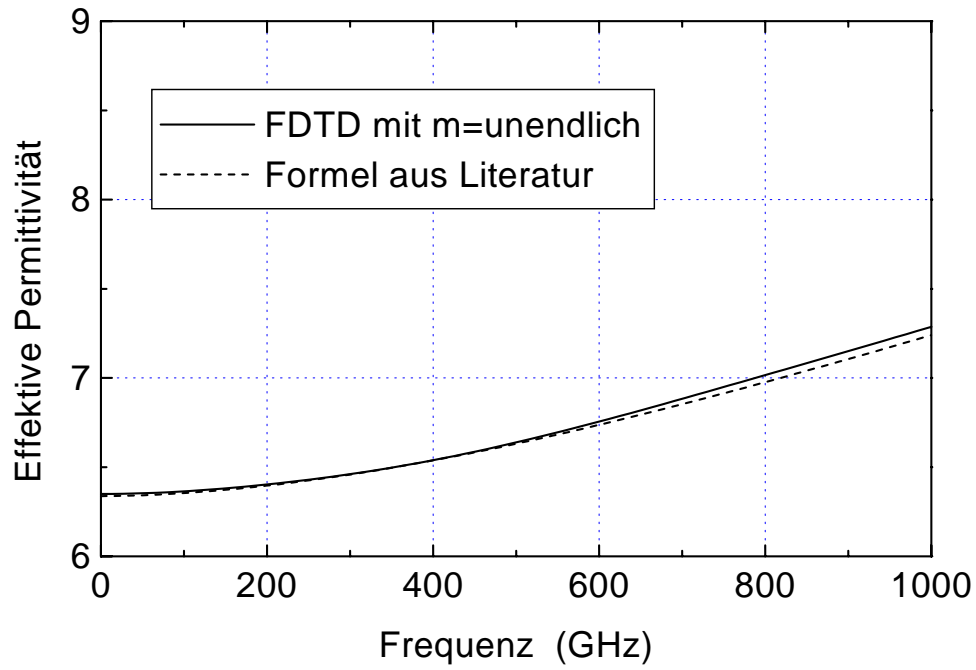
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c_0} \sqrt{\epsilon_{r,eff}} \Rightarrow \epsilon_{r,eff} = \beta^2 \left( \frac{c_0}{2\pi f} \right)^2 = \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (4.49)$$

Die Dämpfung ist der Realteil von  $\gamma$ .

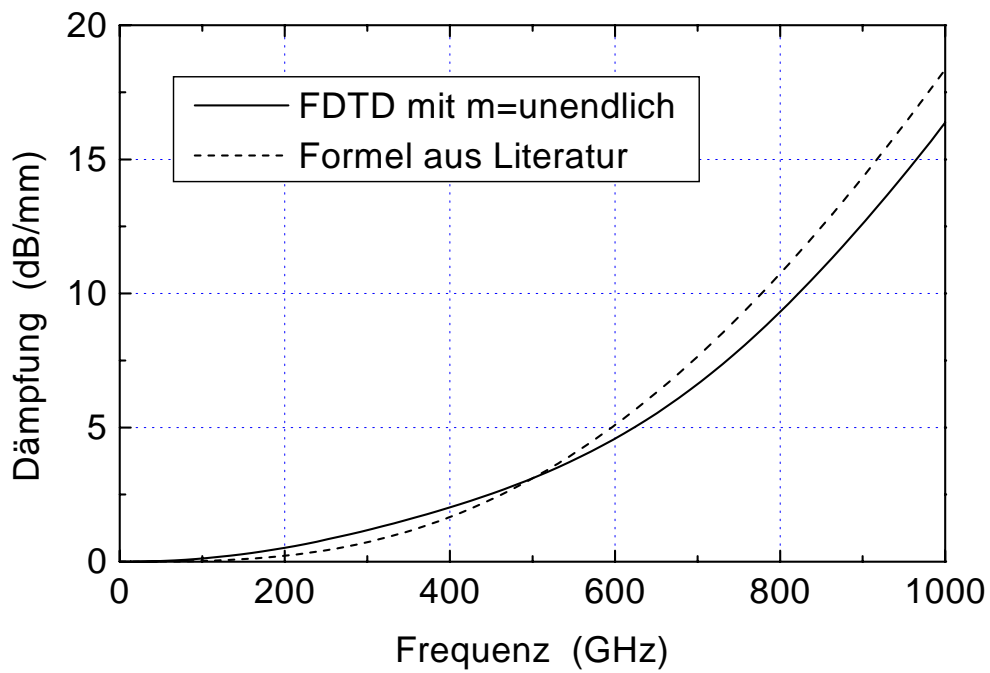
Da die Struktur keine verlustbehafteten Materialien enthält, wird die Dämpfung allein durch Abstrahlung verursacht.

### **4.3 Simulationsergebnisse**

Zuerst wird der Fall mit unendlich ausgedehnter Masseleiterbreite untersucht. Hier können sich die Oberflächenwellen nicht ausbreiten. Die Abstrahlung erfolgt also nur durch die Kopplung in die Grundmode PPL und, durch die Substratdicke bedingt, höhere Substratmoden, die sich dann seitlich fortpflanzen. Die Ergebnisse sind in Bild 4.8 dargestellt. Sie stimmen mit den Ergebnissen der Formel in [37] gut überein.

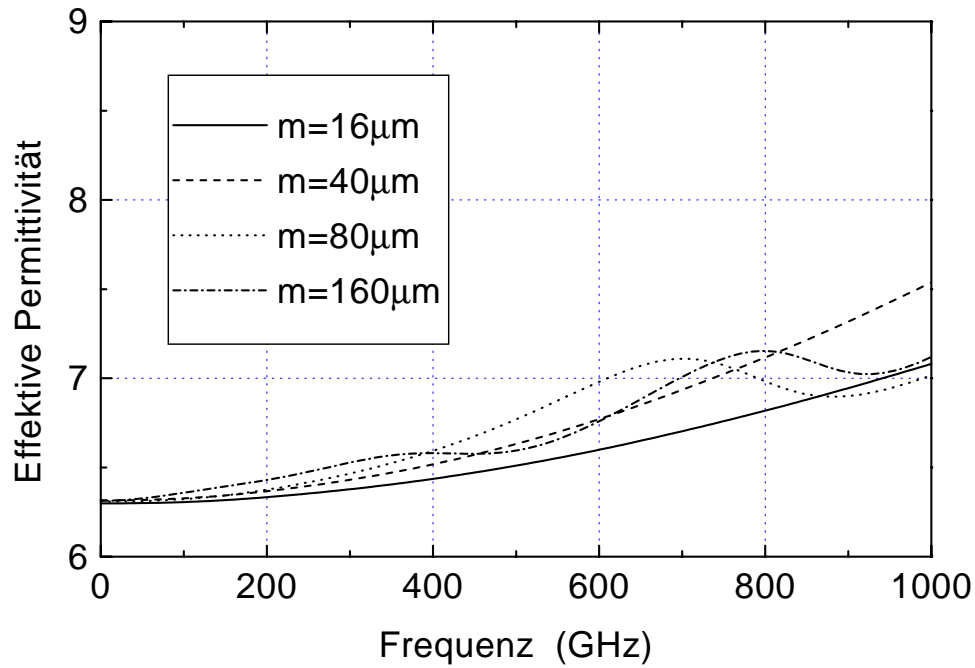


(a)

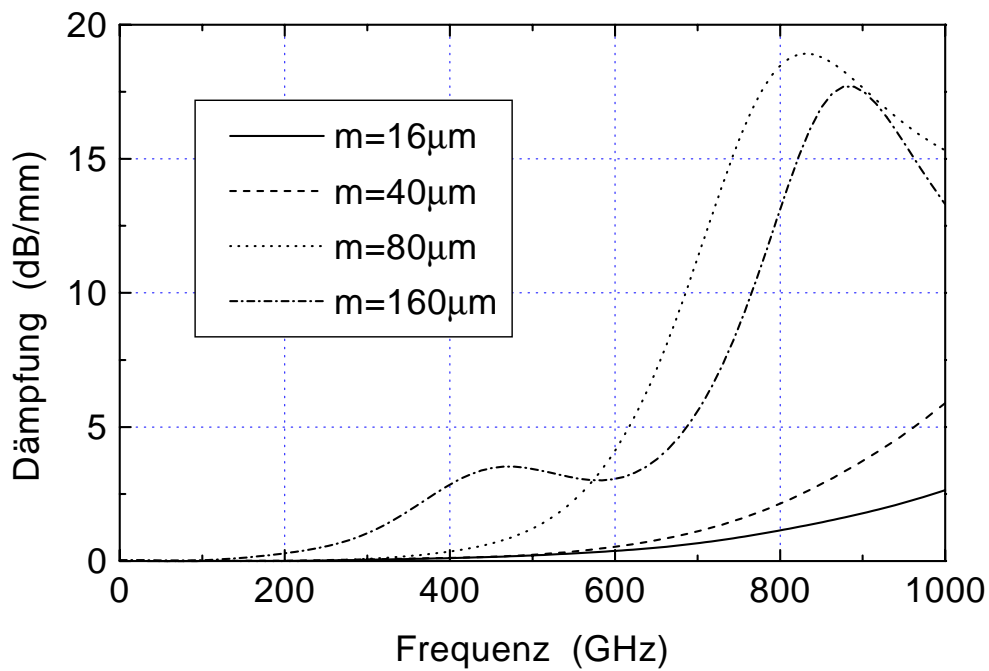


(b)

Bild 4.8: (a) Dispersion und (b) Dämpfung der CPW-Leitung mit endlicher Massebreite (Bild 4.6) für unendlich ausgedehnte Masseleiter. Vergleich zwischen FDTD und Formel aus [37]



(a)



(b)

Bild 4.9: (a) Dispersion und (b) Dämpfung der CPW-Leitung mit endlicher Massebreite (Bild 4.6) als Funktion der Frequenz bei Variation der Breite  $m$  des Masseleiters

Bild 4.9 zeigt, wie sich das Ausbreitungsverhalten bei Variation der Breite  $m$  der endlich ausgedehnten Masse ändert. Vergrößerung von  $m$  verursacht eine leichte Zunahme der Dispersion. Bei den Fällen  $m=80\mu\text{m}$  und  $160\mu\text{m}$  sind geringe lokale Maxima zu erkennen. Die Dämpfung ändert sich viel stärker in Abhängigkeit von  $m$ . Je größer die Masseleiterbreite  $m$ , desto höher die Dämpfung.

Auch hier treten lokale Maxima in den Kurven  $m=80$  und  $160\mu\text{m}$  auf, jedoch bei anderen Frequenzen und ausgeprägter als bei der Dispersion.

Die lokalen Maxima der Phasenkonstante deuten darauf hin, daß sich die CPW-Mode mit anderen höheren Moden in Wechselwirkung befindet. Um diesen Effekt genauer untersuchen, werden die Ausbreitungskonstanten der Oberflächenwellen und der höheren PPL-Moden berechnet und mit der der CPW-Mode verglichen.

Stellvertretend für die Oberflächenwellen werden nur die  $\text{TM}_0$ - und  $\text{TE}_0$ -Wellen berechnet (bis 1 THz können sich die  $\text{TM}_5$ - und  $\text{TE}_7$ -Wellen ausbreiten). Für die höheren PPL-Moden werden hier zwei Modelle (a) und (b) herangezogen. Die PPL(a)-Mode geht aus dem Bandleitungsmodell in Bild 4.5 hervor. Hier setzt sich die Metallisierungsbreite  $b$  aus  $2m+2s+w$  zusammen. Wegen der Symmetrie der CPW-Mode (magnetische Wand in der Mitte) interessieren hier nur  $\text{TE}_{0n}$ -Wellen mit  $n\lambda=b$  ausbreiten (also nur Vielfache von  $\lambda$  anstelle  $\lambda/2$  wie beim klassischen Hohlleiter). Die beiden niedrigsten Moden vom Typ PPL(a) sind daher  $\text{TE}_{02}$ - und  $\text{TE}_{04}$ -Moden. Bei der PPL(b)-Mode wird im Modell die Metallisierungsbreite  $b$  gleich der Masseleiterbreite  $m$  gewählt. Da das elektrische Feld hier unsymmetrisch (seitliche Lage von  $m$ ) sein kann, lauten die beiden niedrigsten Moden vom PPL(b)-Typ  $\text{TE}_{01}$  und  $\text{TE}_{02}$ .

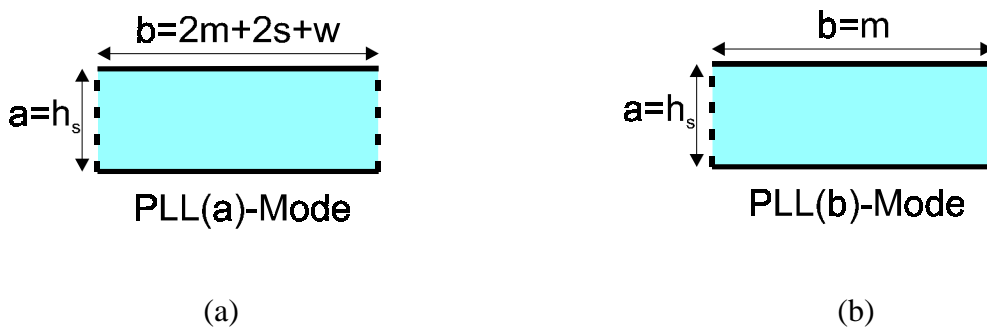
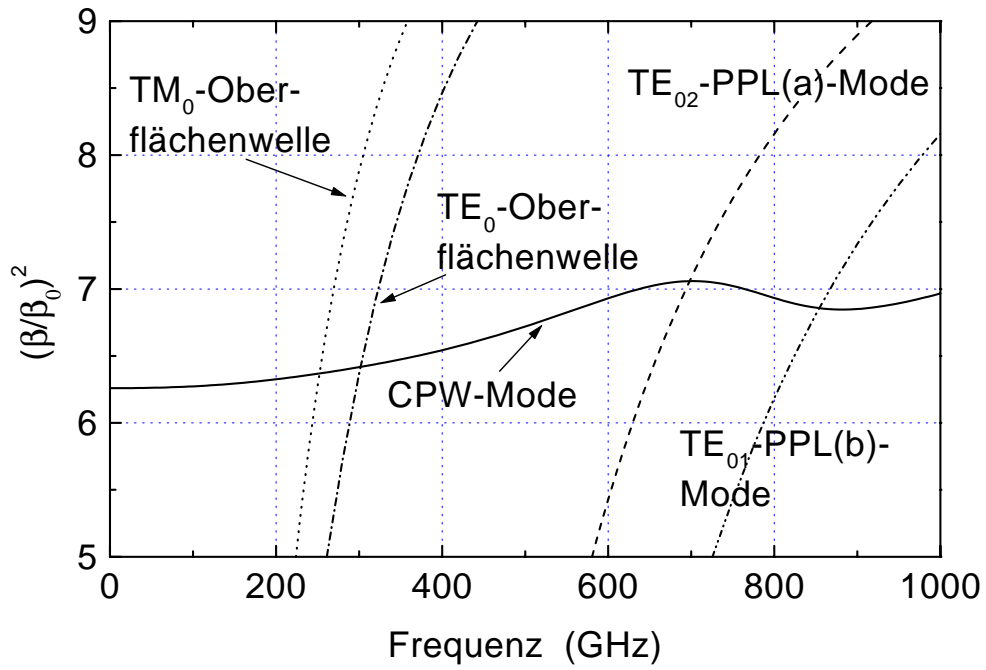
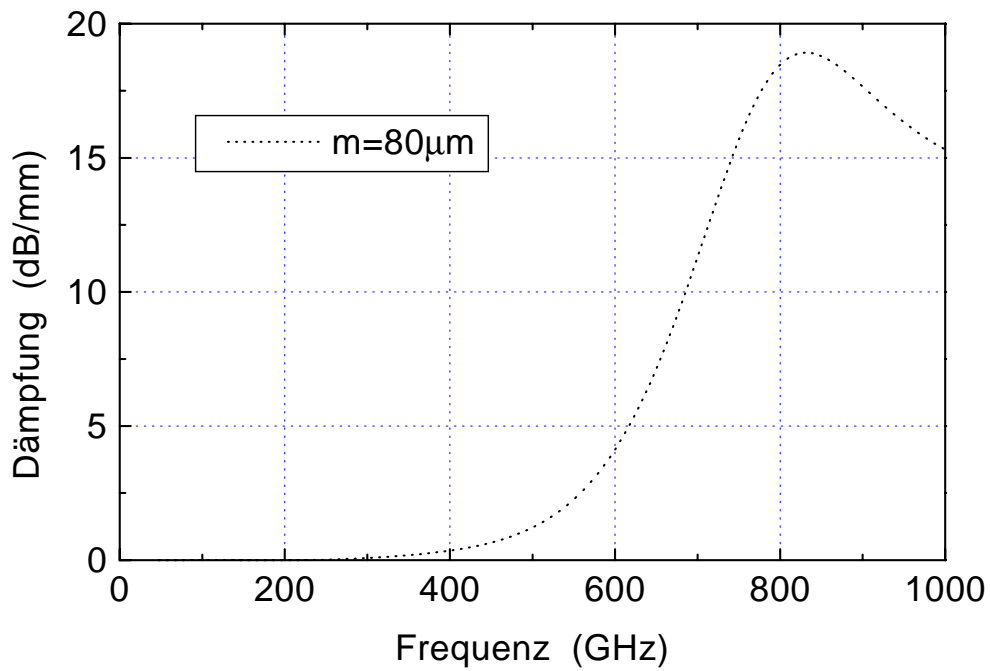


Bild 4.10: (a) PPL(a)-Mode wird durch die gesamte laterale Abmessung der CPW-Struktur und (b) PPL(b)-Mode durch die Masseleiterbreite bestimmt.

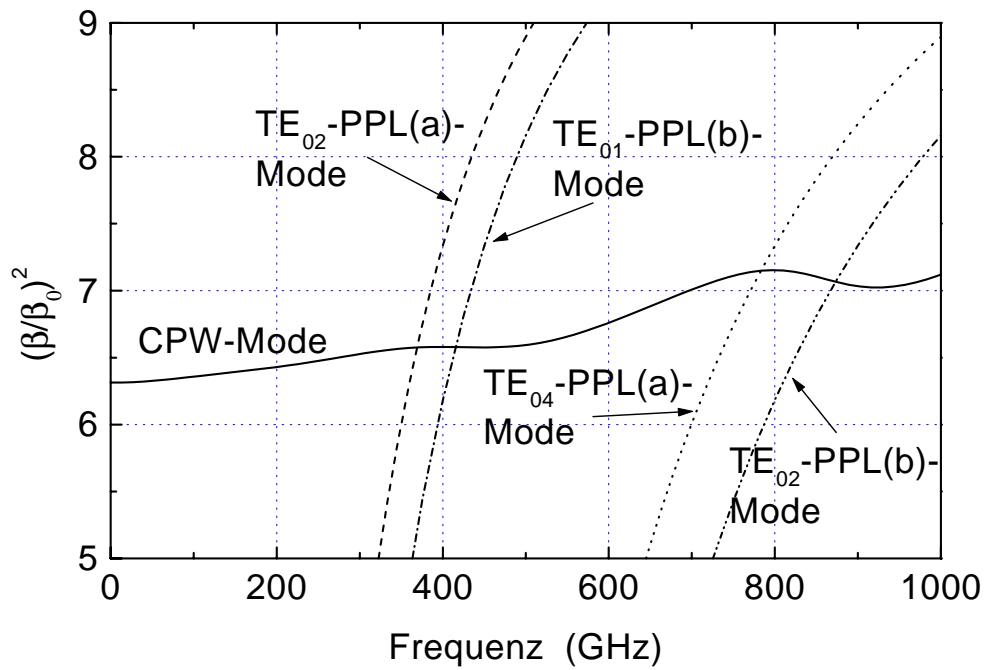


(a)

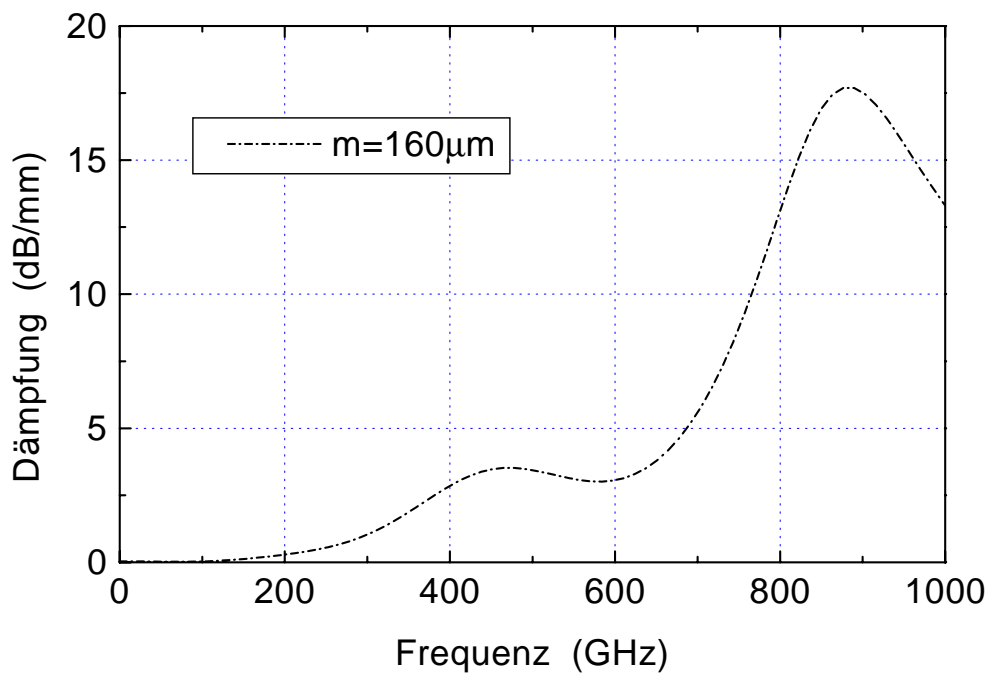


(b)

Bild 4.11: (a) Ausbreitungskonstanten der CPW- und höheren Moden und (b) Dämpfung der CPW-Mode als Funktion der Frequenz für  $m=80\mu\text{m}$



(a)



(b)

Bild 4.12: (a) Ausbreitungskonstanten der CPW- und höheren Moden und (b) Dämpfung der CPW-Mode als Funktion der Frequenz für  $m=160\mu\text{m}$ .

Bild 4.11 (a) und Bild 4.12 (a) stellen die normierten Ausbreitungskonstanten aller betreffenden Moden für  $m=80$  und  $160\mu\text{m}$  dar. Folgendes Verhalten läßt sich für die beiden Fälle feststellen:

- Fall  $m=80\mu\text{m}$ : ein lokales Maximum der  $\epsilon_{r,\text{eff}}$ -Kurve erscheint bei der Frequenz, bei der sich  $\text{TE}_{02}\text{-PPL(a)}$ -Mode und CPW-Mode kreuzen. Die Oberflächenwellen scheinen keinen Einfluß

auf  $\beta$  zu haben. Das Maximum der Dämpfung  $\alpha$  fällt in die Nähe der Frequenz, bei der sich die Kurve der CPW-Mode mit der der  $TE_{01}$ -PPL(b)-Mode schneidet.

- Fall  $m=160\mu\text{m}$ : man findet ein ähnliches Verhalten wie für  $m=80\mu\text{m}$ . Geringe lokale Maxima in  $\epsilon_{r,\text{eff}}$  fallen mit den Schnittpunkten der  $TE_{02}$ - und  $TE_{04}$ -PPL(a)-Moden zusammen. Lokale Maxima der Dämpfung treten in der Nähe der Schnittpunkte der  $TE_{01}$ - und  $TE_{02}$ -PPL(b)-Moden auf.

Bei der Ursachenforschung für die lokalen  $\beta$ -Maxima fällt es auf, daß die Maxima bei den Frequenzen auftreten, bei denen die folgende Bedingung:

$$\omega^2 \mu \epsilon - \left( \frac{n\pi}{2m + 2s + w} \right)^2 = \beta^2 \quad (4.50)$$

mit  $n=2$  für  $m=80\mu\text{m}$  und  $n=2,4$  für  $m=160\mu\text{m}$  erfüllt wird. Die linke Seite von Gl. (4.50) stellt die Ausbreitungskonstante der höheren PPL-Moden dar.

Wenn eine geführte Welle (hier die CPW-Mode) in die Oberflächenwelle koppelt und dadurch Energie seitlich von der Leitung abgeführt wird, dann bezeichnet man diesen Vorgang als Abstrahlung oder Leckeffekt (englisch „leakage“-Effekt) [50]. Die Bedingung dafür ist, daß die Ausbreitungskonstante  $\beta_s$  (siehe Bild 4.13) der Oberflächenwelle größer sein muß als die der CPW-Mode  $\beta$ . Da durch diesen Effekt Leistung des Hauptsignals verloren geht, erfährt die CPW-Mode eine Dämpfung entlang der Ausbreitungsrichtung z.

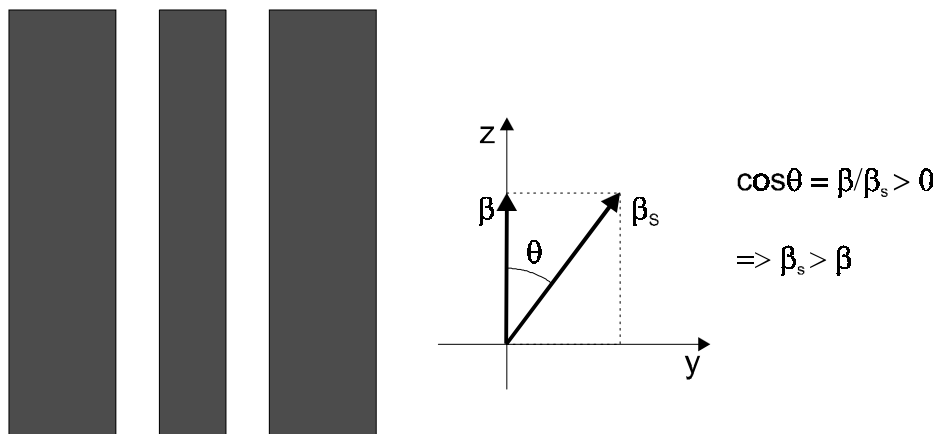
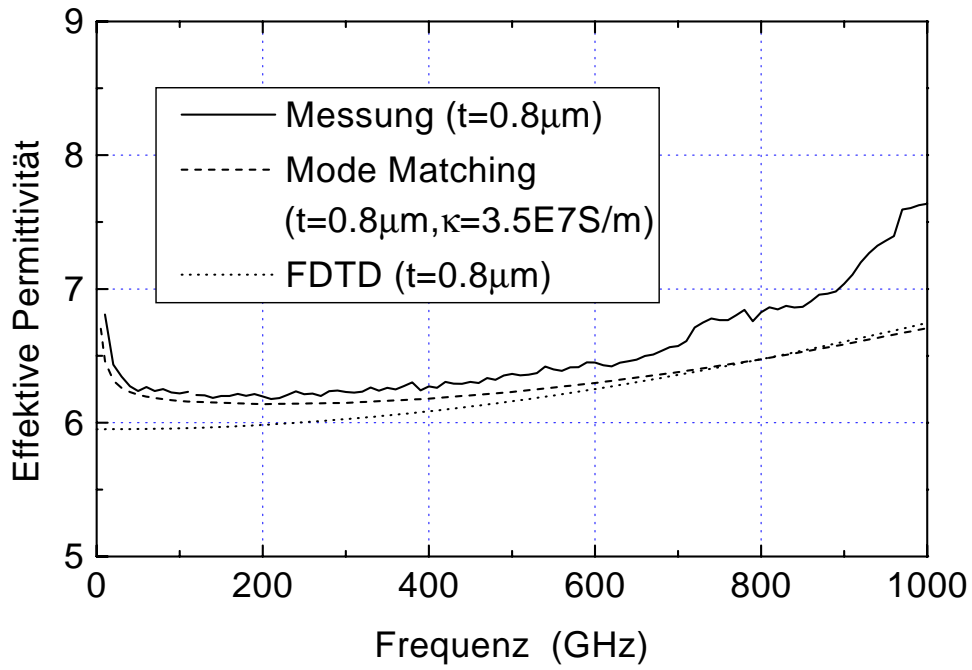


Bild 4.13: Bedingung für den „leakage“-Effekt:  $\beta$  als Ausbreitungskonstante der CPW-Mode und  $\beta_s$  als Ausbreitungskonstante der Oberflächenwelle.

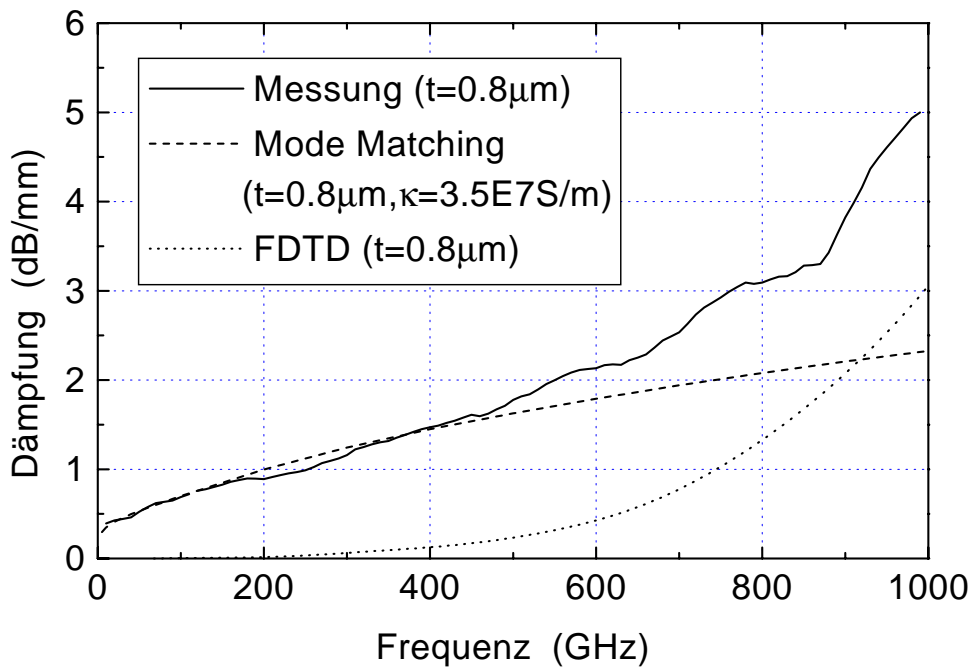
Aus Bild 4.11 (a) erkennt man, daß der Schnittpunkt der Ausbreitungskonstante der ersten Oberflächenwelle  $TM_0$  mit der der CPW-Mode bei ca.  $f=250$  GHz liegt. Oberhalb dieser Frequenz findet eine Dämpfung der CPW-Mode durch Abstrahlung statt. Offensichtlich verstärkt sich diese Dämpfung (lokale Maxima) durch Resonanzeffekte, die mit der Breite des Masseleiters zusammenhän-

gen. Diese Effekte bedürfen jedoch weiterer eingehender Untersuchung, um eindeutige Aussagen treffen zu können.

Im Rahmen eines Projektes wurden die untersuchten Strukturen teilweise bei der RWTH Aachen elektrooptisch gemessen [48]. Die Meßergebnisse werden mit FDTD-Berechnungen verglichen. Die Leiterdicke der CPW beträgt  $t=0.8\mu\text{m}$ . Bild 4.14 und Bild 4.15 zeigen einen Vergleich mit FDTD-Ergebnissen für  $m=16$  und  $160\mu\text{m}$ . Um die Verluste in Leiter und Substrat zu berücksichtigen, wird das Mode-Matching-Verfahren [67] angewendet. Dagegen modelliert die FDTD-Simulation die Verluste durch Abstrahlung. Im unteren Frequenzbereich spielen die Leiter- und Substratverluste eine größere Rolle, während die Abstrahlungsverluste bei den höheren Frequenzen dominieren. Addiert man die durch die einzelnen Verlustarten verursachten Dämpfungswerte (FDTD + Mode-Matching), erhält man näherungsweise die gesamte Dämpfung, die recht gut mit den Meßergebnissen übereinstimmt (Bild 4.14 (b)). Die Dämpfung nimmt mit steigender Frequenz zu, und zwar viel stärker bei der breiteren Masse  $m=160\mu\text{m}$ . Die effektive Permittivität und die Dämpfung zeigen insgesamt gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Die vorhandenen Meßergebnisse reichen aber wegen ihrer Begrenzungen in Bezug auf Frequenzbereich und Genauigkeit nicht aus, um die lokalen Maxima zu verifizieren.

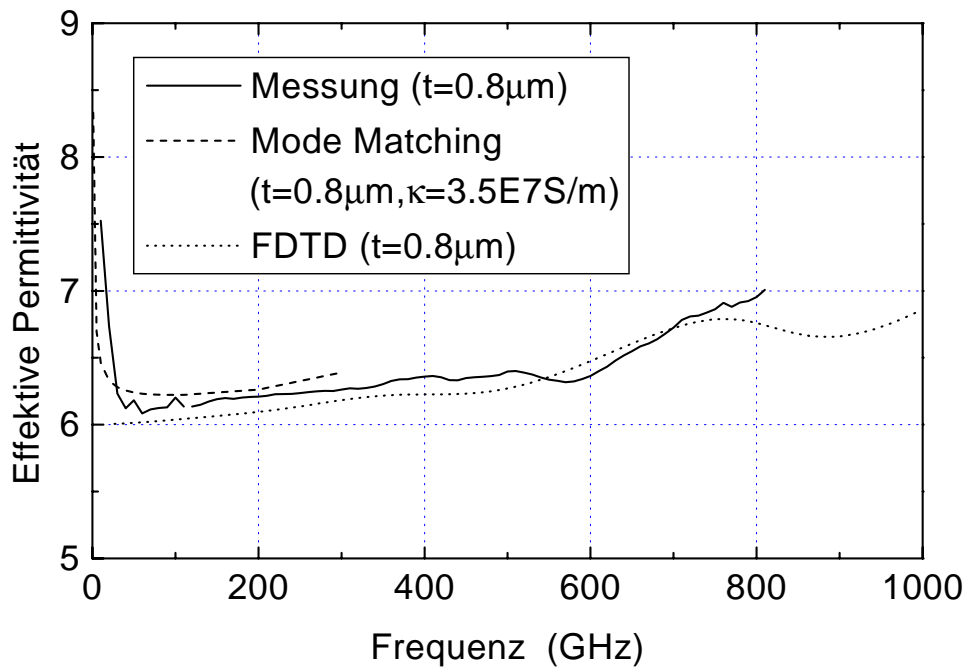


(a)

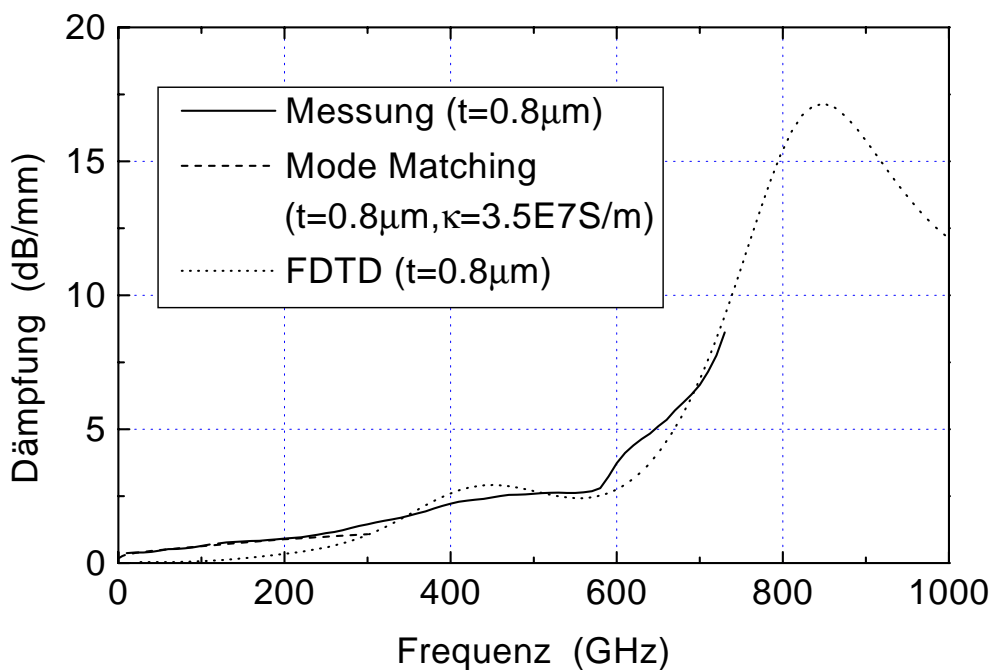


(b)

Bild 4.14: (a) Effektive Permittivität und (b) Dämpfung als Funktion der Frequenz: Vergleich zwischen Messung und Simulation für  $m=16\mu\text{m}$  und  $t=0.8\mu\text{m}$ .



(a)



(b)

Bild 4.15: (a) Effektive Permittivität und (b) Dämpfung als Funktion der Frequenz: Vergleich zwischen Messung und Simulation für  $m=160\mu\text{m}$  und  $t=0.8\mu\text{m}$  (Maßstab  $\alpha$  geändert gegenüber Bild 4.14).

Folgende Aussagen zum Ausbreitungsverhalten der CPW-Leitung im Terahertzbereich können ausgehend von den Simulationsergebnissen getroffen werden:

- Die Dämpfung wird durch die Masseleiterbreite  $m$  stark beeinflusst: je größer  $m$ , desto höher die Dämpfung.

- Die effektive Permittivität hängt von der Masseleiterbreite nur relativ schwach ab.
- Ausgeprägte lokale Maxima der Dämpfung treten in Abhängigkeit der Masseleiterbreite auf.
- Die effektive Permittivität zeigt geringe lokale Maxima, die wahrscheinlich durch Modenkopplung verursacht werden.

Zur Dimensionierung der CPW-Leitung sollte man die Masseleiterbreite deshalb so wählen, daß die Abstände  $2m + 2s + w < \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$  eingehalten werden. Dadurch werden die lokalen Maxima in der Phasenkonstante und Dämpfung vom Betriebsbereich ferngehalten.

## 5 Einbindung von Feldsingularitäten in das Finite-Differenzen-Verfahren

Bei rein numerischen elektromagnetischen Simulationsmethoden wie Finite-Differenzen (FD), Finite-Elemente (FE) und Transmission-Line-Matrix (TLM) werden die elektromagnetischen Felder an diskreten Punkten berechnet. Häufig wird eine lineare Änderung des Feldes zwischen zwei benachbarten Zellen angenommen. An den Stellen, wo das Feld sich nicht linear ändert, führt diese Annahme zu Fehlern, sogenannten Diskretisierungsfehlern. Die kritischen Stellen sind z. B. metallische Ecken und Kanten (Bild 5.1). Dort verhält sich das elektromagnetische Feld singular, d. h. bestimmte Komponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes werden unendlich groß. Im folgenden wird zwischen Kanten, bei denen es sich um ein 2D-Problem handelt, und Kanten als 3D-Fall (Ecken) unterschieden.

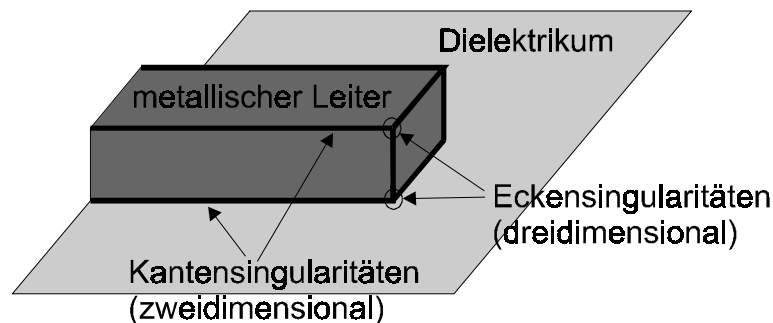


Bild 5.1: Feldsingularitäten in koplanaren MMICs

Um den Diskretisierungsfehler so gering wie möglich zu halten, bieten sich folgende Lösungen bei der FD-Methode an:

1. Gitter mit variabler Zellengröße (graded mesh): die Struktur wird an den Singularitätsstellen fein diskretisiert. Der Gitterabstand vergrößert sich mit einem bestimmten Faktor, je weiter man sich von der Problemzone entfernt [51].
2. Untergitterverfeinerung (subgridding): die Verfeinerung erfolgt sukzessiv nur für das kritische Volumen [7]-[9].
3. Einbindung der Feldsingularität: das a priori bekannte Feldverhalten wird dazu benutzt, den Diskretisierungsfehler zu verringern [11], [12], [13].

Der Nachteil des 1. Ansatzes liegt darin, daß sich die feine Diskretisierung über die ganze Anordnung hin erstreckt (also auch an den Stellen, wo es nicht notwendig ist). Dies kann unter Umständen das Ergebnis verschlechtern, und zwar dann, wenn der Fehler aufgrund des inhomogenen Gitters den Diskretisierungsfehler an der Kante überwiegt. Beim Subgridding-Verfahren hat man die Problematik der Stoßstellen verschiedener Diskretisierungen (unterschiedlicher Zeitschritt, Modenkonzersion aufgrund Gitterinhomogenität). Darüber hinaus erhöhen die beiden ersten Lösungswege

den Speicherplatz. Der letzte Ansatz dagegen bietet eine Verbesserung der Genauigkeit ohne Erhöhung des numerischen Aufwandes. Man kommt für die gleiche Genauigkeit mit viel größerer Diskretisierung als bei der konventionellen Variante aus. Die Effizienz der FD-Methode wird dadurch stark verbessert.

In der Vergangenheit wurden Ansätze zur Einbindung von zweidimensionalen Kantensingularitäten formuliert [11], [12], [61]. In diesen Fällen werden nur die transversalen Feldkomponenten für verschwindenden Abstand  $r \rightarrow 0$  singularär. Korrekturfaktoren werden aus dem Feldverhalten bestimmt und in die FD-Gleichungen implementiert [13], [11]. Die Untersuchung von dreidimensionalen Eckensingularitäten wurde noch nicht durchgeführt.

Die vorliegende Arbeit gibt eine umfassende Behandlung sowohl zwei- als auch dreidimensionaler Feldsingularitäten [65], [66]. Die Kanten und Ecken werden als metallisch und ideal leitend angenommen.

## 5.1 Die Methodik zur Erfassung der Feldsingularität

Der Grundgedanke der Einbindung von Singularitäten liegt darin, daß man den Diskretisierungsfehler aufgrund des hohen Feldgradienten durch Korrekturfaktoren kompensiert. Der Korrekturfaktor läßt sich bei bekanntem Feldverhalten eindeutig bestimmen.

Um den Ansatz zu veranschaulichen, betrachten wir die 2. Maxwell-Gleichung:

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = - \iint \dot{\vec{B}} d\vec{F} \quad (5.1)$$

In diskretisierter Form lautet sie:

$$E_x(i, j)\Delta x + E_y(i+1, j)\Delta y - E_x(i, j+1)\Delta x - E_y(i, j)\Delta y = -\dot{B}_z \Delta x \Delta y \quad (5.2)$$

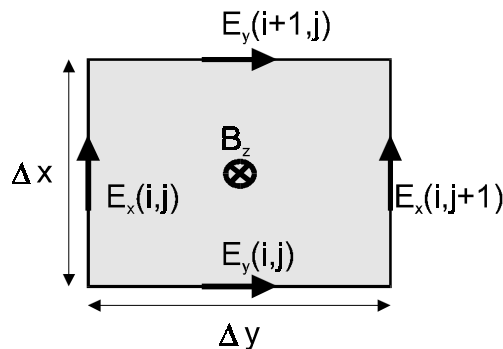


Bild 5.2: Diskretisierung der 2. Maxwell-Gleichung für eine Elementarzelle

Die Näherung in Gl. (5.2) ist nur exakt, wenn zwischen den benachbarten Punkten ein linearer Feldverlauf vorausgesetzt wird. In Nähe der Singularität weist das Feld jedoch einen stark nichtli-

nearen Verlauf auf, was in Bild 5.3 verdeutlicht wird. Die Feldstärke strebt gegen unendlich für  $r \rightarrow 0$ . Das approximierte Linienintegral, graphisch als graue Fläche gekennzeichnet, enthält den größten Fehler an der Kante, d.h. wenn über dem Abstand  $\Delta r_1$  integriert wird.

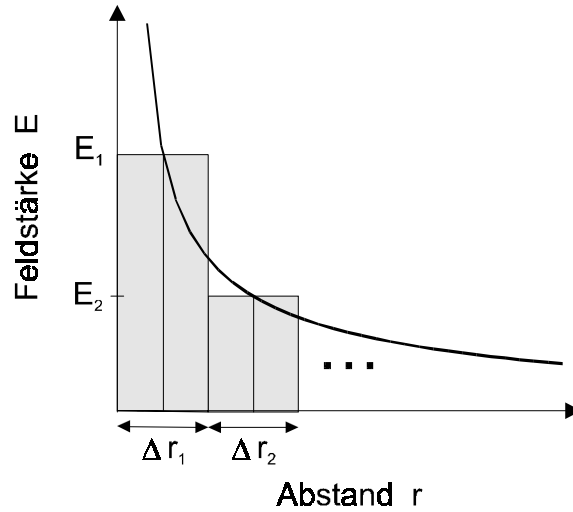


Bild 5.3: Typisches Feldverhalten der Singularität

Mit Hilfe von Korrekturfaktoren läßt sich der Fehler reduzieren. Gl. (5.2) wird ergänzt:

$$\begin{aligned}
 & E_{x,i} \Delta x CLE_{x,i} + E_{y,j+1} \Delta y CLE_{y,j+1} - E_{x,i+1} \Delta x CLE_{x,i+1} - E_{y,j} \Delta y CLE_{y,j} \\
 & = -\dot{B}_z \Delta x \Delta y CFM_z
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Der Korrekturfaktor  $CLE$  korrigiert das Linienintegral des elektrischen Feldes, und der Korrekturfaktor  $CFM$  das Flächenintegral des magnetischen Feldes.

Der Korrekturfaktor für das Linienintegral wird wie folgt definiert:

$$CLE = \frac{\int_0^{\Delta r_1} \vec{E} d\vec{r}}{E_1 \Delta r_1} \tag{5.4}$$

Entsprechend gilt es für den Korrekturfaktor des Flächenintegrals:

$$CFE = \frac{\int_0^{\Delta x_1} \int_0^{\Delta y_1} \vec{E} d\vec{f}}{E_1 \Delta x_1 \Delta y_1} \tag{5.5}$$

Diese Korrekturen werden nur an den der Kante direkt benachbarten Zellen durchgeführt, wo die Feldcharakteristik allein durch die Kantensingularität bestimmt ist.

## 5.2 Die 2D-Feldsingularität

### 5.2.1 Feldverhalten

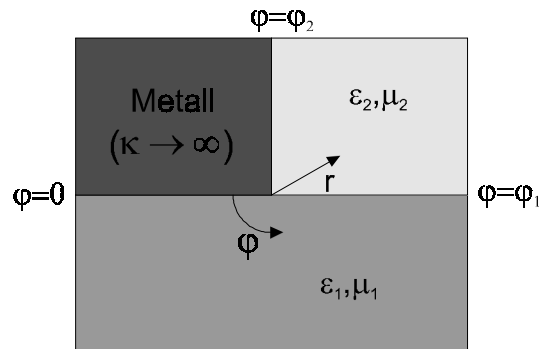


Bild 5.4: Geometrie der 2D-Feldsingularität

Das Verhalten der zweidimensionalen Feldsingularität wurde von Meixner eingehend untersucht [10]. Bild 5.4 zeigt die typische Kantensingularität für planare Schaltungen.

Der analytische Ansatz von Meixner basiert darauf, daß jede Feldkomponente im Zylinderkoordinatensystem durch folgende Approximation dargestellt wird:

$$F = a_0 r^{\nu-1} + a_1 r^\nu + a_2 r^{\nu+1} + \dots \quad (5.6)$$

Die Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2 \dots$  hängen vom umgebenden Feld ab. Durch Einsetzen der Gleichung (5.6) in die Maxwell-Gleichungen und Auswerten der Randbedingungen bei  $\varphi = 0, \varphi_1$  und  $\varphi_2$  kann der Exponent  $\nu$  für  $r \rightarrow 0$  bestimmt werden. Bei der 2D-Singularität verhalten sich nur die transversalen Feldkomponenten singular. Sie sind proportional zu  $r^{\nu-1}$  für  $r \rightarrow 0$ . Der Exponent wird hier als Singularitätsfaktor bezeichnet und bewegt sich im Intervall zwischen 0 und 1. Letzteres folgt unmittelbar aus der sogenannten Kantenbedingung, die besagt, daß die gespeicherte elektromagnetische Energie, die zu

$$\int_0^r \int \int (\epsilon E \cdot E^* + \mu H \cdot H^*) d\theta dr dz \quad (5.7)$$

proportional ist, trotz der Feldsingularität endlich bleiben muß. Die Singularitätsfaktoren  $\nu_e$  für das elektrische und  $\nu_m$  für das magnetische Feld ergeben sich aus:

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = \frac{\sin(\nu_e \varphi_2)}{\sin(\nu_e (2\varphi_1 - \varphi_2))} \quad (5.8)$$

$$\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\sin(v_m \varphi_2)}{\sin(v_m (2\varphi_1 - \varphi_2))} \quad (5.9)$$

Sie hängen somit sowohl von der Geometrie (Winkel der Kante) als auch von den Materialparametern ab. Mit Hilfe von Iterationsverfahren (z. B. Newton) können die Gleichungen (5.8) und (5.9) numerisch gelöst werden.

### 5.2.2 Bestimmung der Korrekturfaktoren

Nachdem die Ordnung der Singularitäten, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, bestimmt ist, können die sogenannten Korrekturfaktoren ermittelt werden, mit deren Hilfe die Finite-Differenz-Darstellung der Maxwell-Gleichungen modifiziert wird.

Die transversalen Feldkomponenten zeigen gemäß Gl. (5.6) für  $r \rightarrow 0$  folgendes Verhalten:

$$F_t \sim r^{v-1} \quad (5.10)$$

Daraus folgt:

$$F_t = Kr^{v-1} \Rightarrow K = \frac{F_t(r_0)}{r_0^{v-1}} \Rightarrow F_t(r) = \frac{F_t(r_0)}{r_0^{v-1}} r^{v-1} \quad (5.11)$$

$r_0$  kennzeichnet den Ort, an dem die diskretisierte Feldstärke bestimmt wird. Diese Feldstärke befindet sich im Abstand halbe Elementarzelle von der Kante entfernt. Der Ausdruck (5.11) wird für die Berechnung der Integrale benutzt. In kartesischen Koordinaten läßt sich das Linienintegral entlang der x-Achse wie folgt darstellen:

$$\int_0^{\Delta x} F_x(x, y) dx = \int_0^{\Delta x} \frac{F_x(x_0, y_0)}{x_0^{v-1}} x^{v-1} dx = \frac{1}{v 2^{1-v}} F_x(x_0, y_0) \Delta x \quad (5.12)$$

mit  $x_0 = \frac{\Delta x}{2}$ . Die Kante liegt bei  $x = y = 0$  (Bild 5.5).  $\Delta x$  kennzeichnet die Länge der Elementarzelle direkt an der Kante. Die Feldstärke ist an der Stelle  $x = x_0 = \frac{\Delta x}{2}$ ,  $y = y_0 = \frac{\Delta y}{2}$  aus der

FD-Formulierung bekannt. Das Integral ist damit exakt gelöst. Der Korrekturfaktor des Linienintegrals ergibt sich unmittelbar aus den Gleichungen (5.4) und (5.12):

$$CLE = \frac{1}{v 2^{1-v}} \quad (5.13)$$

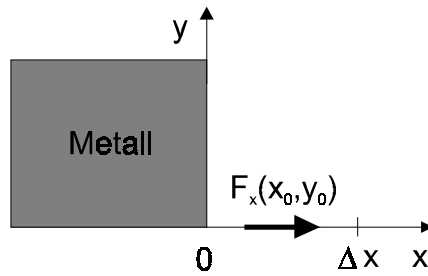


Bild 5.5: Zur Berechnung des Linienintegrals

Die Berechnung des Flächenintegrals erfolgt analog. Bild 5.6 stellt die zu berechnende Komponente dar.

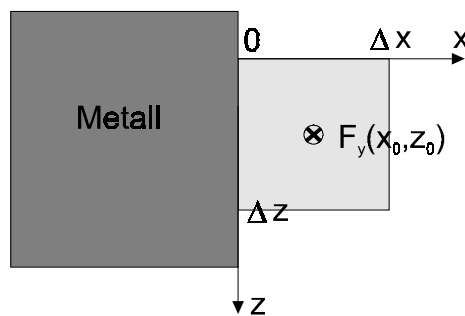


Bild 5.6: Zur Berechnung des Flächenintegrals

Es ergibt sich für das Flächenintegral direkt an der Kante:

$$\int_0^{\Delta z} \int_0^{\Delta x} F_y(x, z) dx dz = \int_0^{\Delta z} \int_0^{\Delta x} \frac{F_y(x_0, z_0)}{x_0^{v-1}} x^{v-1} dx dz = \frac{1}{v 2^{1-v}} F_y(x_0, z_0) \Delta x \Delta z \quad (5.14)$$

mit  $x_0 = \frac{\Delta x}{2}$  und  $z_0 = \frac{\Delta z}{2}$ . Daraus folgt der Korrekturfaktor:

$$CFM = \frac{1}{v 2^{1-v}} \quad (5.15)$$

An dieser Stelle sei bemerkt, daß aufgrund der Anordnungen der Feldkomponenten im Yee-Schema die Korrektur des Linienintegrals nur die elektrischen Felder und die Korrektur des Flächenintegrals nur die magnetischen Felder betrifft. Bild 5.7 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

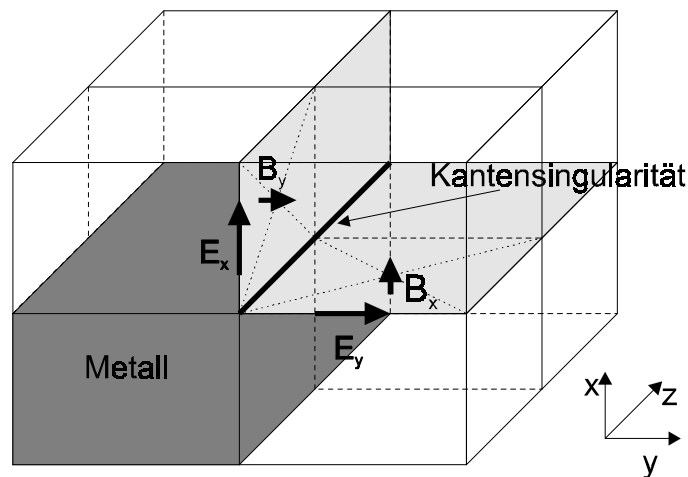


Bild 5.7: Die zu korrigierenden Feldstärken bei einer  $90^\circ$ -Kante

### 5.3 Die 3D-Feldsingularität

Zur Beschreibung der dreidimensionalen Singularität existiert, soweit dem Autor bekannt, keine geschlossene analytische Formulierung. Dies hängt damit zusammen, daß die Randbedingungen für die Feldkomponenten nicht einfach auf ein Koordinatensystem übertragen werden können. Man behilft sich daher mit numerischen Verfahren. Da die Anzahl der im Falle planarer Wellenleiter interessierenden Eckengeometrien begrenzt ist, können diese Fälle mit vertretbarem Aufwand zuvor berechnet und in einer Tabelle abgelegt werden.

Frühere Untersuchungen [53]-[57] haben zeigt, daß in der Nähe der 3D-Singularität sich das Feld wie im 2D-Fall proportional zu  $r^{v-1}$  verhält. Was sich ändert, ist der Singularitätsfaktor  $v$ .

#### 5.3.1 Numerische Bestimmung der Singularitätsfaktoren mit FDTD

Der prinzipielle Feldverlauf in Nähe der Singularität ist als Funktion des Abstandes bekannt, nämlich:  $F(r) = Kr^{v-1}$ . In unserem Fall wird zur Berechnung des Feldes eine hochauflösende FD-Darstellung der Ecke herangezogen. Man benötigt zwei Feldwerte, um den Singularitätsfaktor bestimmen zu können. Das Feld wird an den beiden Gitterpunkten aufgenommen, die der Singularität am nächsten liegen. Um die Genauigkeit des Ergebnis zu erhöhen, bestimmt man  $v$  in Abhängigkeit der Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h$ . Führt man mehrere Berechnungen mit kleiner werdendem  $\Delta h$  durch, läßt sich der Grenzwert bestimmen.

Geometrisch gesehen gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Ecken, an denen das elektromagnetische Feld singularär werden kann: die spitze und die stumpfe Ecke (Bild 5.8). Das Metall kann dabei unendlich dünn sein und die benachbarten Zellen können verschiedene Materialparameter haben.

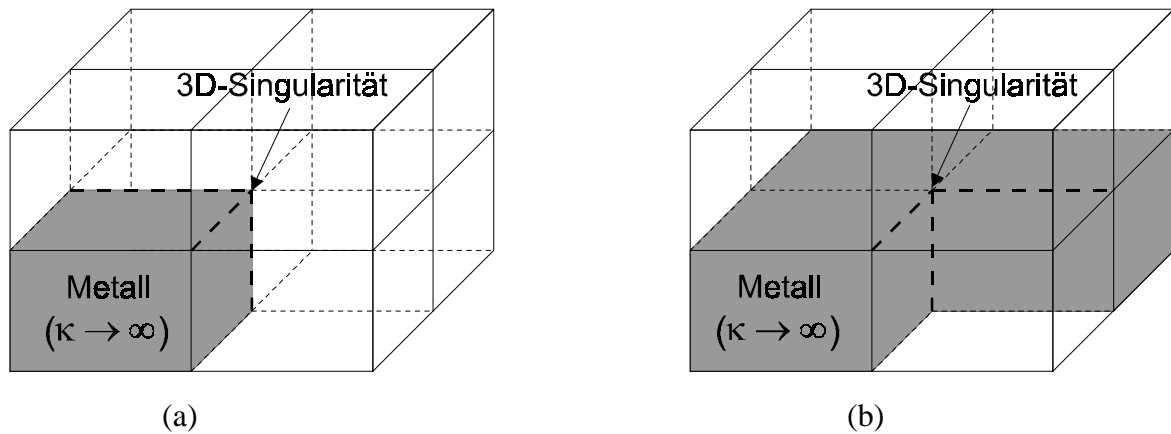


Bild 5.8: Allgemeine Eckenkonfigurationen: (a) spitze Ecke (b) stumpfe Ecke

Die in Bild 5.9 und Bild 5.10 dargestellten Strukturen dienen zur Berechnung der Singularitätsfaktoren der spitzen und stumpfen Ecken. Da der Fall mit unendlich dünner Metallisierung in [54] untersucht wurde, werden hier nur die Ecken mit endlich dicker Metallisierung behandelt. Die Anordnung besteht aus einem rechteckigen, metallischen Innenleiter, der von einer elektrischen Wand umgeben ist, um die Struktur räumlich zu begrenzen. Der Raum zwischen Innen- und Außenleiter wird mit zwei unterschiedlichen Dielektrika gefüllt.

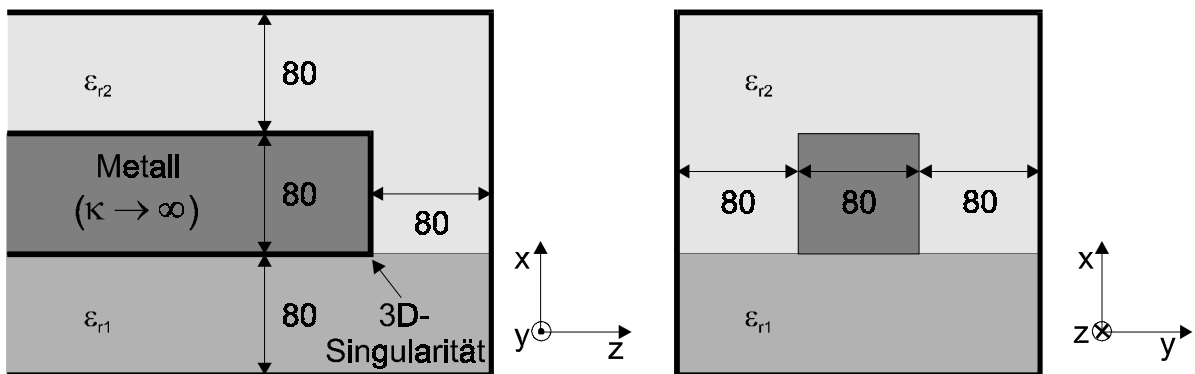


Bild 5.9: Längsschnitt (links) und Querschnitt (rechts) im Leiterbereich der spitzen Ecke (Dimensionen in  $\mu\text{m}$ )

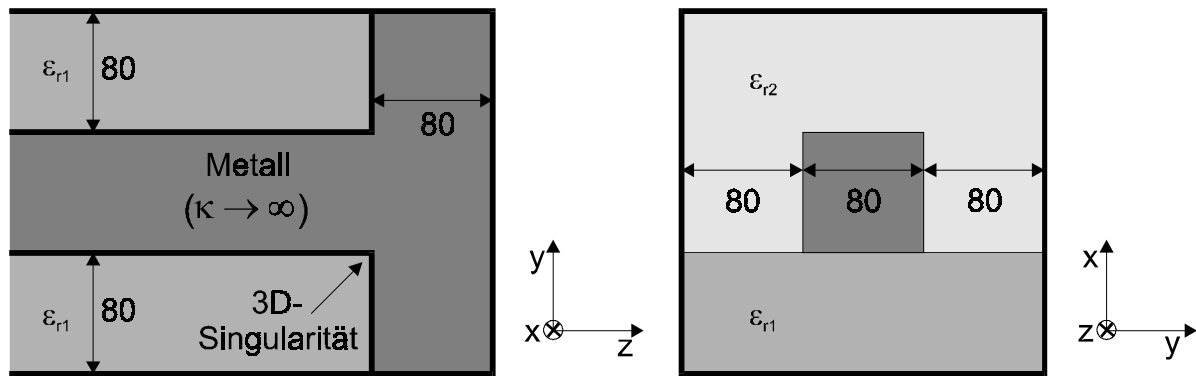


Bild 5.10: Längsschnitt (links) und Querschnitt (rechts) im Leiterbereich der stumpfen Ecke (Dimensionen in  $\mu\text{m}$ )

Durch die sukzessive Gitterverfeinerung wird ein sehr genaues Ergebnis erzielt. Die Genauigkeit läßt sich durch Vergleich mit der analytischen Formulierung im 2D-Fall überprüfen. Sie liegt bei allen Ergebnissen unter 1%.

In einem zweiten Schritt wird die Änderung der Eckensingularität in Abhängigkeit der Materialparameter der Umgebung untersucht. Da bei MMICs  $\mu_r$  immer gleich 1 ist, braucht man nur die Werte  $\epsilon_{r1}$  und  $\epsilon_{r2}$  zu variieren (siehe Bild 5.9 und Bild 5.10). Es ist ausreichend, eine genügend große Anzahl von Singularitätsfaktoren zu berechnen, um dann genaue Approximationsfunktionen für eine kontinuierliche Parametervariation zu erzielen.

Die Anordnungen werden nichtäquidistant diskretisiert (graded mesh). Der Abstand der benachbarten Gitterpunkte vergrößert sich mit dem Faktor  $q=1.1$ , um hohe Genauigkeit zu erzielen [51]. Für jedes Paar  $(\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2})$  werden drei Berechnungen mit unterschiedlicher Diskretisierung durchgeführt. Die kleinste Schrittweite  $\Delta h_{\min}$  beträgt jeweils 0.8, 0.4 und 0.2  $\mu\text{m}$ . Als Anregung wird der Gauß-Puls verwendet. Er hat in transversaler Richtung ( $x$ - $y$ -Ebene) die Feldverteilung der Grundmode, die mit dem F2D-Programm (institutseigener 2D-Eigenwert-Solver) gewonnen wird.

Tabelle 5.1 enthält die Ergebnisse der Berechnung. Bei einer spitzen Ecke ist der elektrische Singularitätsfaktor  $v_e$  größer als der magnetische  $v_m$ . Das E-Feld hat also einen stärkeren Gradienten als das H-Feld. Umgekehrt sieht es bei der stumpfen Ecke aus. Je größer der Unterschied zwischen  $\epsilon_{r1}$  und  $\epsilon_{r2}$  ist, wobei  $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$ , desto kleiner wird  $v_e$ . Bei  $\epsilon_{r1} < \epsilon_{r2}$  steigt  $v_e$  mit zunehmender Differenz  $\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1}$ . Der magnetische Singularitätsfaktor hängt nicht von der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  ab. Da die relative Permeabilität  $\mu_r$  nicht verändert wird, bleibt er konstant. Die Untersuchungen haben außerdem gezeigt, daß die elektrischen Singularitätsfaktoren nicht von den absoluten Werten der relativen Permittivitäten  $\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$ , sondern wie im 2D-Fall vom Verhältnis  $\frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$  abhängen.

Tabelle 5.1: FDTD-Ergebnisse der Singularitätsfaktoren für die Eckenkonfigurationen in Bild 5.9 und Bild 5.10 (Metallisierungsdicke  $t > 0$ ,  $\mu_r=1$ )

$\epsilon_{r1}$	$\epsilon_{r2}$	$\frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$	spitze Ecke		stumpfe Ecke	
			elektrisch $V_e$	magnetisch $V_m$	elektrisch $V_e$	magnetisch $V_m$
20	1	0.90476	0.23	0.819	0.889	0.593
12.9	1	0.85612	0.238	0.819	0.892	0.593
7.5	1	0.76471	0.253	0.819	0.898	0.593
3.5	1	0.55556	0.289	0.819	0.911	0.593
1	1	0	0.391	0.819	0.944	0.593
1	3.5	-0.55556	0.511	0.819	0.976	0.593
1	12.9	-0.85612	0.591	0.819	0.992	0.593

Um die Singularitätsfaktoren für beliebige Werte  $\epsilon_{r1}$ ,  $\epsilon_{r2}$  bestimmen zu können, werden die FDTD-Ergebnisse durch empirische Funktionen approximiert. Bild 5.11 stellt die Approximationsfunktionen in Abhängigkeit von  $\frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$  dar. Der elektrische Singularitätsfaktor  $v_e$  der spitzen Ecke

(Bild 5.9) wird durch die Funktion

$$y(x) = 0.391 - 0.205x + 0.031x^2, \quad \text{mit } x = \frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}, \quad (5.16)$$

$v_e$  der stumpfen Ecke (Bild 5.10) durch die Funktion

$$y(x) = 0.944 - 0.058x - 0.003x^2, \quad \text{mit } x = \frac{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \quad (5.17)$$

genähert. Die Abweichung zwischen den Funktionswerten und FDTD-Ergebnissen liegt unter 1%.

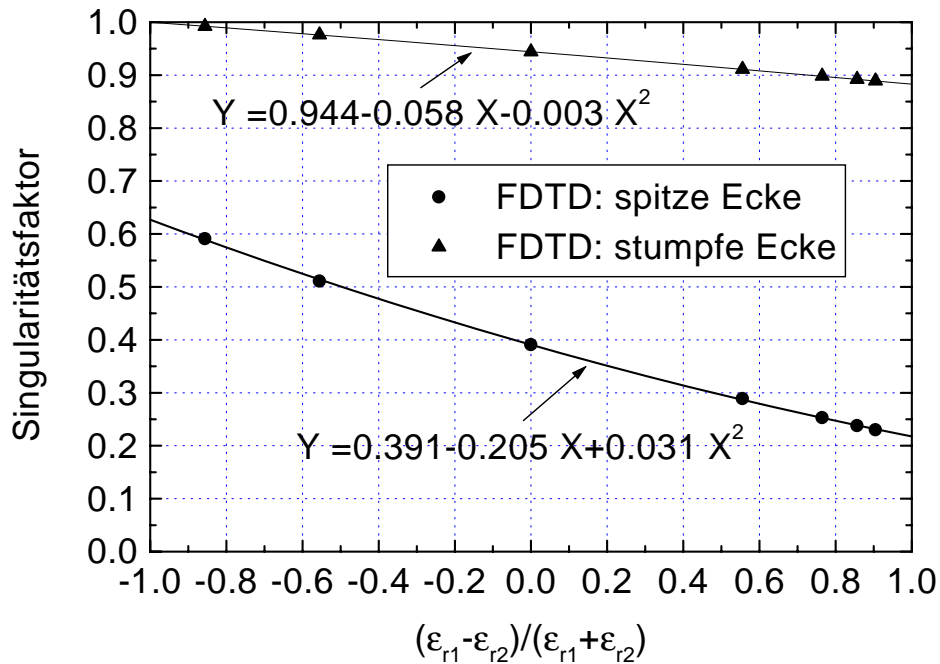


Bild 5.11: Approximation der elektrischen Singularitätsfaktoren durch Polynomfunktionen 2. Ordnung (für Eckenkonfigurationen in Bild 5.9 und Bild 5.10)

Die Singularitätsfaktoren von Ecken mit unendlich dünner Metallisierung hängen nicht von den Materialparametern  $\epsilon_r, \mu_r$  ab [54]. Sie sind in Tabelle 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.2: Singularitätsfaktoren für Ecken mit unendlich dünner Metallisierung

spitze Ecke		stumpfe Ecke	
elektrisch	magnetisch	elektrisch	magnetisch
0.297	0.816	0.816	0.297

Aus den Singularitätsfaktoren lassen sich dann die dazugehörigen Korrekturfaktoren wie im folgenden Abschnitt beschrieben berechnen.

### 5.3.2 Bestimmung der Korrekturfaktoren

Die Korrekturfaktoren lassen sich aus den bekannten Singularitätsfaktoren berechnen. Für das Liniintegral ergibt sich die gleiche Formel wie im 2D-Fall, nämlich:  $K_{LI} = \frac{1}{\sqrt{2^{1-\nu}}}$ . Beim Flächenintegral kann man die Feldverteilungsfunktion nicht mehr so einfach bestimmen, da die zu integrierende Fläche im allgemeinen Fall an mehrere Singularitäten grenzt. Der Korrekturfaktor hängt daher von der Position der Integralfläche ab.

### Integralfäche grenzt an eine Ecke und zwei Kanten

Bild 5.12 zeigt die zu untersuchende Konfiguration. Sie tritt bei einer stumpfen Ecke auf. Das Feld  $F_z(x, y)$  wird singularär mit dem Verhalten  $F_z(x, y) \sim r^{v_E-1}$  an der Ecke, d.h. für  $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 0$ . An den Kanten, also für  $x \rightarrow 0$  bzw.  $y \rightarrow 0$  ist es proportional zu  $x^{v_K-1}$  bzw.  $y^{v_K-1}$ . Der Singularitätsfaktor der Ecke wird als  $v_E$  und der der Kanten als  $v_K$  bezeichnet.

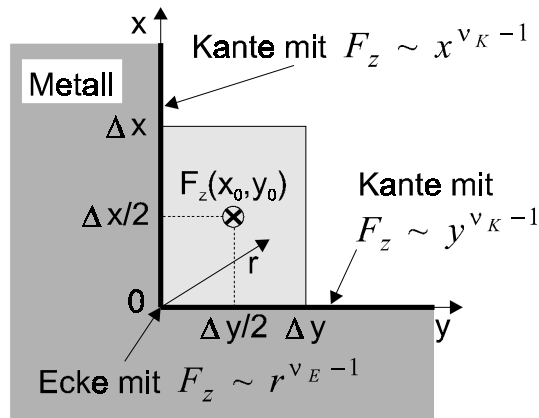


Bild 5.12: Integralfäche grenzt an eine Ecke und zwei Kanten

Die Funktion  $F_z(x, y)$  muß also folgende Eigenschaften aufweisen:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0, 0 < y \leq \Delta y} F_z &\sim x^{v_K-1} \\ \lim_{0 < x \leq \Delta x, y \rightarrow 0} F_z &\sim y^{v_K-1} \\ \lim_{x=y=\frac{r}{\sqrt{2}}, r=\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow 0} F_z &\sim r^{v_E-1} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Ansatz  $F_z \sim x^{v_1-1} y^{v_2-1} \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_2-1}$  liefert:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0, y = \text{const}} F_z &\sim x^{v_1-1} y^{v_2-1} \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_2-1} \sim x^{v_1-1} \\ \lim_{x = \text{const}, y \rightarrow 0} F_z &\sim x^{v_1-1} y^{v_2-1} \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_2-1} \sim y^{v_2-1} \\ \lim_{x=y=\frac{r}{\sqrt{2}}, r \rightarrow 0} F_z &\sim \left( \frac{r}{\sqrt{2}} \right)^{v_1-1} \left( \frac{r}{\sqrt{2}} \right)^{v_2-1} r^{v_2-1} \sim r^{2v_1+v_2-3} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Durch Vergleich der Ausdrücke (5.18) und (5.19) erhält man:

$$v_1 = v_K \text{ und } v_2 = v_E - 2v_K + 2 \quad (5.20)$$

Das Feldverhalten läßt sich somit durch die Singularitätsfaktoren der Ecke und Kante ausdrücken:

$$F_z(x, y) = \frac{F_z(x_0, y_0)}{x_0^{v_K-1} y_0^{v_K-1} \left( \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \right)^{v_E - 2v_K + 1}} x^{v_K-1} y^{v_K-1} \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_E - 2v_K + 1} \quad (5.21)$$

Um den Korrekturfaktor zu bestimmen, muß das folgende Flächenintegral ausgewertet werden:

$$FI = \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta x} F_z(x, y) dx dy = K_{FI} F_z(x_0, y_0) \Delta x \Delta y \quad (5.22)$$

Der Ausdruck (5.21) wird in Gleichung (5.22) eingesetzt. Mit Hilfe der Variablensubstitution

$a = \frac{x}{\Delta x}$  und  $b = \frac{y}{\Delta y}$  läßt sich das Integral umformulieren. Für den Korrekturfaktor ergibt sich nach

einigen mathematischen Operationen:

$$\begin{aligned} K_{FI} &= \int_0^1 \int_0^1 (2a)^{v_K-1} (2b)^{v_K-1} \left( 2 \frac{\sqrt{a^2 \Delta x^2 + b^2 \Delta y^2}}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \right)^{v_E - 2v_K + 1} da db \\ &= 2^{v_E-1} \left( \sqrt{1 + \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2}} \right)^{2v_K - v_E - 1} \int_0^1 \int_0^1 a^{v_K-1} b^{v_K-1} \left( \sqrt{a^2 + b^2 \frac{\Delta y^2}{\Delta x^2}} \right)^{v_E - 2v_K + 1} da db \end{aligned} \quad (5.23)$$

Durch numerische Integration (z.B. Gauss-Quadratur-Formel) wird Gleichung (5.23) gelöst. Der Korrekturfaktor des Flächenintegrals im 3D-Fall hängt nicht nur von den Singularitätsfaktoren,

sondern auch vom Verhältnis der Diskretisierungsabstände  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  ab.

### Integralfäche grenzt an eine Ecke und eine Kante

Dieser Fall tritt bei einer spitzen Ecke auf. Das Feld  $F_y(x, z)$  verhält sich proportional zu  $r^{v_E-1}$

für  $r = \sqrt{x^2 + z^2} \rightarrow 0$ . Für  $x \rightarrow 0$  wird es singular mit  $F_y(x, z) \sim x^{v_K-1}$ . Die Eigenschaften des

Feldes lauten:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0, 0 < z \leq \Delta z} F_y &\sim x^{v_K-1} \\ \lim_{x=z=\frac{r}{\sqrt{2}}, r=\sqrt{x^2+z^2} \rightarrow 0} F_y &\sim r^{v_E-1} \end{aligned} \quad (5.24)$$

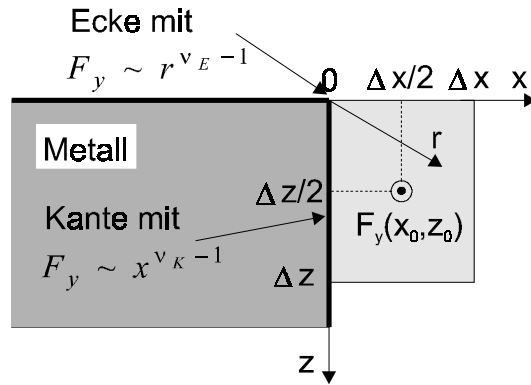


Bild 5.13: Integralfläche grenzt an eine Ecke und Kante

Der folgende Ansatz wird zur Bestimmung der Feldverteilungsfunktion verwendet:

$F_y \sim x^{v_1-1} \left( \sqrt{x^2 + z^2} \right)^{v_2-1}$ . Durch Einsetzen in die Gleichung (5.24) lassen sich die Faktoren  $v_1$  und  $v_2$  berechnen. Daraus ergibt sich die Feldverteilungsfunktion in Abhängigkeit der Singularitätsfaktoren der Kante und der Ecke:

$$F_y(x, z) = \frac{F_y(x_0, z_0)}{x_0^{v_K-1} \left( \sqrt{x_0^2 + z_0^2} \right)^{v_E-v_K}} x^{v_K-1} \left( \sqrt{x^2 + z^2} \right)^{v_E-v_K} \quad (5.25)$$

Um den Korrekturfaktor zu bestimmen, wird die Funktion (5.25) über die Fläche  $\Delta x \Delta z$  integriert (Bild 5.13):

$$FI = \int_0^{\Delta z} \int_0^{\Delta x} F_y(x, z) dx dz = K_{FI} F_y(x_0, z_0) \Delta x \Delta z$$

Mit Hilfe der Variablensubstitution  $a = \frac{x}{\Delta x}$  und  $b = \frac{z}{\Delta z}$  erhält man das folgende Ergebnis für den

Korrekturfaktor:

$$K_{FI} = 2^{v_E-1} \left( \sqrt{1 + \frac{\Delta z^2}{\Delta x^2}} \right)^{v_K-v_E} \int_0^1 \int_0^1 a^{v_K-1} \left( \sqrt{a^2 + b^2 \frac{\Delta z^2}{\Delta x^2}} \right)^{v_E-v_K} da db \quad (5.26)$$

### Integralfläche grenzt an zwei Ecken und eine Kante

Bild 5.14 stellt die Geometrie dieser Ecke graphisch dar. Die Konfiguration tritt auf, wenn die Metallisierungsdicke mit nur einem einzigen Quader modelliert wird.

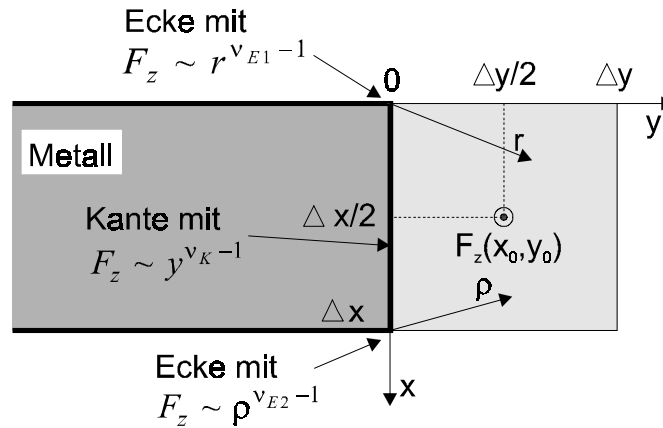


Bild 5.14: Integralfläche grenzt an zwei Ecken und eine Kante

Das Feld verhält sich proportional zu  $y^{v_K-1}$  entlang der Kante für  $y \rightarrow 0$ . Wenn es sich den Ecken annähert, dann wird es unendlich mit  $r^{v_{E1}-1}$  (bei der oberen Ecke) bzw. mit  $\rho^{v_{E2}-1}$  (bei der unteren Ecke). Das Verhalten lässt sich mathematisch wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned}
 \lim_{0 < x < \Delta x, y \rightarrow 0} F_z &\sim y^{v_K-1} \\
 \lim_{x=y=\frac{r}{\sqrt{2}}, r=\sqrt{x^2+y^2} \rightarrow 0} F_z &\sim r^{v_{E1}-1} \\
 \lim_{\Delta x-x=y=\frac{\rho}{\sqrt{2}}, \rho=\sqrt{(\Delta x-x)^2+y^2} \rightarrow 0} F_z &\sim \rho^{v_{E2}-1}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Durch Einsetzen des Ansatzes

$$F_z \sim y^{v_1-1} \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_2-1} \left( \sqrt{(\Delta x - x)^2 + y^2} \right)^{v_3-1}$$

in Gl. (5.27) wird die Verteilungsfunktion des Feldes bestimmt. Sie lautet:

$$\begin{aligned}
 F_z(x, y) &= \frac{F_z(x_0, y_0)}{y_0^{v_K-1} \left( \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \right)^{v_{E1}+v_{E2}-2v_K}} y^{v_K-1} \\
 &\cdot \left( \sqrt{x^2 + y^2} \right)^{v_{E1}-v_K} \left( \sqrt{(\Delta x - x)^2 + y^2} \right)^{v_{E2}-v_K}
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

Die Auswertung des Flächenintegrals

$$FI = \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta x} F_z(x, y) dx dy = K_{FI} F_z(x_0, y_0) \Delta x \Delta y$$

ergibt den Korrekturfaktor:

$$K_{FI} = 2^{v_{E1}+v_{E2}-v_K-1} \left( \sqrt{1 + \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}} \right)^{2v_K-v_{E1}-v_{E2}} \quad (5.29)$$

$$\cdot \int_0^1 \int_0^1 a^{v_K-1} \left( \sqrt{a^2 + b^2 \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}} \right)^{v_{E1}-v_K} \left( \sqrt{a^2 + (1-b)^2 \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}} \right)^{v_{E2}-v_K}$$

Bei konstantem  $\mu_r$  sind die beiden magnetischen Singularitätsfaktoren  $v_{E1}$  und  $v_{E2}$  identisch.

### Integralfläche grenzt an eine Ecke

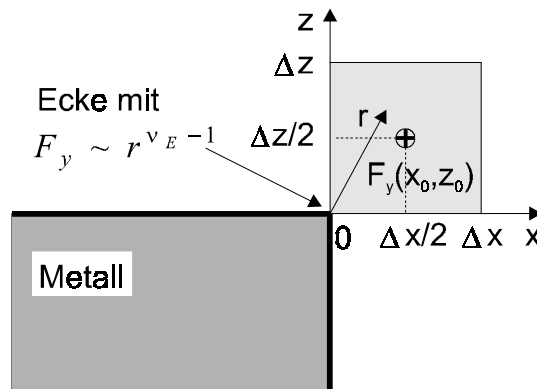


Bild 5.15: Integralfläche grenzt an eine Ecke

Die letzte Konfiguration zeigt die Integralfläche, die an eine Eckensingularität angrenzt (Bild 5.15). Das Feld zeigt folgendes Verhalten:

$$\lim_{x=z=\frac{r}{\sqrt{2}}, r=\sqrt{x^2+z^2} \rightarrow 0} F_y \sim r^{v_E-1} \quad (5.30)$$

Daraus ergibt sich die Feldverteilungsfunktion:

$$F_y(x, z) = \frac{F_y(x_0, z_0)}{\left( \sqrt{x_0^2 + z_0^2} \right)^{v_E-1}} \left( \sqrt{x^2 + z^2} \right)^{v_E-1} \quad (5.31)$$

Durch Lösen des Flächenintegrals

$$FI = \int_0^{\Delta z} \int_0^{\Delta x} F_y(x, z) dx dz = K_{FI} F_y(x_0, z_0) \Delta x \Delta z$$

erhält man den Korrekturfaktor:

$$K_{FI} = 2^{v_E-1} \left( \sqrt{1 + \frac{\Delta z^2}{\Delta x^2}} \right)^{1-v_E} \int_0^1 \int_0^1 \left( \sqrt{a^2 + b^2 \frac{\Delta z^2}{\Delta x^2}} \right)^{v_E-1} da db \quad (5.32)$$

## 5.4 Simulationsergebnisse

Die so gewonnenen Korrekturfaktoren können nun in den FDTD-Algorithmus implementiert werden. Die Verifizierung des vorgestellten Ansatzes erfolgt durch Berechnungen von 2D- und 3D-Strukturen. Alle Metalle sind idealleitend. Substratverluste werden nicht berücksichtigt. Die Anordnungen werden ohne und mit Korrektur berechnet. Ersterer Fall entspricht der konventionellen FDTD-Methode. Bei der Simulation mit Korrektur werden die Feldsingularitäten berücksichtigt. Um die Konvergenz des neuen Verfahrens (Fall mit Korrektur) zu überprüfen, wird die Diskretisierung sukzessiv verfeinert und damit das Ergebnis für Gitterabstand  $\Delta h \rightarrow 0$  extrapoliert.

Bei der Simulation mit Korrektur werden im ersten Schritt die Singularitätsfaktoren bestimmt. Für den 2D-Fall verwendet man dazu die Meixner-Formeln (5.8), (5.9). Für den 3D-Fall werden die Singularitätsfaktoren mit Hilfe der FDTD-Methode ermittelt (siehe Abschnitt 5.3.1). Diese zeitaufwendige Aufgabe muß jedoch nur einmal durchgeführt. Die Werte lassen sich dann automatisch generieren. Im zweiten Schritt werden die Korrekturfaktoren, die von den Singularitätsfaktoren und den Diskretisierungsabständen abhängen, berechnet. Danach kann die elektromagnetische Simulation erfolgen.

### 5.4.1 Die längshomogene koplanare Leitung

Als zweidimensionale Struktur dient die längshomogene CPW-Leitung (Bild 5.16) zur Verifizierung der 2D-Singularitäten. Die Metallisierungsdicke wird sowohl unendlich dünn als auch mit  $t=3\mu\text{m}$  modelliert. Substratmaterial ist GaAs mit  $\epsilon_r=12.9$ .

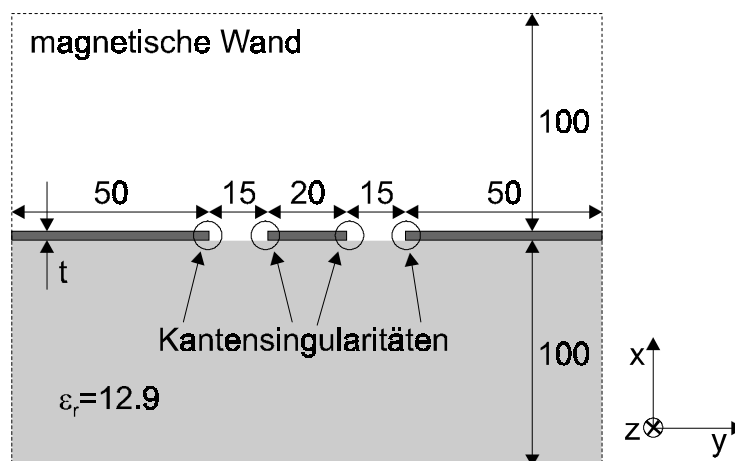


Bild 5.16: Untersuchte koplanare Leitung (Abmessungen in  $\mu\text{m}$ )

In beiden Anordnungen wird der Wellenwiderstand bei  $f=100\text{GHz}$  berechnet. Er wird durch das Verhältnis zwischen Spannung und Strom auf der Leitung gebildet. Beide Größen sind aufgrund der geringen Querschnittsabmessungen auch bei 100 GHz noch hinreichend genau definiert.

### 5.4.1.1 Unendlich dünne Metallisierung ( $t=0$ )

Der Singularitätsfaktor der unendlich dünnen Kante ist sowohl für das elektrische als auch das magnetische Feld gleich und lautet 0.5 (unabhängig von Materialparametern  $\epsilon_r$ ,  $\mu_r$ , siehe Gl. (5.8), (5.9)). Daraus ergeben sich mit Hilfe von Gl. (5.13), (5.15) die Korrekturfaktoren für die elektrischen Linienintegrale und magnetischen Flächenintegrale  $CLE=CFM=1.4142$ .

Bild 5.17 zeigt den berechneten Wellenwiderstand in Abhängigkeit der kleinsten Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h_{\min}$ . Da das konventionelle FD-Verfahren für den Grenzwert  $\Delta h \rightarrow 0$  bei äquidistanter Diskretisierung das exakte Ergebnis liefert, kann man hier den approximierten Wellenwiderstand  $Z(\Delta h_{\min} \rightarrow 0) = 53.19 \Omega$ , der mit Standard-FDTD gewonnen wird, als Referenzwert heranziehen. Zum Vergleich wurde mit dem Mode-Matching-Verfahren [67] ein Wellenwiderstandswert von  $53.44 \Omega$  berechnet. Die Abweichung liegt unter 0.5% und damit im Rahmen der Unsicherheit der Mode-Matching-Resultate. Die Kurven ohne und mit Korrektur streben beide für  $\Delta h_{\min} \rightarrow 0$  gegen den gleichen Wert, was die Konvergenz des neuen Verfahrens unter Beweis stellt. Mit Korrektur erhält man schon bei sehr grober Diskretisierung ( $\Delta h_{\min} = 3 \mu\text{m}$ ) ein genaues Ergebnis, das ohne Korrektur erst bei sehr feiner Diskretisierung ( $\Delta h_{\min} = 0.5 \mu\text{m}$ ) erzielt werden kann. Für gleiche Genauigkeit bei beiden Methoden kann beim neuen Ansatz die CPU-Zeit etwa um den Faktor 30 reduziert werden. Diese Zahl ergibt sich aus der Reduzierung des Speicherbedarfs um den Faktor 5 und des Zeitschrittes um den Faktor 6.

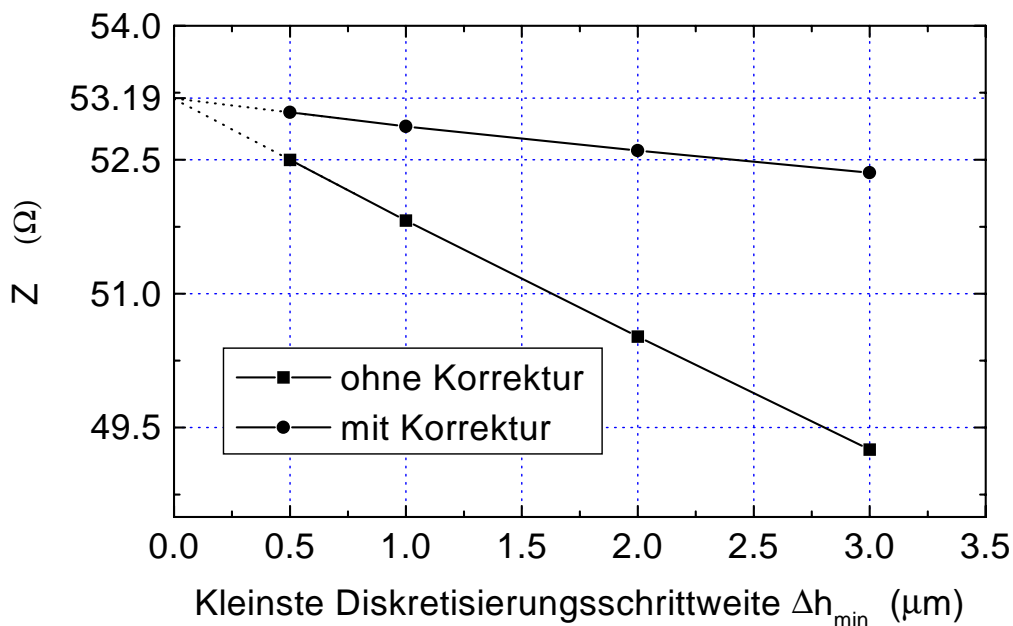


Bild 5.17: Der Wellenwiderstand der CPW-Leitung (Geometrie siehe Bild 5.16) bei  $f=100$  GHz für Metallisierungsdicke  $t=0$

### 5.4.1.2 Endliche Metallisierungsdicke ( $t=3\mu\text{m}$ )

Diese Struktur unterscheidet sich von der mit  $t=0$  dadurch, daß sie zwei  $90^\circ$ -Kanten enthält, die verschiedene elektrische Singularitäten aufweisen. Die obere Leiterkante in Bild 5.16 liegt vollkommen im Vakuum ( $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=1$ ) und hat den elektrischen Singularitätsfaktor  $v_e=2/3$  (siehe Gl. (5.8)). Die untere Leiterkante befindet sich auf der Substratoberfläche ( $\epsilon_{r1}=12.9$ ,  $\epsilon_{r2}=1$ ) und hat  $v_e=0.52292$ . Die magnetischen Singularitätsfaktoren bleiben für beide Ecken gleich und lauten  $v_m=2/3$  (siehe Gl. (5.9)). Daraus ergeben sich die Korrekturfaktoren für die obere Kante:  $CLE=CFM=1.19055$  und für die untere Kante:  $CLE=1.3739$ ,  $CFM=1.9055$  (siehe Gl. (5.13), (5.15)).

Der berechnete Wellenwiderstand bei  $f=100\text{GHz}$  in Abhängigkeit von  $\Delta h_{\min}$  ist in Bild 5.18 dargestellt. Der Vergleich zwischen der Simulation ohne und mit Korrektur ergibt eine signifikante Genauigkeitsverbesserung der neuen Methode. Eine lineare Approximation des exakten Wertes läßt sich hier nicht durchführen, da aufgrund des verschiedenen Singularitätsverhaltens an den Kanten die Kurven nicht exakt linear verlaufen.

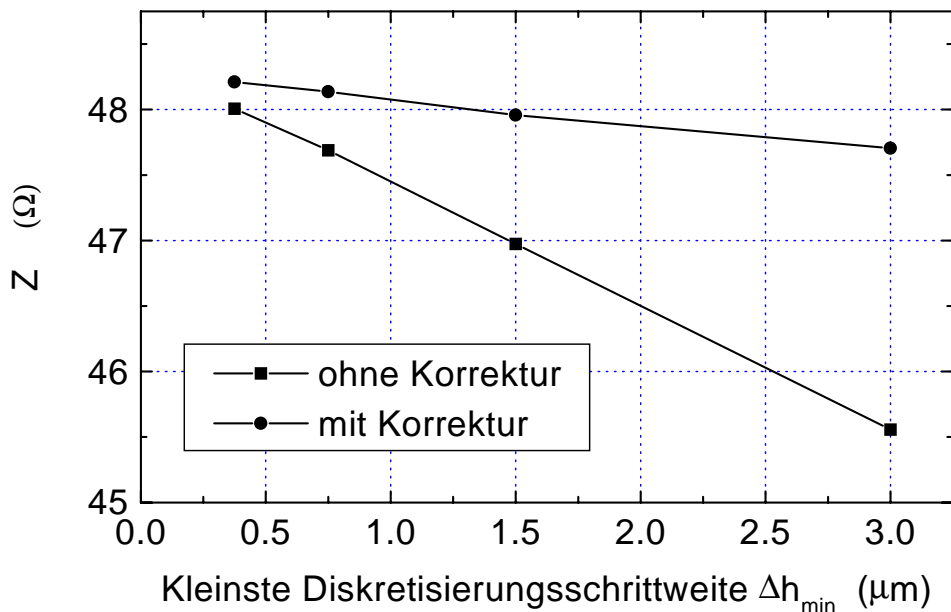


Bild 5.18: Der Wellenwiderstand der CPW-Leitung (Geometrie siehe Bild 5.16) bei  $f=100\text{GHz}$  für endliche Metallisierungsdicke  $t=3\mu\text{m}$

Durch Berücksichtigung der endlichen Leiterdicke ( $t=3\mu\text{m}$ ) wird die reale CPW-Struktur genauer modelliert. Der Wellenwiderstand reduziert sich ca. um 9% (siehe auch Bild 5.17 zum Vergleich). Die Phasenkonstante verringert sich ebenfalls. Der Grund liegt darin, daß die Leitungsinduktivität stärker abnimmt als die Leitungskapazität zunimmt. Die zusätzliche Kapazität im Schlitz ( $\epsilon_r=1$ ) fällt wegen des hohen Kapazitätsanteils im Substrat ( $\epsilon_r \gg 1$ ) nur gering ins Gewicht.

## 5.4.2 3D-Teststrukturen

Die Simulation von 3D-Teststrukturen soll den Ansatz zur Einbindung von 3D-Singularitäten verifizieren. Untersucht werden spitze und stumpfe metallische Ecken. Die Metallisierung wird sowohl unendlich dünn als auch endlich dick modelliert. Bei den Fällen mit endlich dicker Metallisierung wird das Dielektrikum berücksichtigt. Alle Strukturen haben eine elektrische Wand als Randbedingung. Die spitze Ecke tritt z.B. bei einem Leerlauf, die stumpfe Ecke bei einem Kurzschluß der koplanaren Leitung auf. Berechnet wird die Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  in Abhängigkeit der kleinsten Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h_{\min}$ , wobei  $\Delta h_{\min}=\Delta x_{\min}=\Delta y_{\min}=\Delta z_{\min}$  gilt. Der Betrag des Reflexionsfaktors ist notwendigerweise gleich 1, da es sich um geschlossene, verlustlose Struktur handelt. Durch Vergleich zwischen der Simulation ohne und mit Korrektur können die Konvergenz und die Verbesserung der Genauigkeit überprüft werden. Es wird zwischen 2D- und 3D-Korrektur unterschieden. Bei der 2D-Korrektur wird die Eckensingularität durch die Kantensingularität ersetzt. Die 2D-Korrektur modelliert also nicht den realen Feldverlauf an der Ecke. Die 3D-Korrektur berücksichtigt sowohl die Kanten- als auch die Eckensingularität. Diese Unterscheidung soll klären, welche Verbesserung bei Berücksichtigung der Eckensingularität zu erzielen ist.

### 5.4.2.1 Unendlich dünne Metallisierung ( $t=0$ )

#### Spitze Ecke

Bild 5.19 stellt die untersuchte Struktur dar. Der unendliche dünne Mittelleiter befindet sich im Vakuum und wird von elektrischen Wänden umschlossen. Die Kante hat einen Singularitätsfaktor von 0.5 für magnetische und elektrische Felder. Die Ecke weist folgende Singularitätsfaktoren auf:  $v_e=0.297$ ,  $v_m=0.816$ . An den Werten kann man erkennen, daß sich das elektrische Feld an einer spitzen Ecke singulärer als das magnetische Feld verhält.

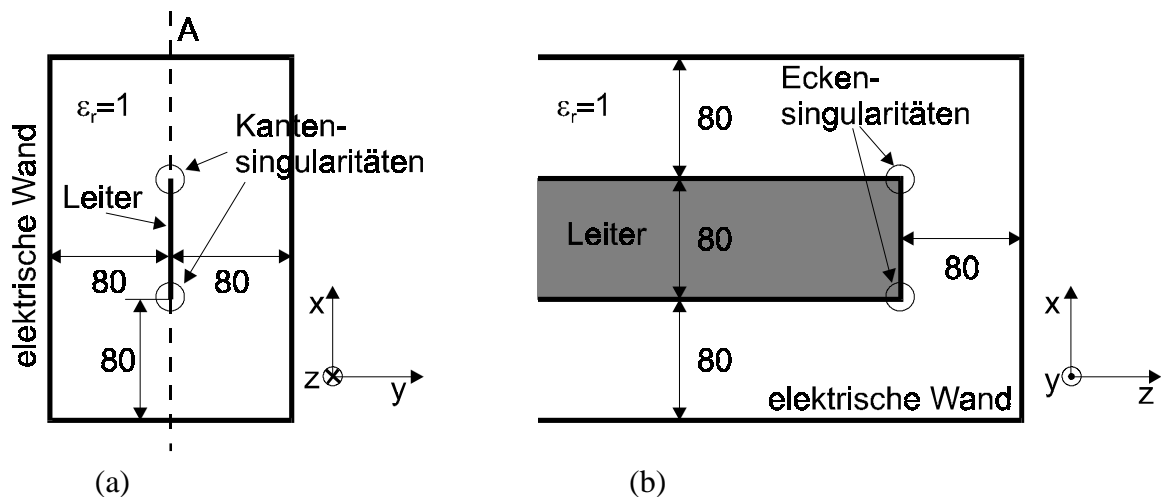


Bild 5.19: Koplanarer Leerlauf zur Untersuchung einer spitzen Ecke bei unendlich dünner Metallisierung: (a) Vorderansicht, (b) Längsschnitt durch A (Abmessungen in µm)

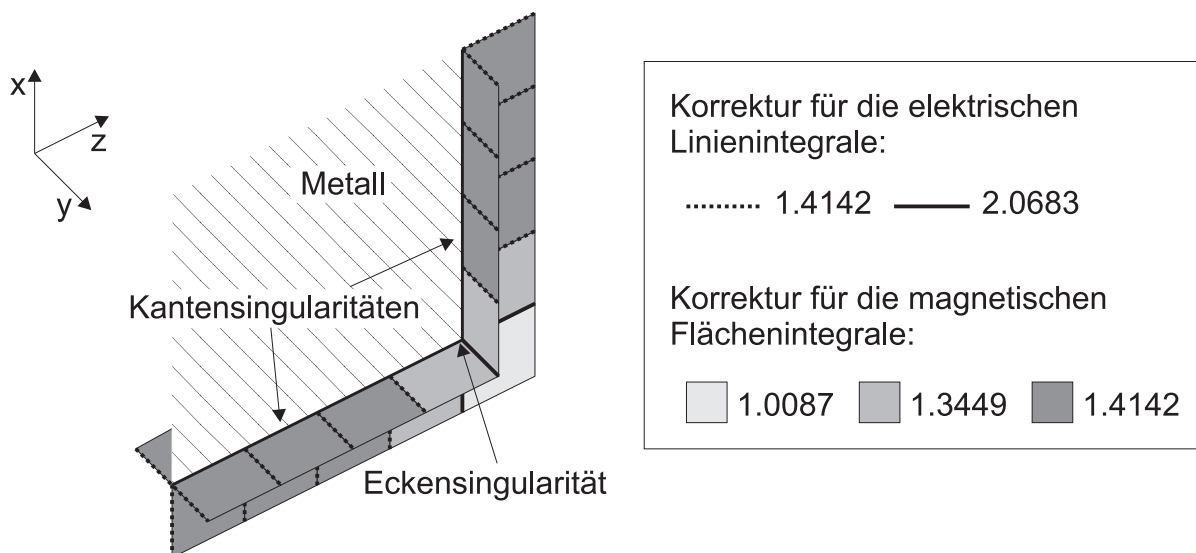


Bild 5.20: Beschreibung der Korrektur für die spitze Ecke aus Bild 5.19

Die Korrekturfaktoren werden in Bild 5.20 ausführlich dargestellt. Die Linien kennzeichnen die Korrektur der elektrischen Linienintegrale, die Flächen die Korrektur der magnetischen Flächenintegrale. Aufgrund der höheren Feldkonzentration hat das elektrische Feld an der Ecke eine größere Singularität als an der Kante. Infolgedessen nimmt die Korrektur des elektrischen Feldes zur Ecke hin zu. Das magnetische Feld nimmt gemäß dem Stromfluß zur Ecke hin ab und wird schwächer korrigiert.

In Bild 5.21 sind die zugehörigen Simulationsergebnisse zu sehen. Die Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  ist über der Schrittweite  $\Delta h_{\min}$  aufgetragen. Die Simulation ohne und mit 3D-Korrektur ergibt den gleichen Wert für  $\Delta h_{\min} \rightarrow 0$ . Die Konvergenz ist also gewährleistet. Die Verbesserung der Phasengenauigkeit bei 3D-Korrektur gegenüber dem Fall ohne Korrektur und mit 2D-Korrektur ist klar zu erkennen. Bei einem idealen Leerlauf ist die Phase gleich 0. Bei einem

realen Leerlauf jedoch verursacht das Streufeld eine Phasenverschiebung, die in Bild 5.21 zu sehen ist. Wegen der Verlustlosigkeit ist der Betrag des Reflexionsfaktors immer gleich 1 und wird deshalb nicht weiter betrachtet.

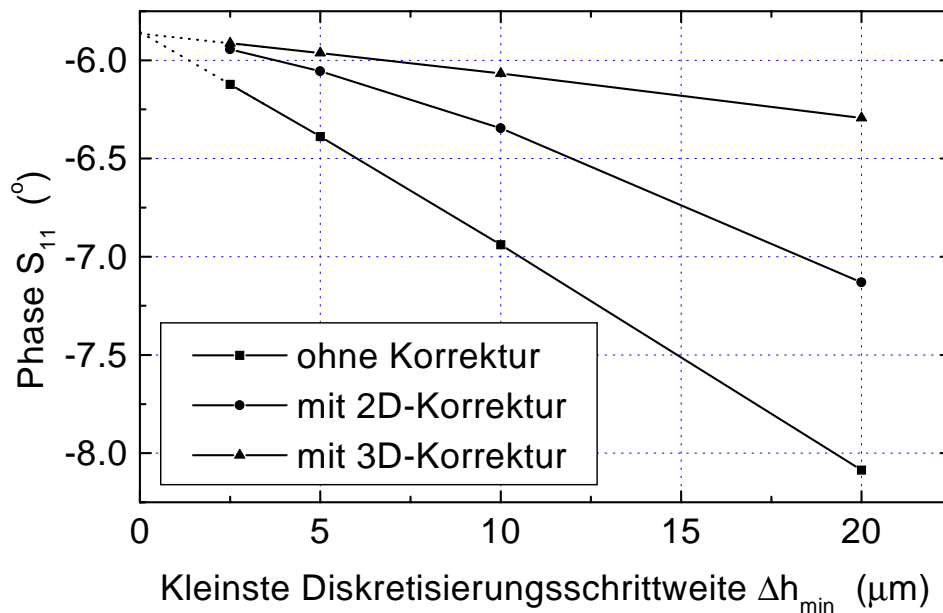


Bild 5.21: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.19)

### Stumpfe Ecke

Um die stumpfe Ecke zu untersuchen, wird eine koplanare Kurzschlußleitung berechnet (Bild 5.22). Der Singularitätsfaktor der Kante bleibt unverändert bei 0.5. Die Singularitätsfaktoren der Ecke lauten:  $v_e=0.816$ ,  $v_m=0.297$ . Die Felder verhalten sich bei der stumpfen Ecke also genau umgekehrt als bei der spitzen. Das magnetische Feld ist hier singulärer als das elektrische, da am Kurzschluß eine Stromkonzentration auftritt.

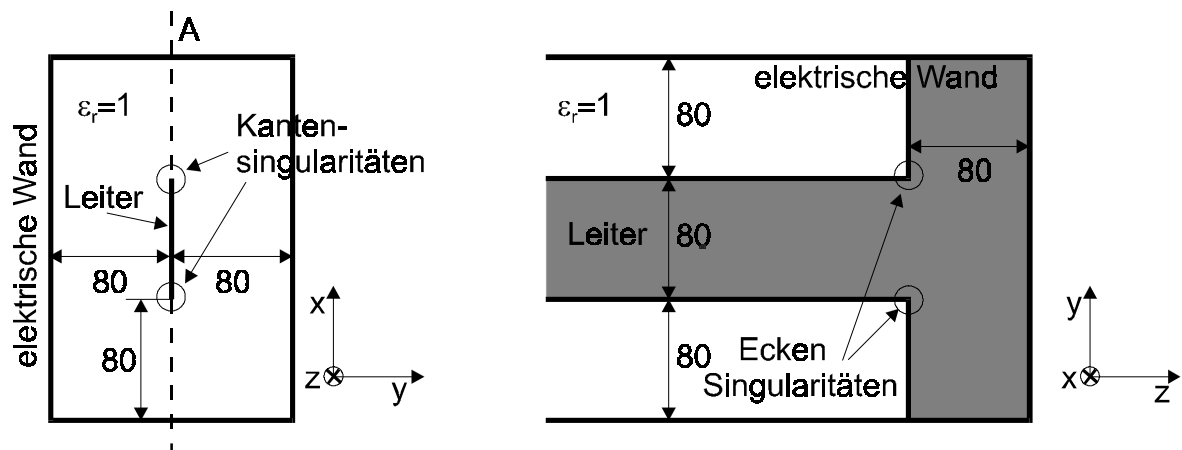


Bild 5.22: Koplanarer Kurzschluß zur Untersuchung einer stumpfen Ecke bei unendlich dünner Metallisierung: (a) Vorderansicht, (b) Längsschnitt durch A (Abmessungen in  $\mu\text{m}$ )

Bild 5.23 zeigt die ermittelten Korrekturfaktoren für die stumpfe Ecke. Die Korrektur für das elektrische Linienintegral nimmt aufgrund der geringeren elektrischen Singularität zur Ecke hin ab, während die für das magnetische Flächenintegral zunimmt.

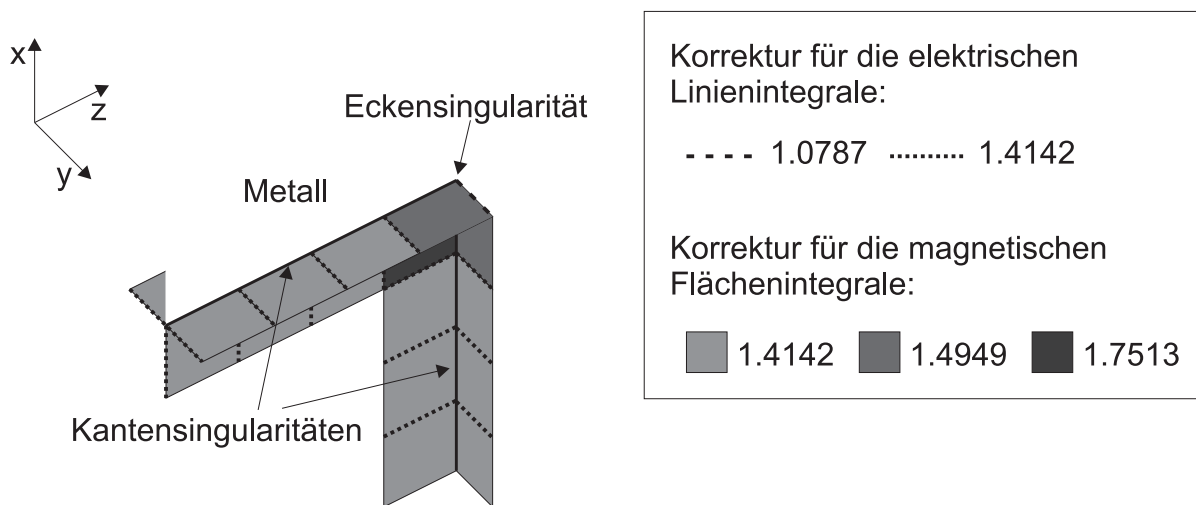


Bild 5.23: Beschreibung der Korrektur für die stumpfe Ecke aus Bild 5.22

Wie beim Leerlauf wird die Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  berechnet. Bild 5.24 vergleicht die Simulationsergebnisse, die ohne Korrektur, mit 2D- und mit 3D-Korrektur gewonnen werden. Auch hier ist wieder die Konvergenz des neuen Ansatzes erkennbar. Unter Berücksichtigung sowohl der Kanten- als auch der Eckensingularitäten läßt sich wie zu erwarten das beste Ergebnis erzielen.

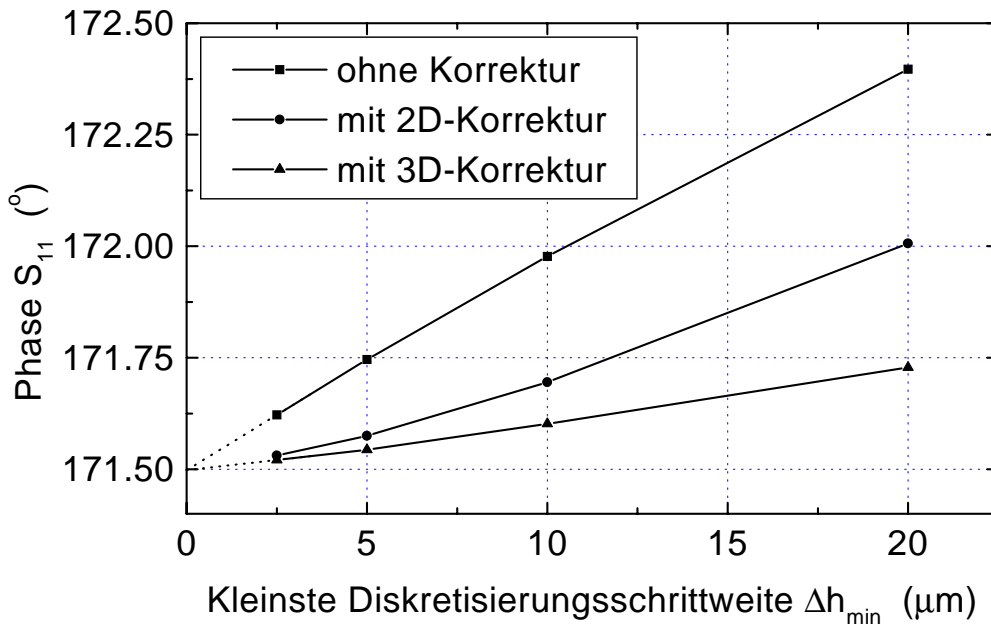


Bild 5.24: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.22)

#### 5.4.2.2 Endliche Metallisierungsdicke ( $t=80\mu\text{m}$ )

Nachfolgend werden Strukturen mit endlich dicker Metallisierung  $t=80\mu\text{m}$  betrachtet. Man kann sie auch als rechteckige Koaxialleiter bezeichnen. Der Raum zwischen Innen- und Außenleiter ist zum größeren Teil mit Luft ( $\epsilon_{r2}=1$ ) und zum restlichen Teil mit Dielektrikum der relativen Permittivität  $\epsilon_{r1}$  gefüllt (Bild 5.25 (a)). Die Simulation erfolgt für  $\epsilon_{r1}=1$  und 12.9.

#### Spitze Ecke

Der in Bild 5.25 dargestellte Leerlauf dient zur Untersuchung der  $90^\circ$ -spitzen Ecke. Das Ende des Leerlaufs enthält vier Ecken (Bild 5.25 (b)). Die beiden oberen befinden sich im Vakuum, während die unteren auf der Grenzfläche zwischen  $\epsilon_{r1}$  und  $\epsilon_{r2}$  liegen. Für den Fall  $\epsilon_{r1}=1$  haben alle Ecken den gleichen elektrischen Singularitätsfaktor  $v_e=0.391$ . Für  $\epsilon_{r1}=12.9$  nimmt der Singularitätsfaktor für die beiden unteren Ecken ab. Er beträgt  $v_e=0.238$ , d.h. das elektrische Feld wird bei dieser Konfiguration wie erwartet singulärer, je höher die relative Permittivität  $\epsilon_{r1}$  ist. Der magnetische Singularitätsfaktor bleibt konstant bei 0.819.

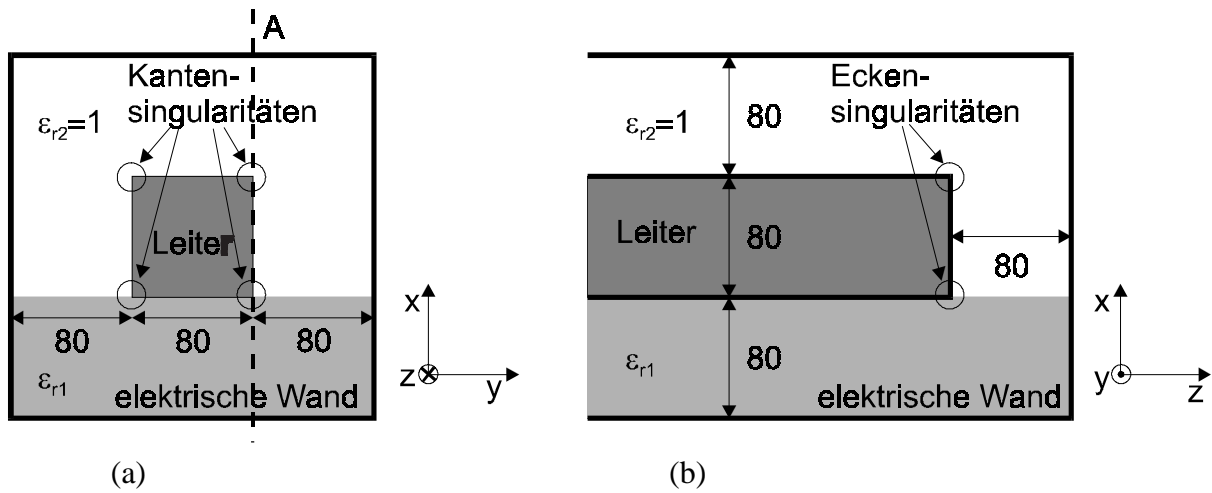


Bild 5.25: Koplanarer Leerlauf zur Untersuchung einer spitzen Ecke bei endlich dicker Metallisierung: (a) Vorderansicht, (b) Längsschnitt durch A (Abmessungen in  $\mu\text{m}$ )

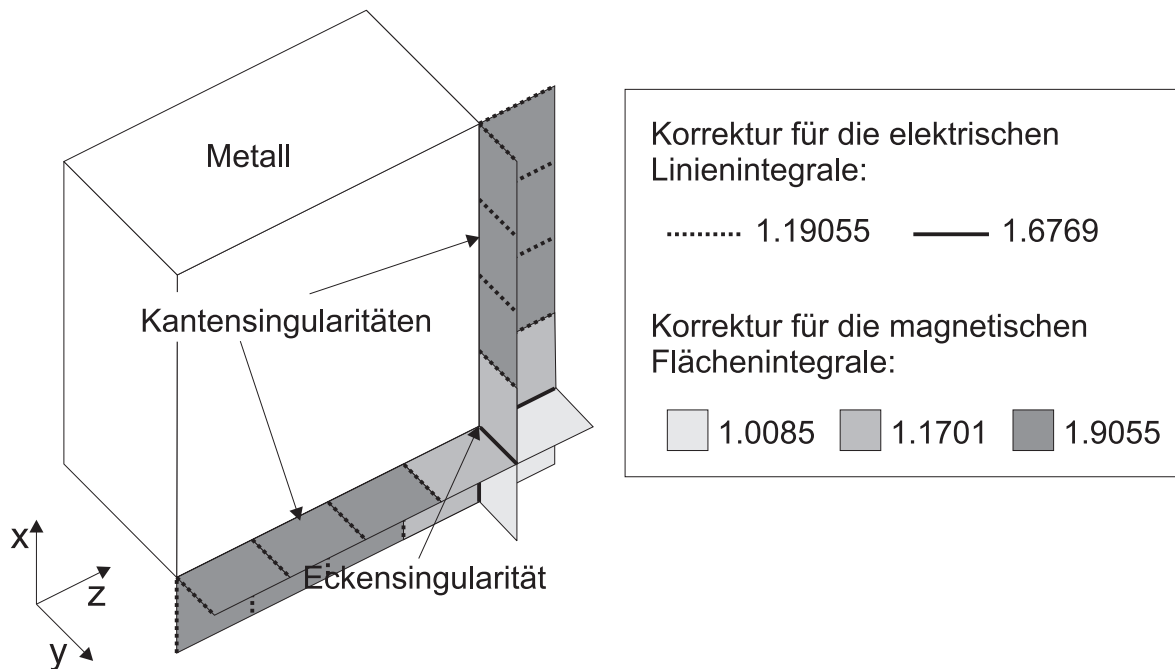


Bild 5.26: Beschreibung der Korrektur für die spitze Ecke aus Bild 5.25 mit  $\epsilon_{r1}=1$

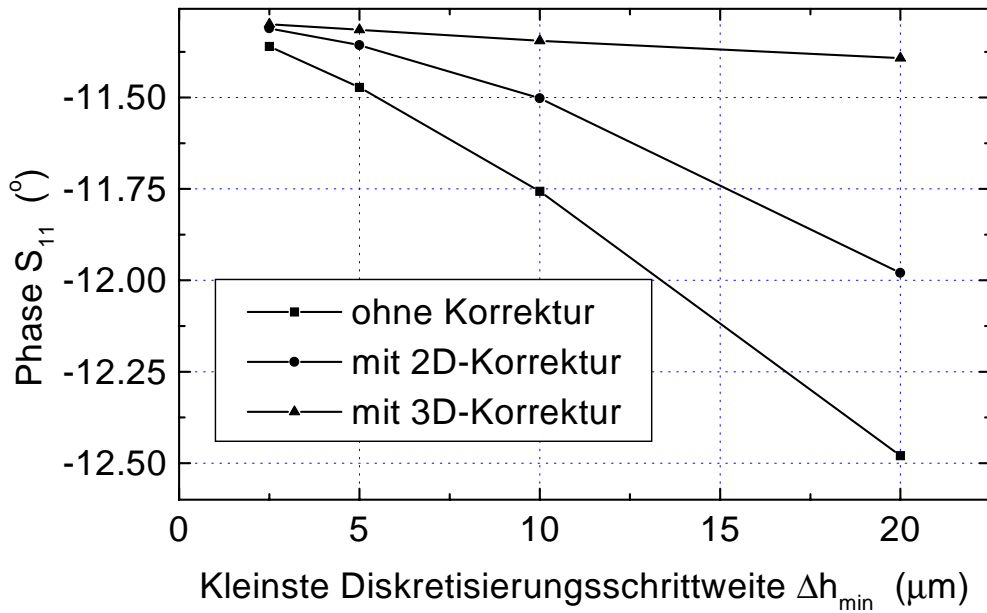


Bild 5.27: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.25 mit  $\epsilon_{r1}=1$ )

Die zugehörigen Korrekturfaktoren für den Fall  $\epsilon_{r1}=1$  sind in Bild 5.26 dargestellt. Die Ergebnisse der Berechnung des Reflexionsfaktors ( $f=100\text{GHz}$ ) für diesen Fall zeigt Bild 5.27. Mit 3D-Korrektur erhält man schon bei grober Diskretisierung einen relativ genauen Wert für die Phase  $S_{11}$ . Die Simulation für den Fall  $\epsilon_{r1}=12.9$  (siehe Bild 5.25) ergibt ein ähnliches Verhalten, wobei hier die absoluten Werte aufgrund des Dielektrikums betragsmäßig höher liegen. Außerdem unterscheiden sich die Kurvenverläufe in den beiden Fällen ( $\epsilon_{r1}=1$  und  $\epsilon_{r1}=12.9$ ), wobei der Unterschied bei der Simulation ohne Korrektur am stärksten ist. Bei  $\epsilon_{r1}=1$  ist die Kurve der Phase  $S_{11}$  (ohne Korrektur) gekrümmt, während sie beim anderen Fall fast linear verläuft. Dieser Unterschied wird dadurch verursacht, daß die Strukturen verschiedene Singularitäten enthalten. In erster Linie wird das Feldverhalten der gesamten Struktur von der Kantensingularität geprägt, da ihr räumlicher Anteil den der Eckensingularität überwiegt. Der elektrische Singularitätsfaktor der  $90^\circ$ -Kante für  $\epsilon_{r1}=12.9$  beträgt 0.523. Wenn der Wert nahe bei 0.5 liegt, verläuft die Phase  $S_{11}$  annähernd linear in Abhängigkeit der Schrittweite. Ähnliches Verhalten wurde auch in [51] beobachtet. Bei  $\epsilon_{r1}=1$  ist der Singularitätsfaktor der Kante gleich  $2/3$  und sorgt für einen gekrümmten Kurvenverlauf der Phase  $S_{11}$ . Man kann daher auch keine lineare Approximation des Ergebnisses für  $\Delta h_{\min} \rightarrow 0$  durchführen. Auf das Konvergenzverhalten wird im Abschnitt 5.5 ausführlich eingegangen.

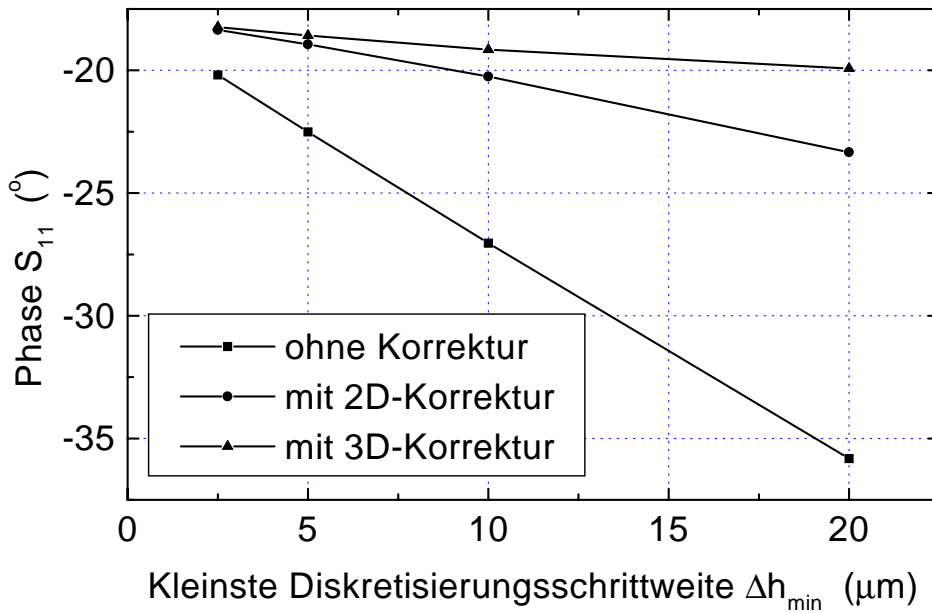
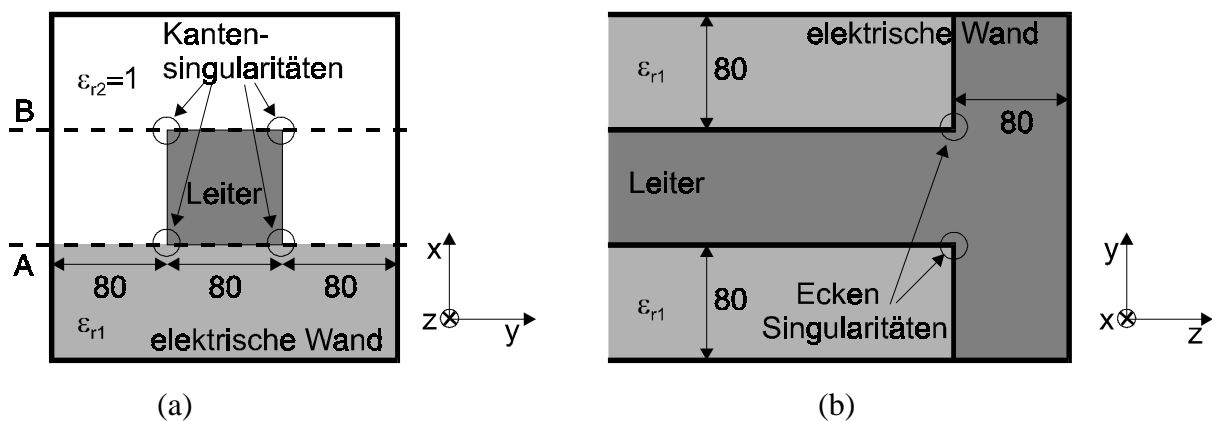


Bild 5.28: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.25 mit  $\epsilon_{r1}=12.9$ )

### Stumpfe Ecke

Die Verifizierung für den Fall der stumpfen Ecke erfolgt anhand der Simulation der in Bild 5.29 dargestellten Struktur. Für den Fall  $\epsilon_{r1}=1$  beträgt der Singularitätsfaktor der stumpfen Ecke  $v_e=0.944$ , für  $\epsilon_{r1}=12.9$  gilt  $v_e=0.892$ . Das elektrische Feld ist hier wie erwartet sehr schwach singular. Das magnetische Feld verhält sich dagegen stärker singular. Der zugehörige Singularitätsfaktor  $v_m$  beträgt 0.593.



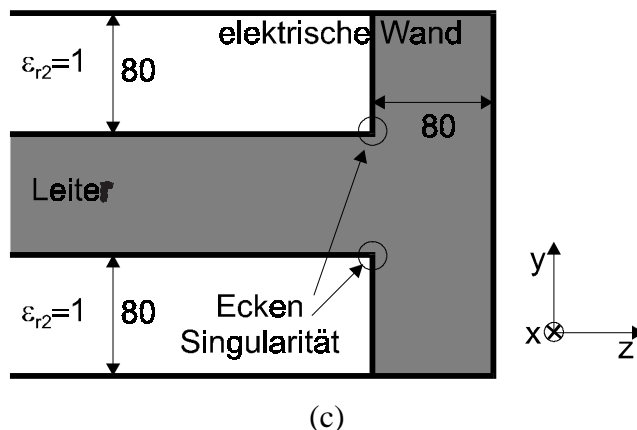


Bild 5.29: Koplanarer Kurzschluß zur Untersuchung einer stumpfen Ecke bei endlich dicker Metallisierung: (a) Vorderansicht, (b) Längsschnitt durch A, (c) Längsschnitt durch B (Abmessungen in  $\mu\text{m}$ )

Mit der in Bild 5.30 beschriebenen Korrektur wird die Phase des Reflexionsfaktors bei 100GHz berechnet. Bild 5.31 zeigt die Ergebnisse. Zusätzlich sind die Ergebnisse der Simulation ohne Korrektur und mit 2D-Korrektur eingetragen. Die entsprechenden Ergebnisse für den Fall  $\epsilon_{r1}=12.9$  sind in Bild 5.32 dargestellt. In beiden Fällen erzielt man die gleichen Aussagen: Erfüllung der Konvergenz und signifikante Verbesserung der Genauigkeit bei Einbindung der 3D-Singularitäten.

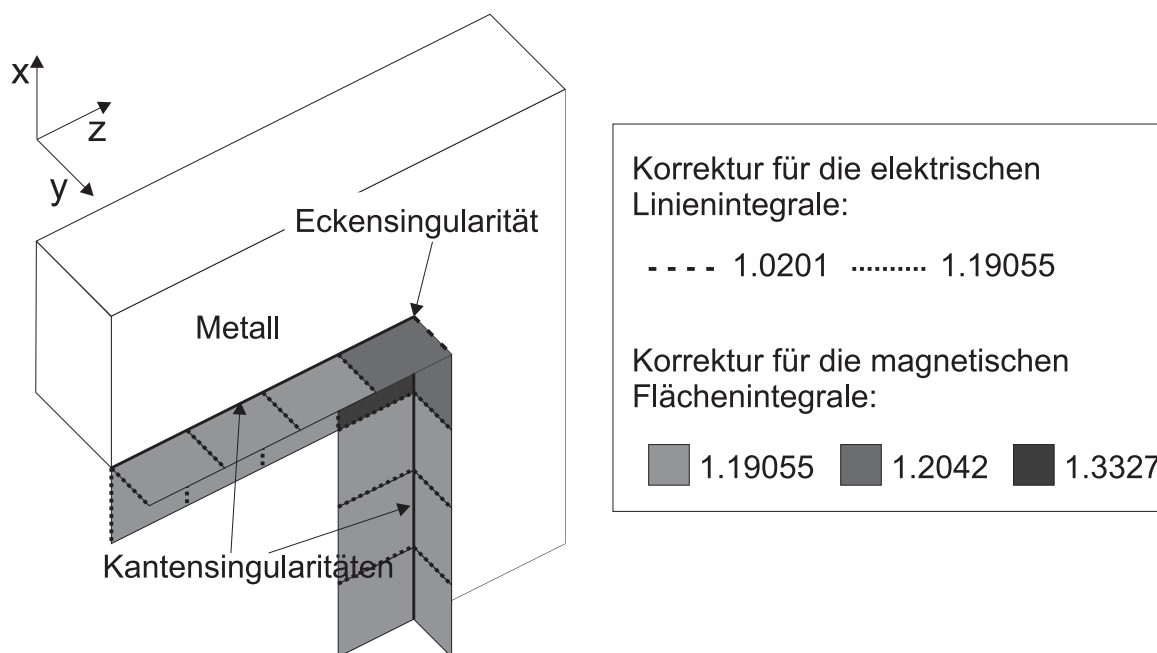


Bild 5.30: Beschreibung der Korrektur für die stumpfe Ecke aus Bild 5.29 mit  $\epsilon_{r1}=1$

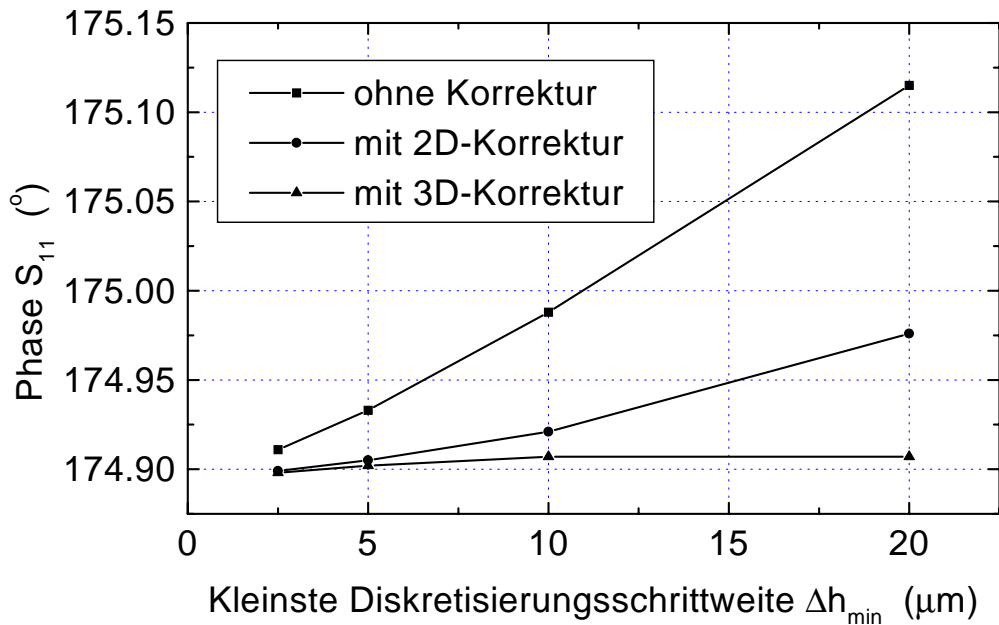


Bild 5.31: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.29 mit  $\epsilon_{r1}=1$ )

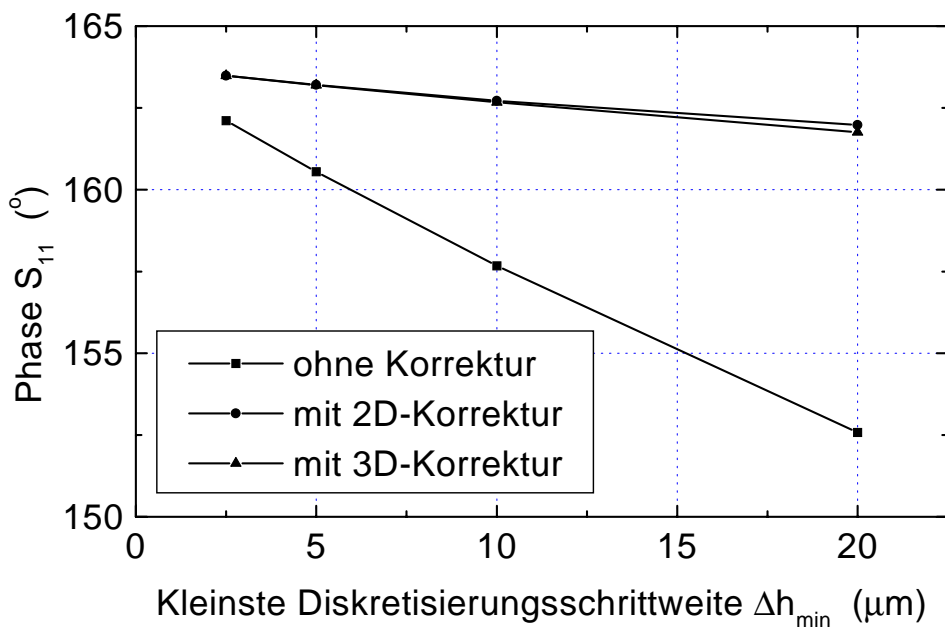


Bild 5.32: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.29 mit  $\epsilon_{r1}=12.9$ )

#### 5.4.3 Reale 3D-Struktur: der CPW-Leerlauf

In diesem Abschnitt zielt die Untersuchung auf den typischen koplanaren Leerlauf in MMIC-Schaltungen (Bild 5.33). Diese Anordnung ist für die Analyse prädestiniert, da sie sowohl die spitze und als auch die stumpfe Ecke enthält. Die Dicke der Metallisierung beträgt  $3\mu\text{m}$ . Als Substrat wird

GaAs mit  $\epsilon_r=12.9$  verwendet. Die Struktur wird mit magnetischen Wänden als Randbedingungen modelliert. Diese Konfiguration unterscheidet sich insofern von den bisherigen, als daß die Metallisierungsdicke aufgrund ihrer geringen Größe mit einem einzigen Quader modelliert werden kann. Die Korrektur für die Flächenintegrale ändert sich daher entsprechend.

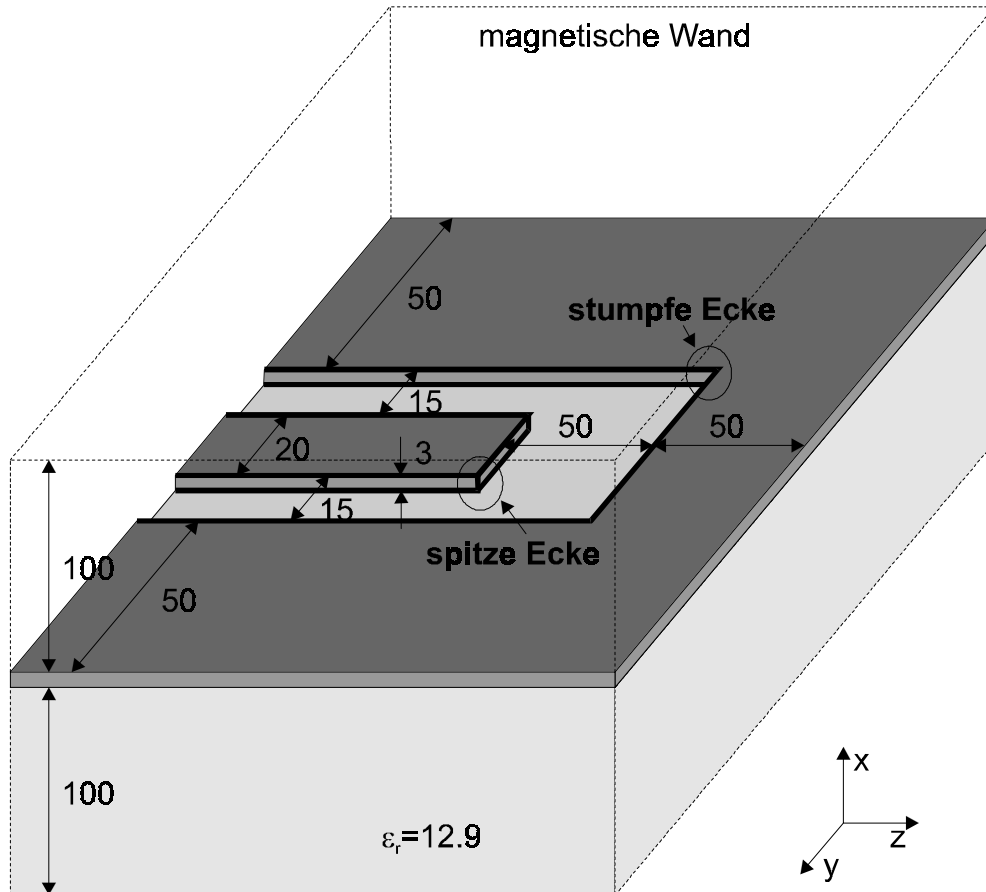


Bild 5.33: CPW-Leerlauf (Dimensionen in  $\mu\text{m}$ )

Die vollständige Beschreibung der Korrekturfaktoren für die beiden Ecken befindet sich in Bild 5.34, Bild 5.35 und Bild 5.36. In Bild 5.35 wird die Korrektur für den Fall dargestellt, bei dem die Dicke der Metallisierung mit nur einem Quader diskretisiert wird. Dieser Fall ist besonders interessant, da bei koplanaren Schaltungskomponenten die Metallisierungsdicke im Gegensatz zu Microstripkomponenten oft mit mehreren Quadern modelliert werden muß, um die erforderliche Genauigkeit zu erzielen. Der Grund liegt in der hohen Feldkonzentration im Schlitzbereich, der sich zwischen dem Signal- und Masseleiter befindet. Beim Zeitbereichsverfahren FDTD hängt der Zeitschritt  $\Delta t$  unmittelbar von den kleinsten Diskretisierungsschrittweiten  $\Delta h_{\min}$  ab: je kleiner  $\Delta h_{\min}$ , desto kleiner auch  $\Delta t$ . Dies bedeutet, daß bei einer Diskretisierung der ohnehin schon geringen Metallisierungsdicke mit mehreren Quadern der Zeitschritt stark reduziert und damit die Simulationszeit erhöht wird.

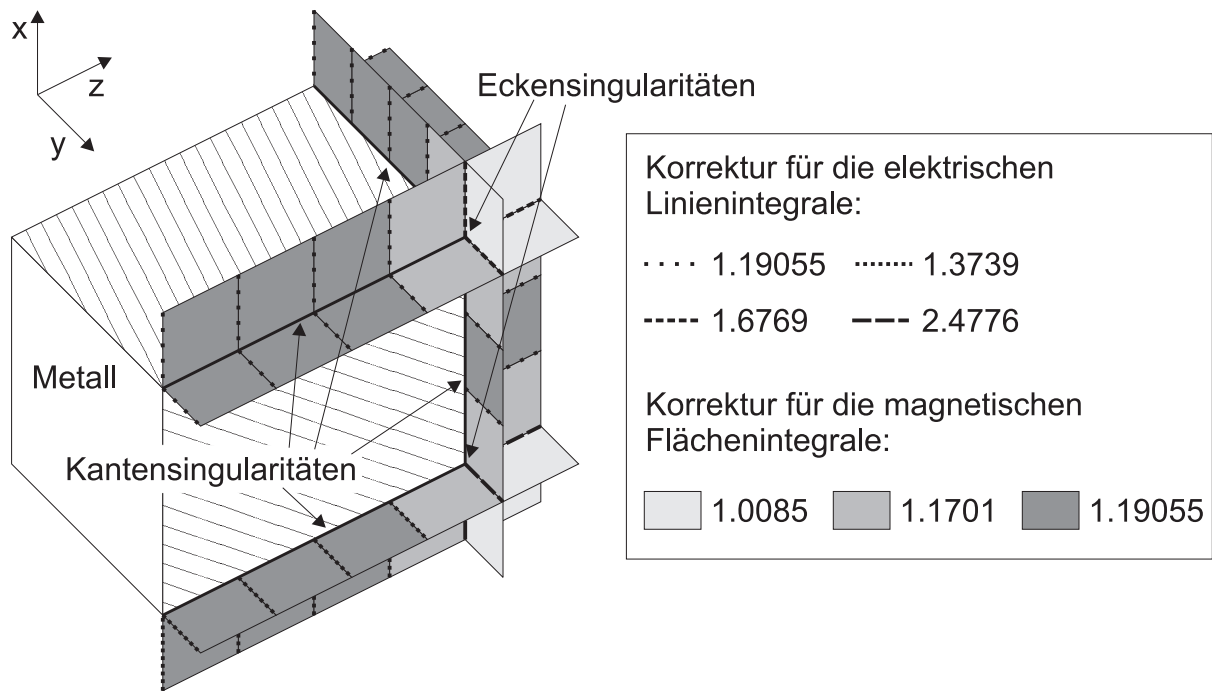


Bild 5.34: Beschreibung der Korrektur für die spitze Ecke aus Bild 5.33 mit  $t=3\mu\text{m}$  bei einer Modellierung der Metallisierungsdicke mit mehr als einem Quader.

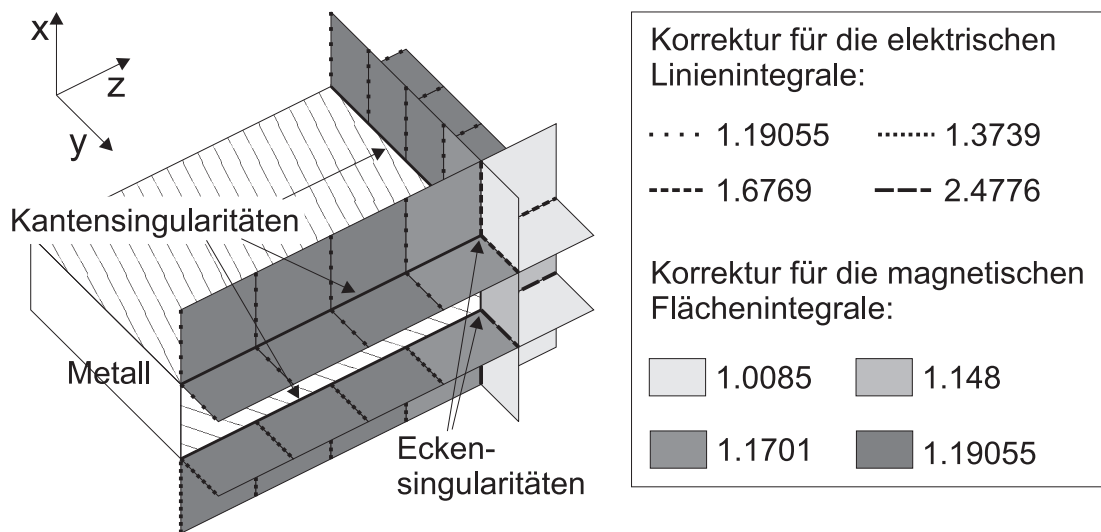


Bild 5.35: Beschreibung der Korrektur für die spitze Ecke aus Bild 5.33 mit  $t=3\mu\text{m}$  bei einer Modellierung der Metallisierungsdicke mit genau einem Quader.

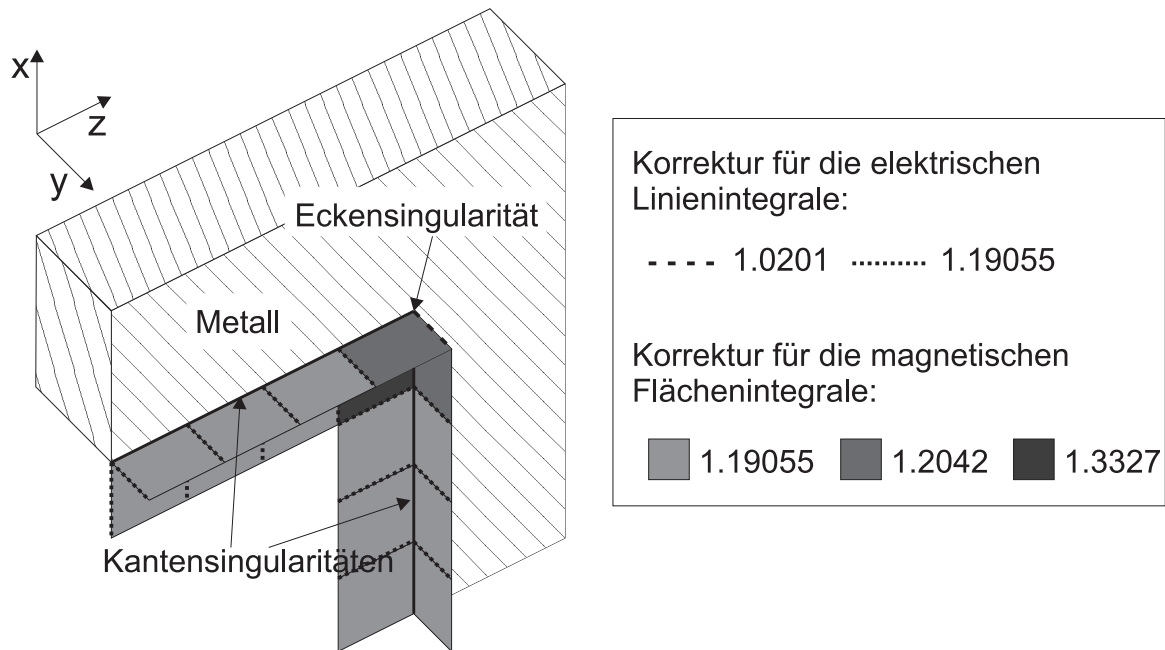


Bild 5.36: Beschreibung der Korrektur für die stumpfe Ecke aus Bild 5.33 mit  $t=3\mu\text{m}$ .

Es werden die Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  und die effektive Leitungsverlängerung  $\Delta l$  des Leerlaufs bei  $f=10\text{GHz}$  in Abhängigkeit der Diskretisierungsschrittweite berechnet.  $\Delta l$  ergibt sich aus der Phase von  $S_{11}$  über die Beziehung:  $S_{11}(z = \Delta l) = S_{11}(z = 0)e^{-j2\beta\Delta l}$ . Die Simulationsergebnisse in Bild 5.37 und Bild 5.38 zeigen eindeutig: die Berechnung mit 3D-Korrektur liefert gleiche Genauigkeit bei einer Modellierung der Metallisierungsdicke mit nur einem Quader ( $\Delta h_{\min}=3\mu\text{m}$ ) wie die Berechnung ohne Korrektur aber bei einer Diskretisierung der Metallisierungsdicke mit 6 Quadern ( $\Delta h_{\min}=0.5\mu\text{m}$ ). Ein Vergleich zwischen den beiden Fällen ergibt: Einsparung des Speicherplatzes etwa um den Faktor 5 und Erhöhung des Zeitschrittes um den Faktor 6  $\Rightarrow$  Reduzierung der Rechenzeit um den Faktor 30 mit 3D-Korrektur. Man sieht an den Kurvenverläufen, daß die Konvergenz der neuen Methode gewährleistet ist. Bild 5.38 zeigt darüber hinaus, daß gute Übereinstimmung zwischen den erzielten Ergebnissen und dem mit dem konventionellen FDFD-Verfahren berechneten Wert [64] besteht.

Zusammenfassend kann man an dieser Stelle sagen, daß die Einbindung der dreidimensionalen Feldsingularitäten eine signifikante Verbesserung der Effizienz ergibt. Die Rechengenauigkeit wird stark erhöht, ohne daß Speicherplatzbedarf oder CPU-Zeit zunimmt. Die Konvergenz ist gewährleistet.

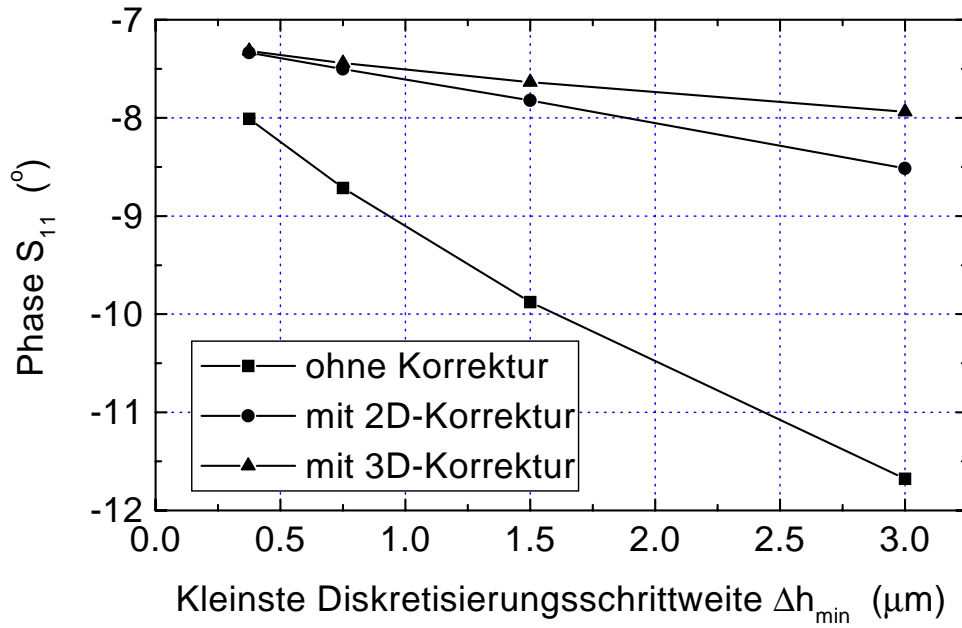


Bild 5.37: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.33 mit  $t=3\mu\text{m}$ ).

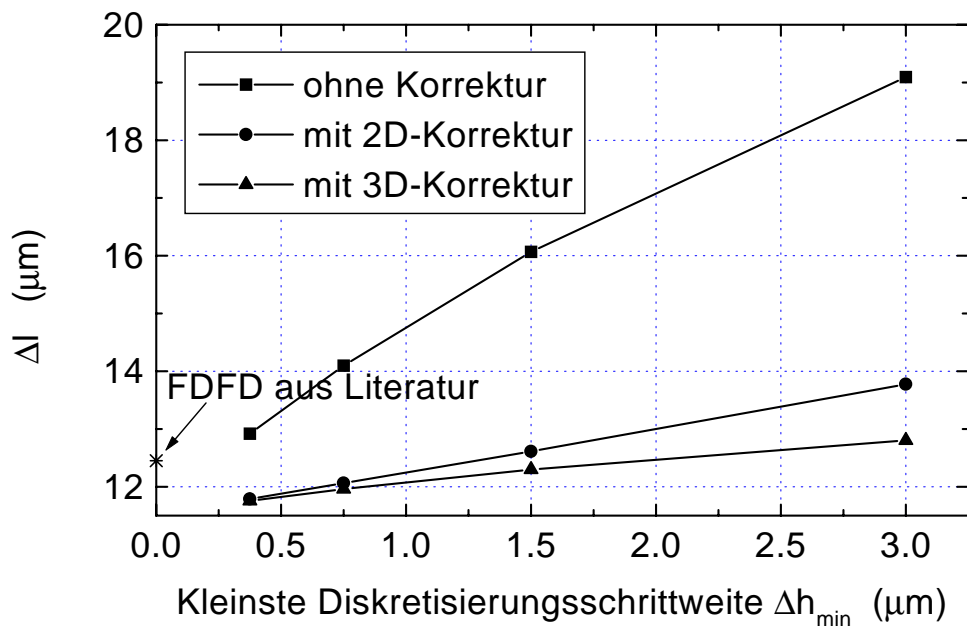


Bild 5.38: Effektive Leitungsverlängerung des CPW-Leerlaufs bei  $f=10\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite (Struktur aus Bild 5.33 mit  $t=3\mu\text{m}$ ).

## 5.5 Konvergenzverhalten

Wenn beim konventionellen FD-Verfahren die Struktur mit einem äquidistanten Gitter diskretisiert wird, ergibt die Simulation das exakte Ergebnis für verschwindende Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h \rightarrow 0$  (siehe z.B. [68]). In erster Linie ist der Diskretisierungsfehler für die Genauigkeit der Ergebnisse verantwortlich. Er entsteht dadurch, daß bei der Lösung der Maxwell'schen Gleichungen die Linien- und Flächenintegrale durch Approximationen ersetzt werden.

Der Diskretisierungsfehler wird nun für das Linienintegral näher betrachtet. Eine in Punkt  $x_0$  n-mal differenzierbare Funktion  $f(x)$  läßt sich durch ihre Taylorentwicklung darstellen:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} + (x - x_0)^2 \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \dots + (x - x_0)^n \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n f(x)}{dx^n} \right|_{x=x_0} \quad (5.33)$$

wobei  $n \rightarrow \infty$  strebt.

Integriert man die Funktion (5.33) über eine Elementarzelle von  $x_0 - \frac{\Delta x}{2}$  bis  $x_0 + \frac{\Delta x}{2}$ , ergibt sich:

$$\begin{aligned} LI &= \int_{x_0 - \Delta x/2}^{x_0 + \Delta x/2} f(x) dx = f(x_0) \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^2 \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} + \frac{1}{3} \Delta x^3 \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right|_{x=x_0} + \dots \\ &= f(x_0) \Delta x + O(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (5.34)$$

$O(\Delta x^2)$  beschreibt den sogenannten Fehler zweiter Ordnung, der bei der konventionellen FD-Approximation mit äquidistanter Diskretisierung erzeugt wird. Der Fehler nimmt für verschwindende Diskretisierung  $\Delta x \rightarrow 0$  quadratisch ab.

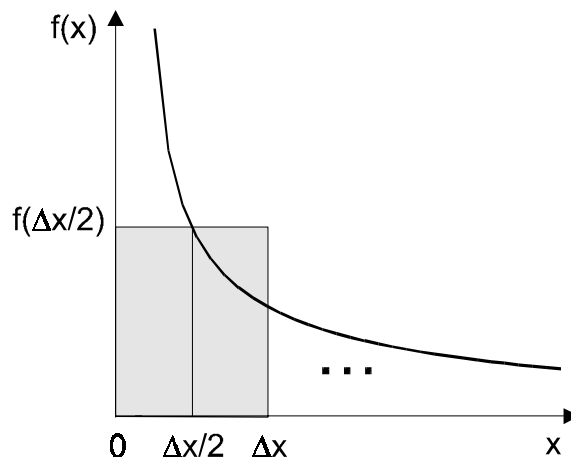


Bild 5.39: FD-Approximation des Linienintegrals der Funktion  $f(x)$  mit Singularität an der Stelle  $x=0$

Enthält die Funktion  $f(x)$  z.B. an der Stelle  $x=0$  eine Singularität (Bild 5.39), kann sie durch Gl. (5.6) approximiert werden. Sie lautet:

$$f(x) = a_0 x^{v-1} + a_1 x^v + a_2 x^{v+1} + \dots \quad (5.35)$$

wobei  $v$  für den Singularitätsfaktor steht und zwischen 0 und 1 variiert. Wird Gl. (5.35) von  $x=0$  bis  $x=\Delta x$  integriert, erhält man:

$$LI = \int_0^{\Delta x} f(x) dx = \frac{a_0}{v} \Delta x^v + \frac{a_1}{v+1} \Delta x^{v+1} + \frac{a_2}{v+2} \Delta x^{v+2} + \dots \quad (5.36)$$

Daraus ergibt sich der Fehler der FD-Approximation:

$$\begin{aligned} \text{Fehler} &= LI - f\left(\frac{\Delta x}{2}\right) \Delta x \\ &= \Delta x^v \left( \frac{a_0}{v} + \frac{a_1}{v+1} \Delta x + \frac{a_2}{v+2} \Delta x^2 \dots - a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{v-1} - a_1 \left(\frac{1}{2}\right)^v \Delta x - a_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{v+1} \Delta x^2 \dots \right) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Er ist somit proportional zu  $\Delta x^v$  für verschwindende Diskretisierung  $\Delta x \rightarrow 0$ . Diese Fehlerordnung tritt nur lokal an der Singularität auf. Wenn eine Struktur mehrere Singularitäten enthält, dann liegt die Fehlerordnung der gesamten Struktur zwischen  $v$  und 2, wobei  $v$  den kleinsten Wert der vorhandenen Singularitätsfaktoren annimmt. Man kann also keine eindeutige Aussage über das Konvergenzverhalten treffen. Empirisch wurde folgendes Verhalten gefunden: die Berechnungen der 3D-Strukturen, die sowohl Kanten- als auch Eckensingularitäten enthalten, haben ergeben, daß der Fehler in guter Näherung proportional zu  $\Delta x^{2v}$  für  $\Delta x \rightarrow 0$  ist, wobei  $v$  den Singularitätsfaktor der Kante (und nicht der Ecke) darstellt. Der Singularitätsfaktor der Kante dominiert, da sie räumlich gesehen eine viel größere Feldverteilung (mehrere Quader) aufweist als die Ecke (nur ein Quader). Ähnliches Konvergenzverhalten wurde in früheren Untersuchungen [51] beobachtet.

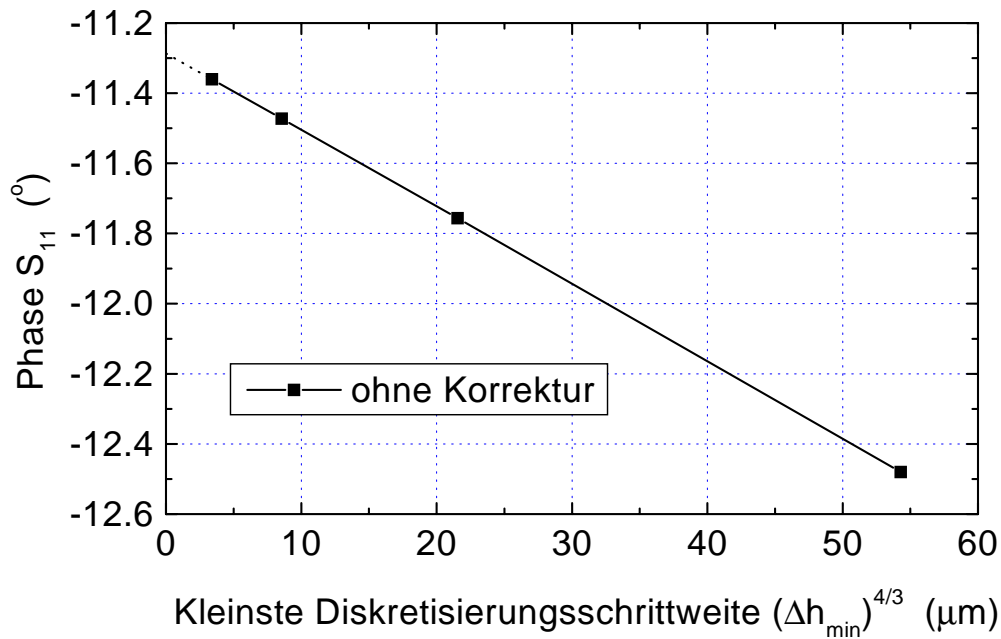


Bild 5.40: Phase des Reflexionsfaktors bei  $f=100\text{GHz}$  als Funktion der Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h_{\min}^{4/3}$  anstatt  $\Delta h_{\min}$  (Vergleich auch mit Bild 5.27, Struktur aus Bild 5.25 mit  $\epsilon_{r1}=1$ )

Als Beispiel wird die Anordnung der spitzen Ecke mit endlich dicker Metallisierung betrachtet (Struktur in Bild 5.25). Der Singularitätsfaktor der  $90^\circ$ -Kante für  $\epsilon_{r1}=1$  liegt bei  $2/3$ , die der Ecke bei  $0.391$ . Trägt

man die berechnete Phase des Reflexionsfaktors über  $\Delta h_{\min}^{4/3}$  auf, geht die gekrümmte Kurve (Kurve ohne Korrektur in Bild 5.27) für  $\Delta h_{\min}^{4/3} \rightarrow 0$  in eine Gerade über (Bild 5.40). Dies ermöglicht eine lineare Approximation der Ergebnisse. Die Konvergenz des neuen Verfahrens lässt sich dadurch gut überprüfen. Die  $\Delta x^{2\nu}$ -Charakteristik konnte für alle untersuchten Strukturen verifiziert werden.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Hinblick auf die Analyse von koplanaren, passiven Schaltungskomponenten ist die konventionelle Finite-Differenzen-Methode vielfach noch zu rechenintensiv. Der Grund liegt darin, daß die Strukturdetails sehr klein gegenüber den Gesamtabmessungen sind und dementsprechend hohe Auflösung erfordern. Obwohl in den letzten Jahren die Leistungsfähigkeit der Rechner enorm gestiegen ist, investiert man für die elektromagnetische Simulation aufgrund steigender Komplexität und Genauigkeitsanforderungen der Schaltungen immer noch einen zu großen Zeitaufwand. Es muß daher nach Wegen gesucht werden, die Effizienz des Rechenverfahrens zu erhöhen. Ziel ist es, die Methode so zu verbessern, daß eine komplette Schaltung simuliert werden kann. Nur so läßt sich die gegenseitige elektromagnetische Beeinflussung sowie die resultierende Abstrahlung exakt untersuchen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zur Verbesserung der Effizienz der FDTD-Methode (Finite Difference in Time Domain) zwei Lösungsansätze untersucht und auf praktische Beispiele angewandt: zum einen die PML-absorbierende Randbedingung (Perfectly Matched Layer), zum anderen die Einbindung von Feldsingularitäten, wobei der letztere Ansatz den Schwerpunkt bildet.

Um den offenen Raum effizient zu modellieren, wird die PML-absorbierende Randbedingung benutzt [16]. Sie wurde zur Berechnung von Strukturen mit geschichteten Dielektrika erweitert und in die FDTD-Methode implementiert. Aufgrund der hohen Absorptionsrate konnte die Leistungsfähigkeit des Verfahrens erheblich gesteigert werden. Mit Hilfe dieser Randbedingung wurde das Ausbreitungsverhalten der offenen koplanaren Leitung mit Rückseitenmetallisierung und endlicher Masseleiterbreite im Submillimeterwellenbereich (100 – 1000 GHz) analysiert. Die Ergebnisse zeigen, daß man die Masseleiterbreite entsprechend gering halten muss, um Dispersion und Abstrahlung durch Kopplung mit höheren Moden zu vermeiden.

Der weitere Teil dieser Arbeit betrifft die Untersuchung zur Einbindung von Feldsingularitäten in die Finite-Differenzen-Methode. Die Ergebnisse haben gezeigt, daß der neue Ansatz für die interessierenden MMIC-Strukturen eine signifikante Verbesserung der Methode bewirkt. Bei diesem Ansatz wird das singuläre Feldverhalten in Form von Korrekturfaktoren erfaßt, die dann in das Finite-Differenzen-Verfahren implementiert werden. Sowohl 2D- als auch 3D-Feldsingularitäten werden berücksichtigt. Dadurch erzielt man bereits mit einer relativ groben Diskretisierung eine Genauigkeit, die bei der konventionellen FDTD-Methode erst mit einem sehr feinen Gitter erreichbar ist. Die Ergebnisse zeigen, daß bei gleicher Genauigkeit der Speicherplatzbedarf etwa um den Faktor 5 und die CPU-Zeit etwa um den Faktor 30 reduziert werden kann. Da bei koplanaren Strukturen die Kanten- und Eckensingularitäten in hohem Maße auftreten, bietet der neue Ansatz eine vielversprechende Alternative. Die Konvergenz des Verfahrens wurde mit Hilfe von Simulationen ohne und mit Korrektur für den Grenzfall verschwindender Diskretisierungsschrittweite  $\Delta h_{\min} \rightarrow 0$  verifiziert.

Das neue Verfahren läßt sich sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich (FDTD und FDFD) anwenden.

Die bisher durchgeführten Berechnungen mit Korrekturfaktoren dienten der Entwicklung und Verifizierung des neuen Ansatzes zur Einbindung von Feldsingularitäten. Der Vorgang ist daher noch nicht automatisiert. Um jedoch den Vorteil des Verfahrens für den Anwender nutzbar zu machen, benötigt man einen sogenannten Preprozessor, der die Kanten- und Eckensingularitäten anhand der Geometrie- und Materialdaten automatisch erkennt und dann die entsprechenden Informationen zur Berechnung der Korrekturfaktoren liefert. Eine Erweiterung der Methode zur Erfassung von Feldsingularitäten in verlustbehafteten Materialien ist denkbar, jedoch wegen der Frequenzabhängigkeit des magnetischen Feldes (Skin-Effekt) nicht direkt umsetzbar. Ein anderer Ansatz zur Bestimmung von Korrekturfaktoren ist die quasi-statische Feldberechnung im interessierenden Gebiet. Dieses Verfahren läßt sich im Frequenzbereich sehr gut anwenden. Bei der Berechnung von verlustbehafteten koplanaren Leitungen wurde eine erhebliche Reduzierung der CPU-Zeit und des Speicherplatzbedarfs erzielt [69]. Eine Kombination der beiden Verfahren würde somit die Effizienz der Finite-Differenzen-Methode bezüglich Rechenzeit, Flexibilität, Genauigkeit und Speicherplatzbedarf noch weiter verbessern.

## 7 Anhang

### 7.1 Effiziente Implementierung des FDTD-Algorithmus

Der FDTD-Algorithmus lässt sich sehr effizient mit Hilfe der Rechengrößen EL, HL implementieren, da sich die Anzahl der Multiplikationen pro Rechenschritt reduziert (von 5 auf 2). Diese neuen Größen stellen die Wegintegrale der mit Korrekturfaktoren gewichteten elektrischen und magnetischen Felder dar. Ihre Definitionen für die z-Komponente lauten:

$$EL_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^{n+1}(i, j, k) \Delta z(k) CLE_z(i, j, k) \quad (7.1)$$

$$HL_z^{n+1/2}(i, j, k) = B_z^{n+1/2}(i, j, k) \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} + \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} \right] CLM_z(i, j, k) \quad (7.2)$$

Der obere Index n kennzeichnet den Zeitpunkt  $n\Delta t$  der Berechnung, die Indizes i, j, k die Position im Finite-Differenzen-Gitter.

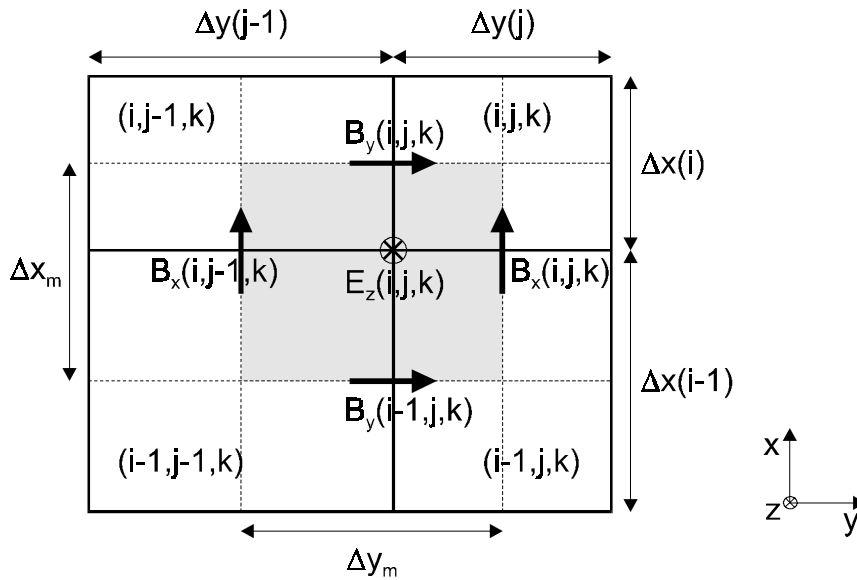


Bild 7.1: Anwendung der 1. Maxwell-Gleichung auf eine Elementarzelle

Nachfolgend wird das neue Finite-Differenzen-Schema mit EL und HL als Rechengrößen hergeleitet. Die Herleitung erfolgt beispielhaft nur für die z-Komponente. Die Diskretisierung der ersten Maxwell'schen Gleichung

$$\oint \frac{1}{\mu} \vec{B} d\vec{s} = \iint (\varepsilon \dot{\vec{E}} + \sigma \vec{E}) d\vec{F} \quad (7.3)$$

ergibt (siehe auch Bild 7.1):

$$\begin{aligned} l.S. &= B_x^{n+1/2}(i, j-1, k) \left( \frac{1}{\mu} \Delta x_m \right) CLM_x(i, j-1, k) + B_y^{n+1/2}(i, j, k) \left( \frac{1}{\mu} \Delta y_m \right) CLM_y(i, j, k) \\ &\quad - B_x^{n+1/2}(i, j, k) \left( \frac{1}{\mu} \Delta x_m \right) CLM_x(i, j, k) - B_y^{n+1/2}(i-1, j, k) \left( \frac{1}{\mu} \Delta y_m \right) CLM_y(i-1, j, k) \\ r.S. &= \frac{E_z^{n+1}(i, j, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta t} (\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k) \\ &\quad + \frac{E_z^{n+1}(i, j, k) + E_z^n(i, j, k)}{2} (\sigma \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k) \end{aligned} \quad (7.4)$$

wobei CLM für den Korrekturfaktor des magnetischen Linienintegrals, CFE für den Korrekturfaktor des elektrischen Flächenintegrals steht und die in Klammer gesetzten Produkte im einzelnen lauten:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \Delta x_m &= \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta x(i)}{\mu(i, j, k)} + \frac{\Delta x(i-1)}{\mu(i-1, j, k)} \right) \\ \frac{1}{\mu} \Delta y_m &= \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta y(j)}{\mu(i, j, k)} + \frac{\Delta y(j-1)}{\mu(i, j-1, k)} \right) \\ \varepsilon \Delta x_m \Delta y_m &= \frac{1}{4} (\varepsilon(i-1, j-1, k) \Delta x(i-1) \Delta y(j-1) + \varepsilon(i, j-1, k) \Delta x(i) \Delta y(j-1) \\ &\quad + \varepsilon(i, j, k) \Delta x(i) \Delta y(j) + \varepsilon(i-1, j, k) \Delta x(i-1) \Delta y(j)) \\ \sigma \Delta x_m \Delta y_m &= \frac{1}{4} (\sigma(i-1, j-1, k) \Delta x(i-1) \Delta y(j-1) + \sigma(i, j-1, k) \Delta x(i) \Delta y(j-1) \\ &\quad + \sigma(i, j, k) \Delta x(i) \Delta y(j) + \sigma(i-1, j, k) \Delta x(i-1) \Delta y(j)) \end{aligned} \quad (7.5)$$

Werden Zähler und Nenner der Brüche der rechten Seite in Gl. (7.4) mit dem Produkt  $\Delta z(k)CLE_z(i, j, k)$  erweitert, erhält man folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}
 r.S. = & \left( EL_z^{n+1}(i, j, k) - EL_z^n(i, j, k) \right) \frac{1}{\Delta t} \frac{(\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{\Delta z(k) CLE_z(i, j, k)} \\
 & + \left( EL_z^{n+1}(i, j, k) + EL_z^n(i, j, k) \right) \frac{1}{2} \frac{(\sigma \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{\Delta z(k) CLE_z(i, j, k)}
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

Ersetzt man die rechte Seite von Gl. (7.4) durch Gl. (7.6), so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 & HL_x^{n+1/2}(i, j-1, k) + HL_y^{n+1/2}(i, j, k) - HL_x^{n+1/2}(i, j, k) - HL_y^{n+1/2}(i-1, j, k) \\
 = & \left( EL_z^{n+1}(i, j, k) - EL_z^n(i, j, k) \right) \frac{1}{\Delta t} CEPF_z(i, j, k) \\
 & + \left( EL_z^{n+1}(i, j, k) + EL_z^n(i, j, k) \right) \frac{1}{2} CSIE_z(i, j, k)
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

wobei die FD-Koeffizienten  $CEPF_z$  und  $CSIE_z$  lauten:

$$\begin{aligned}
 CEPF_z(i, j, k) &= \frac{(\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{\Delta z(k) CLE_z(i, j, k)} \\
 CSIE_z(i, j, k) &= \frac{(\sigma \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{\Delta z(k) CLE_z(i, j, k)}
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

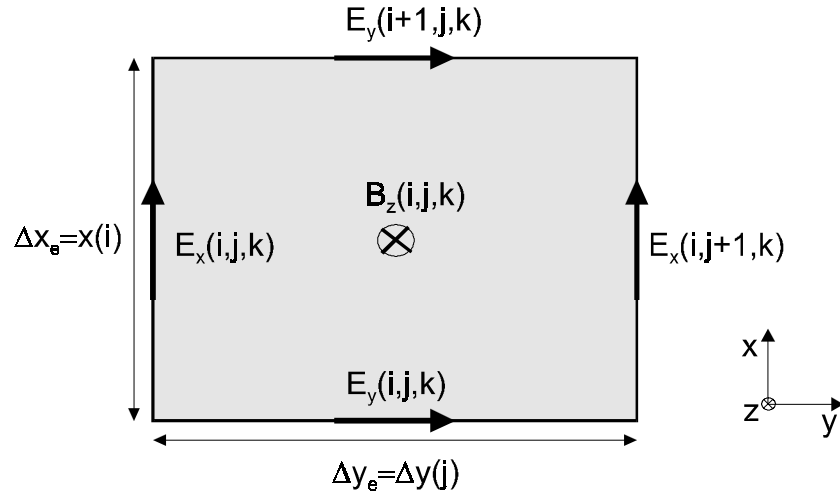


Bild 7.2: Anwendung der 2. Maxwell-Gleichung auf eine Elementarzelle

Auf ähnliche Weise kann die z-Komponente der 2. Maxwell-Gleichung

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = - \iint \left( \dot{\vec{B}} + \sigma^* \frac{1}{\mu} \vec{B} \right) d\vec{F} \quad (7.9)$$

hergeleitet werden (siehe auch Bild 7.2). Diskretisierung dieser Gleichung ergibt:

$$\begin{aligned} l.S. &= E_x^n(i, j, k) \Delta x(i) CLE_x(i, j, k) + E_y^n(i+1, j, k) \Delta y(j) CLE_y(i+1, j, k) \\ &\quad - E_x^n(i, j+1, k) \Delta x(i) CLE_x(i, j+1, k) - E_y^n(i, j, k) \Delta y(j) CLE_y(i, j, k) \\ r.S. &= - \frac{B_z^{n+1/2}(i, j, k) - B_z^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \Delta x(i) \Delta y(j) CFM_z(i, j, k) \\ &\quad - \frac{B_z^{n+1/2}(i, j, k) + B_z^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \left( \sigma^* \frac{1}{\mu} \Delta x_e \Delta y_e \right) CFM_z(i, j, k) \end{aligned} \quad (7.10)$$

wobei das in Klammern gesetzte Produkt im einzelnen lautet:

$$\sigma^* \frac{1}{\mu} \Delta x_e \Delta y_e = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^*(i, j, k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\sigma^*(i, j, k)}{\mu(i, j, k)} \right) \Delta x(i) \Delta y(j) \quad (7.11)$$

Erweitert man den Zähler und Nenner der Brüche der rechten Seite in Gl. (7.10) mit

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k-1)} \right) CLM_z(i, j, k),$$

ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} r.S. = & - \frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta x(i)\Delta y(j)CFM_z(i, j, k)}{\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \\ & - \frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) + HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \cdot \frac{\left( \sigma^* \frac{1}{\mu} \Delta x_e \Delta y_e \right) CFM_z(i, j, k)}{\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Wird Gl. (7.11) in Gl. (7.12) eingesetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} r.S. = & - \frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta x(i)\Delta y(j)CFM_z(i, j, k)}{\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \\ & - \frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) + HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \cdot \frac{\left( \frac{\sigma^*(i, j, k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\sigma^*(i, j, k)}{\mu(i, j, k)} \right) \Delta x(i)\Delta y(j)CFM_z(i, j, k)}{\left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Setzt man diese Gleichung in Gl. (7.10) ein, verwendet die neuen Größen EL und HL auch für die linke Seite der Gl. (7.10), dann lautet die gesamte Gleichung:

$$\begin{aligned}
& EL_x^n(i, j, k) + EL_y^n(i+1, j, k) - E_x^n(i, j+1, k) - EL_y^n(i, j, k) \\
&= -\frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} CMYF_z(i, j, k) \\
&\quad -\frac{HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n-1/2}(i, j, k)}{2} CSIM_z(i, j, k)
\end{aligned} \tag{7.14}$$

wobei die FD-Koeffizienten  $CMYF_z$  und  $CSIM_z$  lauten:

$$\begin{aligned}
CMYF_z(i, j, k) &= \frac{\Delta x(i)\Delta y(j)CFM_z(i, j, k)}{\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)}\right)CLM_z(i, j, k)} \\
CSIM_z(i, j, k) &= \frac{\left(\frac{\sigma^*(i, j, k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\sigma^*(i, j, k)}{\mu(i, j, k)}\right)\Delta x(i)\Delta y(j)CFM_z(i, j, k)}{\left(\frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)}\right)CLM_z(i, j, k)}
\end{aligned} \tag{7.15}$$

Um den FDTD-Algorithmus zu formulieren, löst man Gl. (7.7) und (7.14) nach den Größen  $EL_z^{n+1}$  und  $HL_z^{n+1/2}$  auf. Die Formulierung für alle sechs Feldkomponenten sieht wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
EL_x^{n+1}(i, j, k) &= C1E_x(i, j, k) \cdot EL_x^n(i, j, k) + C2E_x(i, j, k) \cdot \\
&\quad \left( HL_y^{n+1/2}(i, j, k-1) + HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_y^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n+1/2}(i, j-1, k) \right) \\
EL_y^{n+1}(i, j, k) &= C1E_y(i, j, k) \cdot EL_y^n(i, j, k) + C2E_y(i, j, k) \cdot \\
&\quad \left( HL_z^{n+1/2}(i-1, j, k) + HL_x^{n+1/2}(i, j, k) - HL_z^{n+1/2}(i, j, k) - HL_x^{n+1/2}(i, j, k-1) \right) \\
EL_z^{n+1}(i, j, k) &= C1E_z(i, j, k) \cdot EL_z^n(i, j, k) + C2E_z(i, j, k) \cdot \\
&\quad \left( HL_x^{n+1/2}(i, j-1, k) + HL_y^{n+1/2}(i, j, k) - HL_x^{n+1/2}(i, j, k) - HL_y^{n+1/2}(i-1, j, k) \right)
\end{aligned} \tag{7.16}$$

$$HL_x^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_x(i, j, k) \cdot HL_x^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_x(i, j, k) \cdot \left( EL_y^n(i, j, k) + EL_z^n(i, j+1, k) - EL_y^n(i, j, k+1) - EL_z^n(i, j, k) \right)$$

$$HL_y^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_y(i, j, k) \cdot HL_y^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_y(i, j, k) \cdot \left( EL_z^n(i, j, k) + EL_x^n(i, j, k+1) - EL_z^n(i+1, j, k) - EL_x^n(i, j, k) \right)$$

$$HL_z^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_z(i, j, k) \cdot HL_z^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_z(i, j, k) \cdot \left( EL_x^n(i, j, k) + EL_y^n(i+1, j, k) - EL_x^n(i, j+1, k) - EL_y^n(i, j, k) \right)$$

(7.17)

wobei die FDTD-Koeffizienten (hier nur für die z-Komponente) lauten:

$$C1E_z = \frac{1 - \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}} \quad C2E_z = \frac{\Delta t}{1 + \frac{CSIE_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CEPF_z}}$$

$$C1M_z = \frac{1 - \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}} \quad C2M_z = \frac{\Delta t}{1 + \frac{CSIM_z \cdot \Delta t}{2 \cdot CMYF_z}}$$

(7.18)

Die FDTD-Koeffizienten der restlichen Komponenten ergeben sich durch Ersetzen des entsprechenden Index.

## 7.2 Die PML-Gleichungen

Die PML-Gleichungen entstehen aus den Maxwell-Gleichungen durch die Komponentenzersetzung (siehe auch Kapitel 3). Dabei wird jede Feldkomponente in zwei Subkomponenten aufgespalten. Es ergibt sich ein Satz von zwölf Gleichungen, die in der folgenden Form im FDTD-Algorithmus implementiert werden:

$$EL_{xy}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{xy}(i, j, k) \cdot EL_{xy}^n(i, j, k) + C2E_{xy}(i, j, k) \cdot \left( HL_{zx}^{n+1/2}(i, j, k) + HL_{zy}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{zx}^{n+1/2}(i, j-1, k) - HL_{zy}^{n+1/2}(i, j-1, k) \right)$$

$$EL_{xz}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{xz}(i, j, k) \cdot EL_{xz}^n(i, j, k) + C2E_{xz}(i, j, k) \cdot \left( HL_{yz}^{n+1/2}(i, j, k-1) + HL_{yx}^{n+1/2}(i, j, k-1) - HL_{yz}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{yx}^{n+1/2}(i, j, k) \right)$$

$$EL_{yz}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{yz}(i, j, k) \cdot EL_{yz}^n(i, j, k) + C2E_{yz}(i, j, k) \cdot \left( HL_{xy}^{n+1/2}(i, j, k) + HL_{xz}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{xy}^{n+1/2}(i, j, k-1) - HL_{xz}^{n+1/2}(i, j, k-1) \right)$$

$$EL_{yx}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{yx}(i, j, k) \cdot EL_{yx}^n(i, j, k) + C2E_{yx}(i, j, k) \cdot \left( HL_{zx}^{n+1/2}(i-1, j, k) + HL_{zy}^{n+1/2}(i-1, j, k) - HL_{zx}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{zy}^{n+1/2}(i, j, k) \right)$$

$$EL_{zx}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{zx}(i, j, k) \cdot EL_{zx}^n(i, j, k) + C2E_{zx}(i, j, k) \cdot \left( HL_{yz}^{n+1/2}(i, j, k) + HL_{yx}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{yz}^{n+1/2}(i-1, j, k) - HL_{yx}^{n+1/2}(i-1, j, k) \right)$$

$$EL_{zy}^{n+1}(i, j, k) = C1E_{zy}(i, j, k) \cdot EL_{zy}^n(i, j, k) + C2E_{zy}(i, j, k) \cdot \left( HL_{xy}^{n+1/2}(i, j-1, k) + HL_{xz}^{n+1/2}(i, j-1, k) - HL_{xy}^{n+1/2}(i, j, k) - HL_{xz}^{n+1/2}(i, j, k) \right)$$

(7.19)

$$HL_{xy}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{xy}(i, j, k) \cdot HL_{xy}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{xy}(i, j, k) \cdot \left( EL_{zx}^n(i, j+1, k) + EL_{zy}^n(i, j+1, k) - EL_{zx}^n(i, j, k) - EL_{zy}^n(i, j, k) \right)$$

$$HL_{xz}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{xz}(i, j, k) \cdot HL_{xz}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{xz}(i, j, k) \cdot \left( EL_{yz}^n(i, j, k) + EL_{yx}^n(i, j, k) - EL_{yz}^n(i, j, k+1) - EL_{yx}^n(i, j, k+1) \right)$$

$$HL_{yz}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{yz}(i, j, k) \cdot HL_{yz}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{yz}(i, j, k) \cdot \left( EL_{xy}^n(i, j, k+1) + EL_{xz}^n(i, j, k+1) - EL_{xy}^n(i, j, k) + EL_{xz}^n(i, j, k) \right)$$

$$HL_{yx}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{yx}(i, j, k) \cdot HL_{yx}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{yx}(i, j, k) \cdot \left( EL_{zx}^n(i, j, k) + EL_{zy}^n(i, j, k) - EL_{zx}^n(i+1, j, k) - EL_{zy}^n(i+1, j, k) \right)$$

$$HL_{zx}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{zx}(i, j, k) \cdot HL_{zx}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{zx}(i, j, k) \cdot \left( EL_{yz}^n(i+1, j, k) + EL_{yx}^n(i+1, j, k) - EL_{yz}^n(i, j, k) - EL_{yx}^n(i, j, k) \right)$$

$$HL_{zy}^{n+1/2}(i, j, k) = C1M_{zy}(i, j, k) \cdot HL_{zy}^{n-1/2}(i, j, k) - C2M_{zy}(i, j, k) \cdot \left( EL_{xy}^n(i, j, k) + EL_{xz}^n(i, j, k) - EL_{xy}^n(i, j+1, k) - EL_{xz}^n(i, j+1, k) \right)$$

(7.20)

wobei  $E_x = E_{xy} + E_{xz}$ ,  $E_y = E_{yz} + E_{yx}$ ,  $E_z = E_{zx} + E_{zy}$

und  $H_x = H_{xy} + H_{xz}$ ,  $H_y = H_{yz} + H_{yx}$ ,  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$  gilt.

Die FDTD-Koeffizienten für die z-Komponente sehen wie folgt aus:

$$C1E_{zx} = \frac{1 - \frac{CSIE_{zx}\Delta t}{2CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_{zx}\Delta t}{2CEPF_z}} \quad C2E_{zx} = \frac{\frac{\Delta t}{CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_{zx}\Delta t}{2CEPF_z}}$$

$$C1E_{zy} = \frac{1 - \frac{CSIE_{zy}\Delta t}{2CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_{zy}\Delta t}{2CEPF_z}} \quad C2E_{zy} = \frac{\frac{\Delta t}{CEPF_z}}{1 + \frac{CSIE_{zy}\Delta t}{2CEPF_z}}$$

$$\begin{aligned}
C1M_{zx} &= \frac{1 - \frac{CSIM_{zx} \Delta t}{2CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_{zx} \Delta t}{2CMYF_z}} & C2M_{zx} &= \frac{\frac{\Delta t}{CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_{zx} \Delta t}{2CMYF_z}} \\
C1M_{zy} &= \frac{1 - \frac{CSIM_{zy} \Delta t}{2CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_{zy} \Delta t}{2CMYF_z}} & C2M_{zy} &= \frac{\frac{\Delta t}{CMYF_z}}{1 + \frac{CSIM_{zy} \Delta t}{2CMYF_z}}
\end{aligned}$$

(7.21)

und die zugehörigen FD-Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
CEPF_z(i, j, k) &= \frac{(\varepsilon \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{CLE_z(i, j, k)} \\
CSIE_{zx}(i, j, k) &= \frac{(\sigma_x \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{CLE_z(i, j, k)} \\
CSIE_{zy}(i, j, k) &= \frac{(\sigma_y \Delta x_m \Delta y_m) CFE_z(i, j, k)}{CLE_z(i, j, k)} \\
CMYF_z(i, j, k) &= \frac{\Delta x(i) \Delta y(j) CFM_z(i, j, k)}{\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \\
CSIM_{zx}(i, j, k) &= \frac{\left( \frac{\sigma_x^*(i, j, k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\sigma_x^*(i, j, k)}{\mu(i, j, k)} \right) \Delta x(i) \Delta y(j) CFM_z(i, j, k)}{\left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)} \\
CSIM_{zy}(i, j, k) &= \frac{\left( \frac{\sigma_y^*(i, j, k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\sigma_y^*(i, j, k)}{\mu(i, j, k)} \right) \Delta x(i) \Delta y(j) CFM_z(i, j, k)}{\left( \frac{\Delta z(k-1)}{\mu(i, j, k-1)} + \frac{\Delta z(k)}{\mu(i, j, k)} \right) CLM_z(i, j, k)}
\end{aligned}$$

(7.22)

wobei die in Klammern gesetzten Produkte in Gl. (7.5) ausführlich beschrieben sind.

### 7.3 Herleitung für Oberflächenwellen

Für die Oberflächenwellen [44] dient das Substrat als dielektrische Schicht auf der leitenden metallischen Rückseite als Wellenleiter (Bild 4.3). Feldbilder sind z.B. in [47] zu finden.

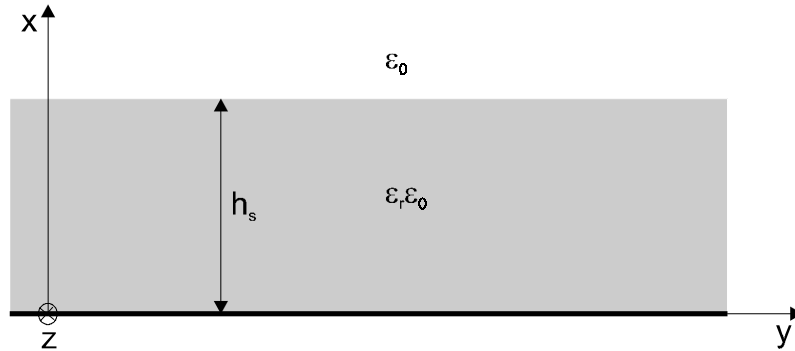


Bild 7.3: Dielektrikum auf ideal leitender Ebene als Wellenleiter für Oberflächenwellen

Die Herleitung erfolgt hier nur für die TM-Welle, da sie für die TE-Welle analog durchgeführt werden kann. Die Wellengleichung lässt sich für eine sich in z-Richtung ausbreitende TM-Welle mit den Komponenten  $H_y$ ,  $E_x$  und  $E_z$  angeben:

$$k_z^2 = \omega^2 \mu \epsilon_i - k_{xi}^2 \quad (7.23)$$

Um  $k_x$  zu bestimmen, macht man den folgenden Ansatz für das magnetische Feld:

$$H_{y1} = \hat{H}_{y1} \cos(k_{x1}x) e^{-jk_z z}, \quad \text{für } x \leq h_s \text{ (im Substrat)} \quad (7.24)$$

$$H_{y2} = \hat{H}_{y2} e^{-k_{x2}(x-h_s)} e^{-jk_z z}, \quad \text{für } x \geq h_s \text{ (im freien Raum)} \quad (7.25)$$

Das H-Feld weist im Substrat einen cosinusförmigen Verlauf auf und klingt im freien Raum exponentiell ab.

Die Randbedingungen an der Substratoberfläche ( $x=h_s$ ) lauten:  $H_{y1}=H_{y2}$  und  $E_{z1}=E_{z2}$  (Stetigkeit der tangentialen H- und E-Komponente). Mit  $\frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega \epsilon E_z$  (aus  $\text{rot} \vec{H} = \dot{\vec{D}}$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ) ergeben sich aus Gl. (7.24) und (7.25) durch Auswertung der Grenzbedingungen:

$$H_{y1} = H_{y2} \Rightarrow \hat{H}_{y1} \cos(k_{x1}h_s) = \hat{H}_{y2} \quad (7.26)$$

$$E_{z1} = E_{z2} \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_r} \hat{H}_{y1} \sin(k_{x1}h_s) k_{x1} = \hat{H}_{y2} k_{x2} \quad (7.27)$$

Wird Gl. (7.27) durch (7.26) dividiert, erhält man:

$$\frac{1}{\varepsilon_r} k_{x1} \tan(k_{x1} h_s) = k_{x2} \quad (7.28)$$

Gleichzeitig sind  $k_{x1}$  und  $k_{x2}$  über Gl. (7.23) verknüpft:

$$k_z^2 = \omega^2 \mu \varepsilon_0 \varepsilon_r - k_{x1}^2 = \omega^2 \mu \varepsilon_0 + k_{x2}^2 \quad (7.29)$$

Wird Gl. (7.29) nach  $k_{x2}$  aufgelöst, so erhält man nach Einsetzen in Gl. (7.28) eine transzendente Gleichung für  $k_{x1}$ :

$$\frac{1}{\varepsilon_r} k_{x1} \tan(k_{x1} h_s) = \sqrt{(\varepsilon_r - 1) \omega^2 \mu \varepsilon_0 - k_{x1}^2} \quad (7.30)$$

Da nun  $k_{x1}$  bekannt ist (numerisch oder graphisch lösbar), läßt sich die Ausbreitungskonstante  $k_z$  als Funktion von  $k_{x1}$  ausdrücken:

$$k_z = \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon_r \varepsilon_0 - k_{x1}^2} \quad (7.31)$$

Oft wird die normierte Ausbreitungskonstante verwendet, da ihr Quadrat gleich der effektiven Permittivität  $\varepsilon_{r,\text{eff}}$  ist:

$$\left( \frac{k_z}{k_0} \right)^2 = \varepsilon_r - \left( \frac{k_{x1}}{k_0} \right)^2 \quad (7.32)$$

mit  $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$ .

Die Grenzfrequenzen ergeben sich aus Gl. (7.30) für  $k_{x1} h_s = n\pi$  (Nullstellen der linken und rechten Seite):

$$f_{g, TM_n} = \frac{c_0 n}{2 h_s \sqrt{\varepsilon_r - 1}}, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (7.33)$$

Man erkennt, daß die  $TM_0$ -Welle für alle Frequenzen  $f > 0$  ausbreitungsfähig ist. Alle anderen Wellen können sich nur oberhalb der zugehörigen Grenzfrequenzen ausbreiten.

Für die TE-Welle kann analog folgende Gleichung für  $k_{x1}$  hergeleitet werden:

$$-k_{x1} \cot(k_{x1} h_s) = \sqrt{(\varepsilon_r - 1) \omega^2 \mu \varepsilon_0 - k_{x1}^2} \quad (7.34)$$

Die zugehörige Ausbreitungskonstante berechnet sich durch Einsetzen der Gl. (7.34) in (7.31). Die Grenzfrequenzen der TE-Welle ergeben sich aus Gl. (7.34) für  $k_{x1} h_s = (1 + 2n)(\pi / 2)$ :

$$f_{g, TE_n} = \frac{c_0 (1 + 2n)}{4 h_s \sqrt{\varepsilon_r - 1}}, \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (7.35)$$

## 7.4 Programmaufbau

Das FDTD-Programm besteht im wesentlichen aus drei Teilen: Eingabetools, Solver und Ausgabertools. Zur Berechnung werden drei Unterverzeichnisse /fsr, /job und /dat erstellt.

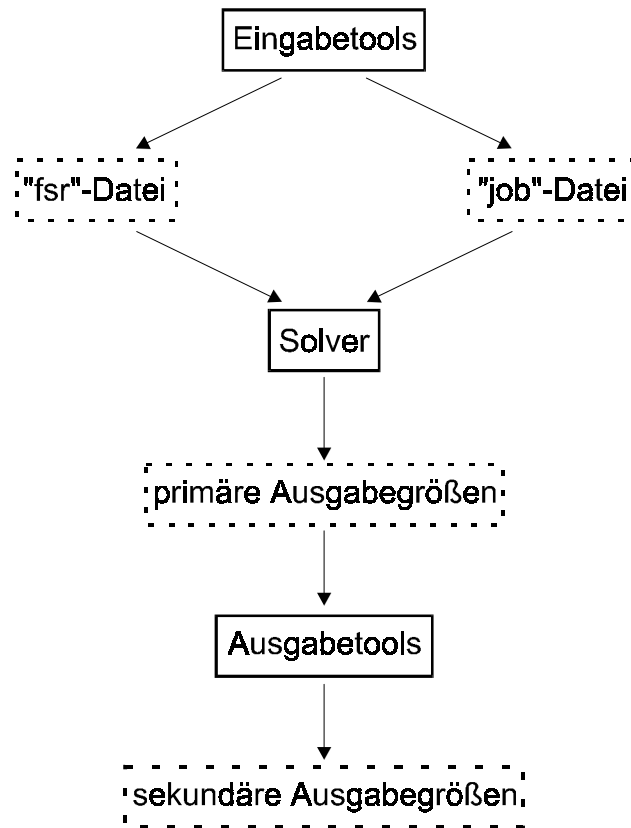


Bild 7.4: Aufbau des FDTD-Programms

Mit Hilfe der Eingabetools wird die zu lösende Aufgabe definiert. Dabei werden alle vom Solver benötigten Daten festgelegt. Diese Eingabedaten bestehen aus Strukturdaten (Diskretisierungsschritte und Materialparameter) und Jobdaten (Zeitschritt, Simulationsdauer, Anregungsform, Frequenzbereich, PML-Parameter und Ausgabegrößen). Die Strukturdaten befinden sich in der „fsr“-Datei (im Verzeichnis /fsr) und werden durch den Editor erzeugt. Die Eingabedatei für den Editor kann mit Hilfe des Programms „diskr.run“ erstellt werden. Die Jobdaten befinden sich in der „job“-Datei (im Verzeichnis /job) und werden mit dem Programm „tdjob\_editor\_v2.1“ erzeugt.

Der Solver liest die Eingabedaten aus den beiden „fsr“- und „job“-Dateien ein, berechnet daraus die FD- und FDTD-Koeffizienten und startet den Leapfrog-Algorithmus. Am Ende der Berechnung werden die zeitabhängigen Größen der elektrischen und magnetischen Felder, sogenannte primäre Ausgabegrößen, in Dateien im Verzeichnis /dat gespeichert.

Die Ausgabertools bestehen aus verschiedenen Programmen, die die primären Ausgabegrößen mittels FFT (Fast Fourier Transform) in den Frequenzbereich transformieren und daraus sekundäre Ausgabegrößen wie S-Parameter, Wellenwiderstand oder Ausbreitungskonstante berechnen.

## 8 Literatur

- [1] K. S. Yee, „Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-14, pp. 302-307, May 1966.
- [2] A. Taflove, „Computational Electrodynamics – The Finite-Difference Time-Domain Method“, Artech House 1995.
- [3] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, „The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics“, CRC Press 1993.
- [4] T. Itoh, B. Houshmand, „Time-Domain Methods for Microwave Structures – Analysis and Design“, IEEE Press 1998.
- [5] A. Christ, „Streumatrixberechnung mit dreidimensionalen Finite-Differenzen für Mikrowellen-Chip-Verbindungen und deren CAD-Modelle, Dissertation D 17, Technische Hochschule Darmstadt, 1988.
- [6] K. Beilenhoff, W. Heinrich, H. L. Hartnagel, „Improved Finite-Difference Formulation in Frequency Domain for Three-Dimensional Scattering Problems“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 40, No. 3, pp. 540-546, July 1992.
- [7] P. Thoma, T. Weiland, „A Consistent Subgridding Scheme for the Finite Difference Time Domain Method“, International Journal of Numerical Modeling: Electronics, Devices and Fields, Vol. 9, pp. 359-374, 1996.
- [8] S. S. Zivanovic, K. S. Yee, K. K. Mei, „A Subgridding Method for the Time-Domain Finite-Difference Method to Solve Maxwell’s Equations“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 39, No. 3, pp. 471-479, March 1991.
- [9] I. S. Kim, W. J. R. Hoefer, „A Local Mesh Refinement Algorithm for the Time-Domain Difference Method Using Maxwell’s Curl Equations“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 38, No. 6, pp. 812-815, June 1990.
- [10] J. Meixner, „The Behavior of Electromagnetic Fields at Edges“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-20, No. 4, pp. 442-446, July 1972.
- [11] K. Beilenhoff and W. Heinrich, „Treatment of Field Singularities in the Finite-Difference Approximation“, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, pp. 979-982, 1993.
- [12] G. Mur, „The Modeling of Singularities in the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, No. 10, pp. 1073-1077, Oct. 1981.
- [13] D. B. Shorthouse and C. J. Railton, „The Incorporation of Static Field Solutions Into the Finite Difference Time Domain Algorithm“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 40, No. 5, pp. 986-994, May 1992.
- [14] G. Mur, „Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations“, IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-23, No. 4, pp. 377-382, Dec. 1981.

- [15] K. K. Mei, J. Fang, „Superabsorption - A Method to Improve Absorbing Boundary Conditions“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 40, No. 9, pp. 1000-1010, Sept. 1992.
- [16] J.-P. Berenger, „A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves“, J. Comp. Physics 114, pp. 185-200, 1994.
- [17] A. Bahr, A. Lauer, I. Wolff, „Application of the PML Absorbing Boundary Conditions to the FDTD Analysis of Microwave Circuits“, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, pp. 27-30, 1995.
- [18] N.-H. Huynh, W. Heinrich, „PML Absorbing Boundary Condition for FDTD“, Annual Report Ferdinand-Braun-Institut für Höchstfrequenztechnik Berlin 1996, pp. 57-59.
- [19] A. J. Schwab, „Begriffswelt der Feldtheorie“, 5. Auflage, Springer-Verlag 1998.
- [20] M. N. O. Sadiku, „Numerical Techniques in Electromagnetics“, CRC Press 1992.
- [21] T. Itoh, „Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures“, John Wiley & Sons 1989.
- [22] P.-B. Zhou, „Numerical Analysis of Electromagnetic Fields“, Springer-Verlag 1993.
- [23] W. J. R. Hoefer, „The Transmission-Line Matrix Method - Theory and Applications“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 33, No. 10, pp. 882-893, Oct. 1985.
- [24] B. Bader, „Untersuchung der Alternating-Transmission-Line-Matrix-Methode (ATLM) für die Zeitbereichsanalyse elektromagnetischer Felder“, Dissertation am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik der TU München 1996.
- [25] X. Zhang, J. Fang, K. K. Mei, „Calculation of the Dispersive Characteristics of Microstrips by the Time-Domain Finite Difference Method“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 36, No. 2, pp. 263-267, Feb. 1988.
- [26] X. Zhang, K. K. Mei, „Time-Domain Finite Difference Approach to the Calculation of the Frequency-Dependent Characteristics of Microstrip Discontinuities“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 36, No. 12, pp. 1775-1787, Dec. 1988.
- [27] D. M. Sheen, S. M. Ali, J. A. Kong, „Application of the Three-Dimensional Finite-Difference Time Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 38, No. 7, pp. 849-857, July 1990.
- [28] Weng Cho Chew, W. H. Weedon, „A 3D Perfectly Matched Medium from Modified Maxwell's Equations with Stretched Coordinates“, Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 7, No. 13, pp. 599-604, Sept. 1994.
- [29] D. S. Katz, E. T. Thiele, A. Taflove, „Validation and Extension to Three Dimension of the Berenger PML Absorbing Boundary Condition for FD-TD Meshes“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 4, No. 8, pp. 268-270, Aug. 1994.
- [30] J. B. Verdu, R. Gillard, K. Moustadir, J. Citerne, „An Extension of the PML Technique to the FDTD Analysis of the Multilayer Planar Circuits and Antennas“, Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 10, No. 6, pp. 323-327, Dec. 1995.
- [31] M. A. Gribbons, W. P. Pinello, A. C. Cangellaris, „A Stretched Technique for Numerical Absorption of Evanescent and Propagating Waves in Planar Waveguiding Structures“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 43, No. 12, Dec. 1995, pp. 2883-2889.

- [32] Z. S. Sacks, D. K. Kingsland, R. Lee, J.-F. Lee, „A Perfectly Matched Anisotrop Absorber for Use as an Absorbing Boundary Condition“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 43, No. 12, Dec. 1995.
- [33] S. D. Gedney, „An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 44, No. 12, pp. 1630-1639, Dec. 1996.
- [34] L. Zhao, A. C. Cangellaris, „A General Approach for the Development of Unsplit-Field Time Domain Implementation of Perfectly Matched Layers for FDTD Grid Truncation“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 6, No. 5, pp. 209-211, May 1996.
- [35] J. C. Veihl, R. Mittra, „An Efficient Implementation of Berenger’s Perfectly Matched Layer (PML) for Finite-Difference Time-Domain Mesh Truncation“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 6, No. 2, pp. 94-96, Feb. 1996.
- [36] J.-P. Berenger, „Perfectly Matched Layer for the FDTD Solution of Wave-Structure Interaction Problems“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 44, No. 1, pp. 110-117, Jan. 1996.
- [37] M. Y. Frankel, S. Gupta, J. A. Valdmanis, G. A. Mourou, „Terahertz Attenuation and Dispersion Characteristics of Coplanar Transmission Lines“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 39, No. 6, June 1991, pp. 910-915.
- [38] G. Hasnain, A. Dienes, J. R. Whinnery, „Dispersion of Picosecond Pulses in Coplanar Transmission Lines“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 34, No. 6, June 1986, pp. 738-741.
- [39] G.-C. Liang, Y.-W. Liu, K. K. Mei, „Full-Wave Analysis of Coplanar Waveguide and Slotline Using the Time-Domain Finite-Difference Method“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 37, No. 12, Dec. 1989, pp. 1949-1957.
- [40] H. Shigesawa, M. Tsuji, and A. A. Oliner, „Conductor-backed slot line and coplanar waveguide: dangers and full-wave analyses“, 1988 IEEE Int. Microwave Symposium Dig., Vol. I, pp. 199-202.
- [41] M. Tsuji and H. Shigesawa, „New interesting leakage behavior on coplanar waveguides of finite and infinite widths“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 39, No. 12, Dec. 1991, pp. 2130-2137.
- [42] N.-H. Huynh, W. Heinrich, „FDTD Analysis of Sub-Millimeter Wave CPW With Finite-Width Ground Metallization“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 7, No. 12, pp. 414-416, Dec 1997.
- [43] K. Beilenhoff, W. Heinrich, „Excitation of the Parasitic Parallel-Plate Line Mode at Coplanar Discontinuities“, 1997 IEEE Int. Microwave Symposium Dig., Vol. III, pp. 1789-1792.
- [44] R. E. Collin, „Field Theory of Guided Waves“, second edition, IEEE Press 1991.
- [45] C. A. Balanis, „Advanced Engineering Electromagnetics“, John Wiley & Sons 1989.
- [46] W. Wiesbeck, „Hochfrequenztechnik I“, Skript zur Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1990.
- [47] R. K. Hoffmann, „Integrierte Mikrowellenschaltungen“, Springer Verlag 1983.

- [48] H.-M. Heiliger, M. Nagel, H.G. Roskos, H. Kurz, F. Schnieder, and W. Heinrich, „Thin-film microstrip lines for mm and sub-mm-wave on-chip interconnects“, 1997 IEEE Int. Microwave Symposium Dig., Vol. II, pp. 421-424.
- [49] K. C. Gupta, R. Garg, I. Bahl, P. Bhartia, „Microstrip Lines and Slotlines“, second edition, 1996 Artech House.
- [50] A. A. Oliner, „Package Effects Caused by Leaky Modes at Higher Frequencies in Microwave Integrated Circuits“, European Microwave Conference 1999, Conference Proceedings, Vol. 3, pp. 122-125.
- [51] W. Heinrich, K. Beilenhoff, P. Mezzanote, L. Roselli, „Optimum Mesh Grading for Finite-Difference Method“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 44, No. 9, pp. 1569-1574, Sept. 1996.
- [52] J. Geisel, K.-H. Muth and W. Heinrich, „The Behavior of the Electromagnetic Field at Edges of Media with Finite Conductivity“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 40, No. 1, pp. 158-161, Jan. 1992.
- [53] J. Van Bladel, „Singular Electromagnetic Fields and Sources“, Oxford , 1991
- [54] R. De Smedt and J. Van Bladel, „Field singularities near aperture corners“, IEE Proceedings, Vol. 134, Pt. A, No. 8, pp. 694-698, Sept. 1987.
- [55] R. De Smedt, „Singular field behavior near the tip of a dielectric-metallic corner“, Radio Science, Vol. 22, No. 7, pp. 1190-1196, Dec. 1987.
- [56] R. De Smedt and J. Van Bladel, „Field Singularities at the Tip of a Metallic Cone of Arbitrary Cross Section“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-34, No. 7, pp. 865-870, July 1986.
- [57] R. De Smedt, „Electric Singularity Near the Tip of a Sharp Cone“, IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. 36, No. 1, pp. 152-155, Jan. 1988.
- [58] K. K. Mei, A. C. Cangellaris, „Application of field singularities at wedges and corners to time domain finite difference or finite element methods of field computations“, Radio Science, Vol. 22, No. 7, pp. 1239-1246, Dec. 1987.
- [59] C. J. Railton and J. P. McGeehan, „Analysis of Microstrip Discontinuities using the Finite Difference Time Domain Technique“, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, pp. 1009-1012, 1989.
- [60] K. K. Mei and A. C. Cangellaris, „Application of field singularities at wedges and corners to time domain finite difference or finite element methods of field computations“, Radio Science, Vol. 22, No. 7, pp. 1239-1246, Dec. 1987.
- [61] P. Przybysiewski and M. Mrozowski, „A Conductive Wedge in Yee’s Mesh“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 8, No. 2, pp. 66-68, Feb. 1998.
- [62] J. M<sup>a</sup> Gil and J. P. Webb, „A New Edge Element for the Modeling of Field Singularities in Transmission Lines and Waveguides“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 45, No. 12, Dec. 1997.
- [63] G. Tardioli, L. Casio, M. Righi and W. J. R. Hoefer, „Special 3D-TLM Corner Nodes for Singular Field Regions“, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest 1997.

- [64] K. Beilenhoff, H. Klingbeil, W. Heinrich, H. L. Hartnagel, „Open and Short Circuits in Coplanar MMIC's“, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 41, No. 9, pp. 1534-1537, Sep. 1993
- [65] N.-H. Huynh, W. Heinrich, „FDTD Accuracy Improvement by Incorporation of 3D Edge Singularities“, IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Digest, Vol. 4, pp. 1573-1576, 1999.
- [66] N.-H. Huynh, W. Heinrich, „Efficient Finite-Difference Description of 3D Edge Singularities for Coplanar MMICs Including Metalization Thickness“, European Microwave Conference Proceedings 1999, vol. 2, pp. 419-422.
- [67] W. Heinrich, „Beiträge zur Simulation monolithisch integrierter Höchstfrequenzschaltungen“, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 21: Elektrotechnik, Nr. 136, VDI Verlag 1993.
- [68] Th. Weiland, „Zur numerischen Lösung des Eigenwertproblems längshomogener Wellenleiter beliebiger Randkontur und transversal inhomogener Füllung“, Dissertation, FB 17 Technische Hochschule Darmstadt, 1977.
- [69] M. Kunze, W. Heinrich, „Modified FD Formulation for Conductor-Loss Calculation in MMIC coplanar Waveguides“, European Microwave Conference Proceedings 1999, vol. 2, pp. 423-426.
- [70] J. A. Kong, „Electromagnetic Wave Theory“, second edition, John Wiley & Sons 1990.
- [71] T. Weiland, „Elektromagnetisches CAD – Rechnergestützte Methoden zur Berechnung von Feldern“, Skript zur Vorlesung an der TH Darmstadt, 1992.
- [72] J.-P. Berenger, „An Effective PML for the Absorption of Evanescent Waves in Waveguides“, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 8, No. 5, pp. 188-190, May 1998.
- [73] D., A. Mlynski, „Elektrodynamik“, Skript zur Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1985.
- [74] W. Wiesbeck, „Grundlagen der Hochfrequenztechnik“, Skript zur Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1990.
- [75] W. Wiesbeck, „Hochfrequenztechnik II“, Skript zur Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1986.
- [76] K. Beilenhoff, „Simulation und Modellierung von Leitungs-Diskontinuitäten und Verzweigungen für monolithisch integrierte Millimeteranwendungen“, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 9: Elektronik, Nr. 225, VDI Verlag 1996.
- [77] G. Strassacker, „Rotation, Divergenz und das Drumherum – Eine Einführung in die elektromagnetische Feldtheorie“, Teubner-Verlag 1992.
- [78] G. Strassacker, P. Strassacker, „Analytische und numerische Methoden der Feldberechnung“, Teubner-Verlag 1993.
- [79] R. Goyal, „Monolithic Microwave Integrated Circuits: Technology & Design“, Artech House 1989.
- [80] J. Gulbins, K. Obermayr, „UNIX – System V.4. Begriffe, Konzepte, Kommandos, Schnittstellen“, 4. Auflage, Springer-Verlag 1995.
- [81] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, „Numerical Recipes in Fortran 77“, second edition, Cambridge University Press 1992.
- [82] H.-P. Bäumer, „Programmieren mit Fortran 90“, Vieweg-Verlag 1997.

- [83] Regionales Rechenzentrum für Niedersachsen/Uni Hannover, „Fortran 90 – Ein Nachschlagewerk“, 2. Auflage 1993.
- [84] H. Wehnes, „Fortran 77“, 7. Auflage, Hanser-Verlag 1992.

## Lebenslauf

Name: Ngoc-Hoa Huynh  
geboren am 03.02.68  
in Sadec/Vietnam

10/1973 - 7/1981: Schule in Vietnam (bis zur 9. Klasse)  
10/1981 - 6/1982: Deutschkurs in Karlsruhe  
10/1982 – 5/1987: Gymnasium in Karlsruhe (ab 9. Klasse)  
10/1987 – 12/1993: Studium Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe mit Schwerpunkt Hochfrequenztechnik  
1/1994 – 12/1995: Ingenieur bei den Firmen Alcatel SEL Pforzheim und Ziam GmbH Herzogenrath  
2/1996 – 12/1999: Wissenschaftlicher Mitarbeiter beim Ferdinand-Braun-Institut Berlin  
seit 1/2000: Ingenieur bei der Firma Infineon Technologies AG München